Кыргыз Республикасынын билим берүү жана илим министрлиги

Академик Муса Адышов атындагы

ОШ ТЕХНОЛОГИЯЛЫК УНИВЕРСИТЕТИ

СЫЗМА ГЕОМЕТРИЯ

(Окуу китеби)

Ош. 2013-ж

УДК 514
ББК 22.151.3
Ж 93

“Сызма геометрия жана
черчение” кафедрасында
сунушталган
токтом № 5.,20.02.2013-ж.

Ош Технологиялык
Университетинин усулдук
кеңешинде бекитилген
токтом № 6.,15.03.2013-ж.

Рецензенттер: техника илимдеринин доктору,
профессор Кенжаев И.Г.
Техника илимдеринин кандидаты
ОшТУнун профессору Жоробеков Б.А.

Ж 93 ***Жусупов Алибай Алдырахманович***

СЫЗМА ГЕОМЕТРИЯ:

(Окуу- китеби) Ош: ОшТУ,- 2013 – 204 б.

ISBN 978 – 9967 – 03 – 883 – 7

Бул окуу китебинде “Сызма геометрия” окуу сабагынын толук курсу каралган. Окуу китеби жогорку окуу жайларында инженердик адистикте окуган студенттер үчүн окуу китеби катары сунушталат.

Ж 1602050000 – 13

ISBN 978 – 9967 – 03 – 883 – 7

УДК 514
ББК 22.151.3

Киришүү

Сызма геометрия, мейкиндикте берилген геометриялык түспөлдөрдү чиймеге (эпюргө) сүрөттөп түшүрүүнү үйрөтүүчү геометриянын бир бөлүгү болуп эсептелет. Ошону менен бирге сызма геометрия, графикалык билим берүү тармагындагы негизги окуу сабактардын бири катары окутулат жана техникалык чиймелерди тургузууда теориялык билим берүүнүн негизи болуп саналат.

Сызма геометрия окуу сабагын окуу менен келечектеги инженерлерге эң маанилүү болгон көз алдыга элестетүү мүмкүнчүлүктөрү калыптанат жана жогорулайт. Ушул эле учурда эл чарбасынын ар кандай тармактарында колдонулуучу чиймелерди туура чийүү жана окууга үйрөнүшөт.

Сызма геометрия окуу сабагын окутууда үч түрдүү графикалык чийме маселелерди аткаруу үйрөтүлөт: позициялык (абалдык); метрикалык (өлчөмдүк же чендик) жана конструктордук.

♦ Позициялык (абалдык) графикалык чийме маселелерди аткарууда берилген геометриялык түспөлдөрдүн өз ара абалдары аткарылат (мисалга түз сызык менен тегиздиктин өз ара абалдары, эки түз сызыктын же эки тегиздиктин өз ара абалдарын аныктоо ж.б.у.с.).

♦ Метрикалык (өлчөмдүк же чендик) графикалык чийме маселелерди аткарууда, кандайдыр бир өлчөмгө же ченге байланыштуу чийме маселелер аткарылат (мисалга чекиттен –чекитке чейинки эң кыска аралыкты, чекиттен тегиздикке чейинки аралыкты же үч бурчтуктун чыныгы чоңдугун аныктоо ж.б.у.с.).

♦ Конструктордук графикалык чийме маселелерди аткарууда, берилген же талап кылынган шарт боюнча кандайдыр бир бөлүмдүн жумушчу чиймеси аткарылат.

Сызма геометрия сабагынын эрежелерине негизделип чийилген чиймелер аркылуу берилген геометриялык түспөлдөрдүн же буюмдардын формаларын элестетүү, алардын мейкиндиктеги өз ара жайланышкан өз ара абалдарын, өлчөмдөрүн, геометриялык касиеттерин үйрөнүүгө болот.

Мейкиндикте берилген геометриялык түспөлдөрдүн жана буюмдардын чиймеде көрүнүшүн сүрөттөп түшүрүү “проекциялоо ыкмаларына” негизделет. Көрүнүштөрдү проекциялоо ыкмасы менен чиймеге түшүрүү сызма геометриянын негизи болуп саналат. Ошондуктан ***сызма геометрия***- ар кандай чиймелерди чийүүнүн жана окуунун грамматикасы деп атайбыз.

Сызма геометриянын негизгиздөөчүсү болуп француз окумуштуусу жана белгилүү мамлекеттик ишмер Госпар Монж (1748-1818) болгон.

Параллель проекциялоо ыкмасындагы, тик бурчтуу же ортогоналдык проекциялоо Монждун ыкмасы болуп саналат. Бул ыкма техникалык чиймелерди чийүүдө тактыкты, ченөөгө ыңгайлуулукту жана проекция тегиздигиндеги так, даана көрүнүштү камсыз кылат.

1. Белгилер жана символдор

Сызма геометрия сабагын окутууда жана бул сабак боюнча текшерүү иштерди аткарууда студенттерге ар кандай окуу адабияттары сунуш кылынат. Ал окуу китептериндеги колдонулган шарттуу белгилер жана символдор ар башка геометриялык үлгүдө кабыл алынган, ошондуктан төмөндө салыштырмалуу түрдө эң көп кездешүүчү шарттуу белгилер жана символдор берилген:

1.1. Геометриялык фигуралардын жана алардын проекцияларынын белгилениши.

1. Ф - геометриялык фигуралар.

2. A. B. C, …; 1, 2, 3, …; - мейкиндиктеги чекиттер (Латын басма тамгалары же араб цифралары).

3. a, b, c, d … - мейкиндиктеги эркин түз сызыктар (латын алфавитиндеги жазма тамгалар). Түз сызыктар үчүн төмөндөгү белгилер да колдонулат: (AB) A жана B чекиттери аркылуу өткөн түз сызык. [AB)- A чекитинен башталган B чекити аркылуу өткөн нур. [AB]-A жана B чекиттери менен чектелген түз сызыктын кесиндиси.

4. h, f, ρ- деңгээл сызыктары:

а) h - горизонталь түз сызыгы.
б) f - фронталь түз сызыгы.
в) ρ - профиль түз сызыгы.

5. α, β, γ, λ, δ - мейкиндиктеги тегиздиктер.

6. $\angle$ - бурч. М: ∠ABC, чокусу B чекити болгон бурч же $\angle\alpha°, \angle\beta°, \angle\gamma°$ α, β, γ бурчтары. Тик бурч квадраттын ичиндеги чекит менен белгиленет (⦝)

7. $|AB|$ - A чекитинен B чекитине чейинки аралык (AB кесиндисиндеги аралык). $|A\alpha|$ A чекитинен α тегиздигине чейинки аралык. $|ab|$ - a жана b сызыктарынын арасындагы аралык. $|\alpha\beta|$ -α жана β тегиздиктеринин арасындагы аралык.

8. π_1, π_2, π_3 - негизги проекция тегиздиктери. π_1 - горизонталдык проекция тегиздиги, π_2 - фронталдык проекция тегиздиги,

π_3 - профилдик проекция тегиздиги.

9. X, У, Z - проекция октору.

10. $A', B', C', \ldots; 1', 2', 3', \ldots;$ $a', b', c', d', \ldots;$ - горизонталдык проекциясы.

11. $A'', B'', C'', \ldots; 1'', 2'', 3'', \ldots;$ $a'', b'', c'', d'', \ldots;$- фронталдык проекциясы.

12. $A''', B''', C''', \ldots; 1''', 2''', 3''', \ldots;$ $a''', b''', c''', d''', \ldots;$ - профилдик проекциясы.

13. $A_0, B_0, C_0, \ldots; 1_0, 2_0, 3_0, \ldots;$ - проекцияларынын беттешкен абалы.

14. π_4, π_5, π_6 - кошумча проекция тегиздиктери.

15. $h_{0\alpha},\ h_{0\beta},\ h_{0\gamma}\ \ -\alpha,\beta,\gamma$ тегиздиктердин горизонталдык изи.

16. $f_{0\alpha},\ f_{0\beta},\ f_{0\gamma}\ \ -\alpha,\beta,\gamma$ тегиздиктердин фронталдык изи.

17. $p_{0\alpha},\ p_{0\beta},\ p_{0\gamma}\ \ -\alpha,\beta,\gamma$ тегиздиктердин профилдик изи.

18. $X\alpha,\ \ X\beta,\ \ X\gamma,-\alpha,\beta,\gamma$ тегиздиктердин X огу менен кесилишкендеги чекит.

19. $Y\alpha,\ \ Y\beta,\ \ Y\gamma,-\alpha,\beta,\gamma$ тегиздиктердин У огу менен кесилишкендеги чекит.

20. $z\alpha,\ \ Z\beta,\ \ Z\gamma,-\alpha,\beta,\gamma$ тегиздиктердин Z огу менен кесилишкендеги чекит.

21. φ - мейкиндиктеги түспөлдөрдүн же проекция тегиздиктери менен түспөлдөрдүн арасындагы бурч.

1.2. Геометриялык фигуралардын арасындагы байланыштардын шарттуу белгилери

1) = - Кандайдыр бир аракеттин жыйынтыгында барабар α=(*a*×*b*): а жана *b* түз сызыктарынын кесилишинин жыйынтыгы α тегиздигин берет.

2) ≡ - дал келет (беттешет) M≡M′, M чекити өзүнүн горизонталдык проекциясы менен дал келет же беттешет.

3) // - параллель (*l* // α; *l* түз сызыгы α тегиздигине параллель).

4) ⊥ - перпендикуляр (*l*⊥γ; *l* түз сызыгы γ тегиздигине перпендикуляр).

5) ╧ - кайчылаш (AB ╧ CD; AB кесиндиси CD кесиндиси менен кайчылаш).

6) э жана ∈- жатат (таандык) (γ э (AB); γ тегиздиги (AB) түз сызыгы аркылуу өтөт же γ тегиздигинде (AB) түз сызыгы жатат).

7) × -кесилиш (*l* × α; α тегиздиги менен *l* түз сызыгы кесилишет).

8) ∧ -“жана” байламтасына дал келген коньюнкциялуу байланыш сүйлөм. α // Π_1∧ Π_2 -α тегиздиги Π_1 жана Π_2 проекция тегиздиктерине параллель.

9) ⇒ Эгерде ... анда “ деген логикалык изилдөөнү белгилөөчү импликация. (*a*//*c* ∧ *в*//*c*)⇒*a*//*в* - эгерде эки сызык теӊ үчүнчү сызыкка параллель болсо анда алар өз алдынча параллель болушат.

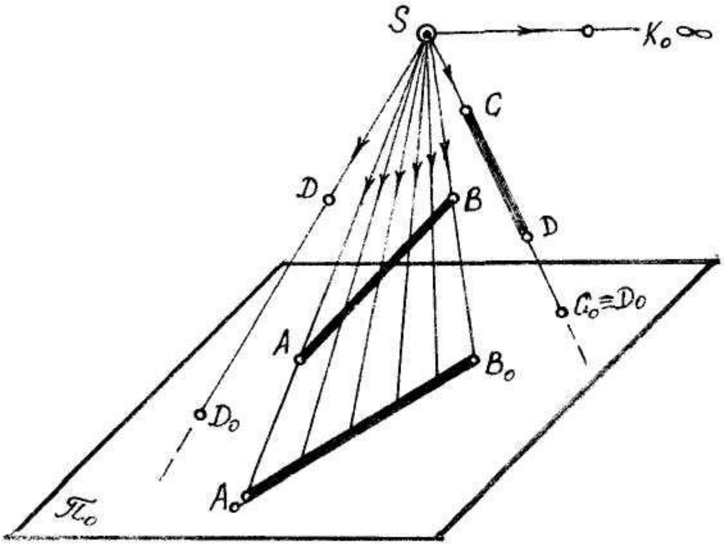
10) ⇓ -жыйынтыгы (жообу) дал келген коньюнкциялуу сүйлөм.

1.3. Проекциялоо ыкмалары

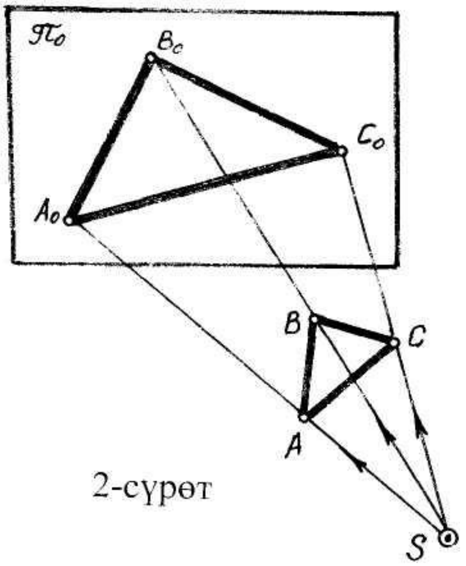
Проекциялоо ыкмаларынын жардамы менен геометриялык түспөлдөрдүн касиеттеринин жана алардын чиймелеринин арасындагы байланыштарынын айырмачылыгын тактап билүүгө болот. Сызма геометрияда түспөлдөрдүн же мейкиндиктеги нерселердин чиймедеги сүрөттөлүштөрүн борбордук жана параллель проекциялоо ыкмаларынын жардамы менен проекция тегиздиктеринин беттерине проекциялап түшүрүүнүн жолдорун карайт.

а) борбордук проекциялоо

Борбордук проекциялоодо 1-сүрөттө көрсөтүлгөндөй эки проекция тегиздиги π_0 жана проекция борбору S берилет. Бул учурда берилген түспөлдүн π_0 проекция тегиздигиндеги проекциясын алуу үчүн S борборунан чыккан проекция нуру берилген түспөл аркылуу өтүп берилген проекция тегиздигине түшүшү талапка ылайык. Демек, 1-сүрөттө берилген D чекити, AB жана CD кесиндилеринин борбордук проекциясын алуу S борборунан чыккан нур D чекити, AB жана CD кесиндилери аркылуу өтүп π_0 проекция тегиздиги менен кесилишинен берилген түспөлдөрүн π_0 проекция тегиздигиндеги дал келген D_0, A_0B_0 жана C_0D_0 проекцияларын алабыз.



1-сүрөт



2-сүрөт

Эгерде проекцияланууучу нур берилген π_0 проекция тегиздигине параллель болуп калса анда 1-сүрөттө көрсөтүлгөн К чекитинин проекциясы (K_0) чексиздикке ээ болот.

Мейкиндикте берилген кесинди проекция нуру менен беттешип калса анда ал кесиндинин проекциясы чекит болуп проекцияланат 1-сүрөттө CD кесиндиси проекция нуру менен беттешкендигине байланыштуу C_0 жана D_0 чекиттери беттешип калды ($C_0 \equiv D_0$).

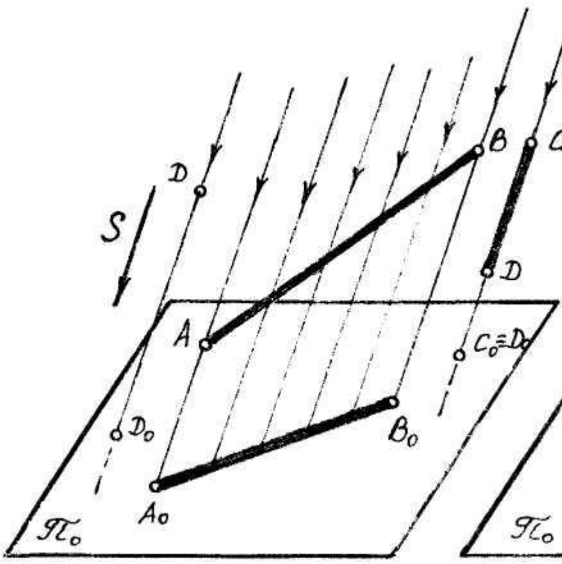
Мейкиндикте берилген түспөл үч бурчтук болсо анда анын борбордук проекциясын алуу үчүн үч бурчтукту чектеген үч чекит аркылуу проекция нурун жүргүзүү жетиштүү. (2-сүрөт).

Демек, чекиттердин борбордук проекциялары деп, тегиздиктер менен кесилишкен чекиттерди атайбыз.

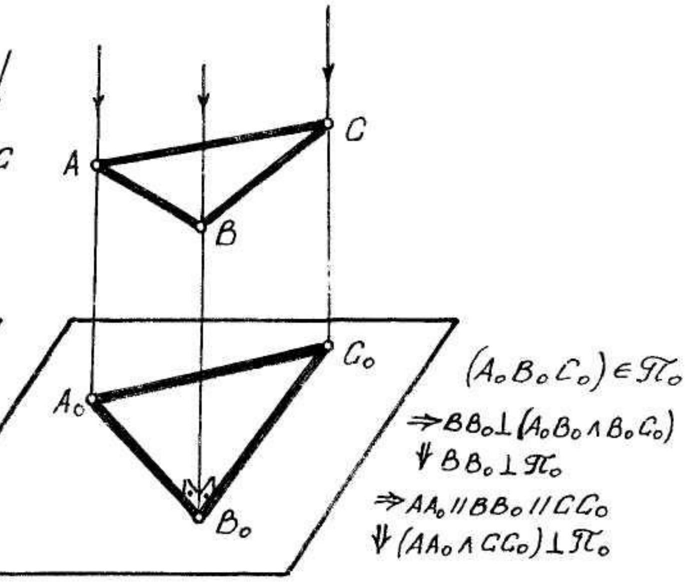
б) Параллель проекциялоо

Параллел проекциялоо дегенибиз, проекциялоо нурлары берилген түспөл аркылуу өтүп берилген багытка (S) жана өз ара параллель абалда, проекция тегиздигине түшүрүлгөн сүрөттөлүштөрүн айтабыз. (3-сүрөт).

Параллель проекциялоо, проекциялоо нурларынын берилген проекция тегиздигине түшүрүлгөн багытка карай кыйгач жана тик бурчтуу болуп экиге бөлүнүшөт. 3-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кыйгач бурчтуу параллель проекциялоо 90^0 бурчтан башка ар кандай бурч менен түшүшү мүмкүн (берилген S багытына байланыштуу).



3-сүрөт



4-сүрөт

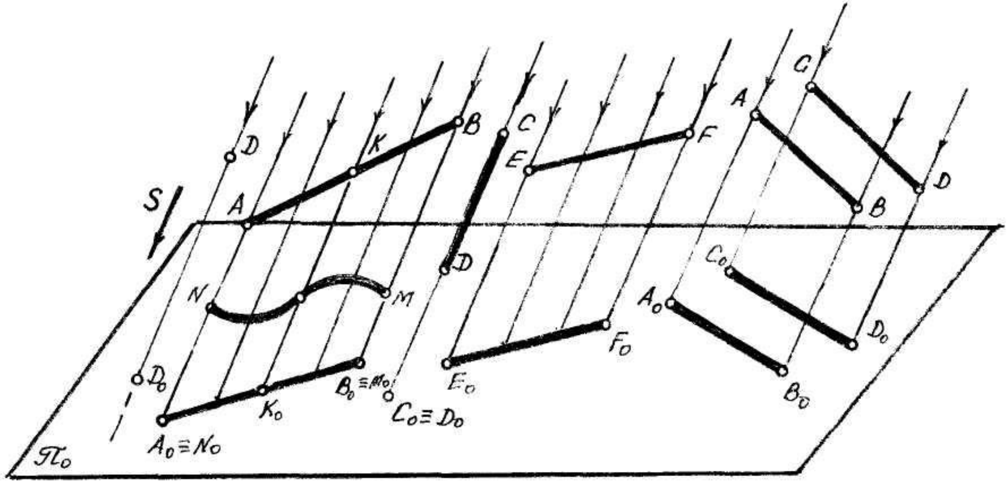
4-сүрөттө көрсөтүлгөндөй тик бурчтуу параллель прокциялоодо проекциялоо нурлары берилген проекция тегиздигине тик (90^0) бурч менен түшөт, бул учурда проекция багыты (S) берилбейт.

Сызма геометриянын көпчүлүк бөлүгүндө, курулуш инженердик адистиктерден башка адистиктер үчүн тик бурчтуу параллель проекциялоо ыкмасын колдонуу менен окутуу сунушталат. Анткени бул ыкмада көзгө көрүнгөн нерсе өзүнүн баштапкы көрүнүшүн өзгөртпөй проекцияланат жана түшүнүүгө ыңгайлуу.

Параллель проекциялоо төмөндөгү касиеттерге ээ:

1. Чекиттин проекциясы дайыма чекит болуп проекцияланат.
2. Кесиндинин проекциясын алуу үчүн кесиндиге таандык болгон, эки чекиттин проекциясын тургузуу жетиштүү. Мисалга: AB кесиндисинин проекциясы болуп A_0B_0 эсептелет.
3. Эгерде кандайдыр бир К чекити AB кесиндисинде жатса (Кэ[AB]) анда ал чекиттин проекциясы дагы AB кесисндисинин (A_0B_0) проекциясында жатат. (K_0эA_0B_0).
4. Эгерде CD кесиндиси S проекциялоо багытына параллель жайгашса, анда CD кесиндиси проекция нуру менен беттешип бир түз сызыкта жатат. Бул учурда CD кесиндиси чекит болуп проекцияланат($C_0 \equiv D_0$).

5. A_0B_0 кесиндиси NM ийри сызыгынын дагы проекциясы болуп калышы мүмкүн. Эгерде ийри сызык AB кесиндисинин проекциялоо тегиздигинде жаткан болсо.
6. Эгерде кесинди проекция тегиздигине параллель жайланышса, анда анын проекциясы кесиндинин чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланат ($\Rightarrow EF // \pi_0 \Downarrow E_0F_0 = /EF/$).
7. Эки параллель түз сызыктын же кесиндинин проекциялары дагы өз ара параллель болушат ($\Rightarrow [AB]//[CD] \Downarrow A_0B_0//C_0D_0$).
8. Эгерде мейкиндик тегиздиги негизги проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр жайгашса ошол проекция тегиздигиндеги проекциясы түз сызык болуп проекцияланат.



5-сүрөт

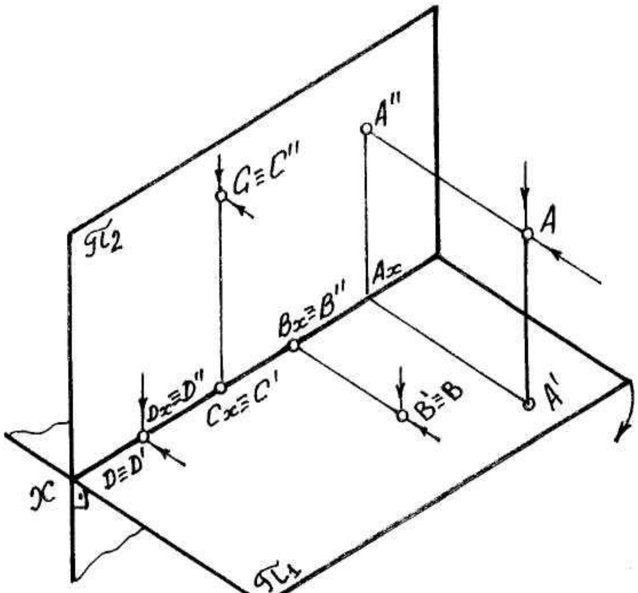
Текшерүү суроолору

1. Сызма геометрия окуу сабагын окутуунун негизги максаты эмнеде?
2. Сызма геометрияны окуп үйрөнүүдө кандай графикалык чийме маселелер аткарылат?
3. Проекциялоо деганди кандай түшүнөсүңөр?
4. Проекциялоонун кандай түрлөрү бар?
5. Түспөлдүн борбордук проекциясын кандайча алабыз?
6. Палаллель проекциялоо кандай түрлөргө бөлүнөт?
7. Тик бурчтуу параллель проекциялоонун артыкчылыгы эмнеде?
8. Параллель проекциялоо кандай касиеттерге ээ?

Чекиттер

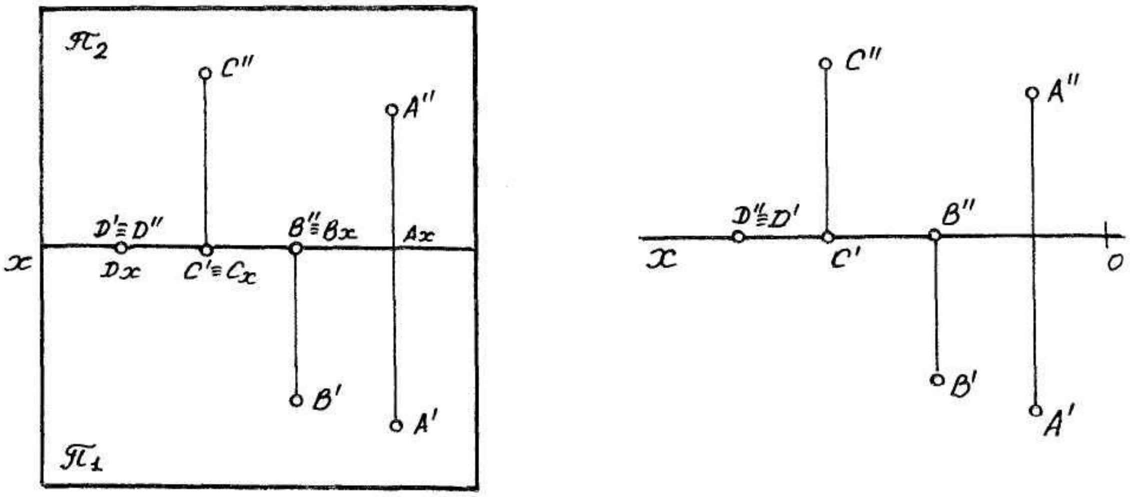
2.1.Чекиттердин эки ($\pi_1 \wedge \pi_2$) проекция тегиздиктер системасындагы проекциялары

Мейкиндиктеги чекиттердин салыштырмалуу геометриялык ордун аныктоо максатында өз ара перпендикуляр абалдагы горизонталдык (π_1) жана фронталдык (π_2) проекция тегиздиктерин алабыз (6-сүрөт). Өз ара π_1 жана π_2 проекция тегиздиктери кесилишкенде пайда болгон түз сызыкты x огу деп атайбыз. Демек π_1/π_2 системасында ар кандай чекиттин проекцияларын алуу үчүн берилген чекиттен проекция тегиздиктерине перпендикуляр абалда проекциялоо нурларын жүргүзүп, берилген чекиттердин проекция тегиздиктериндеги дал келген проекцияларын алабыз. 6-сүрөттө көрсөтүлгөн A,B,C жана D чекиттерин π_1/π_2 системасындагы проекцияларын алуу үчүн A,B,C жана D чекиттеринен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр абалда проекциялоо нурларын жүргүзүп, ошол нурлар горизонталдык (π_1) проекция тегиздигин кесип өткөн чекиттерден берилген чекиттердин дал келген горизонталдык A', B', C' жана D' проекцияларын алабыз. Ошондой эле A,B,C жана D чекиттеринен фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр абалда проекциялоо нурларын түшүрүп, берилген чекиттердин фронталдык A", B", C" жана D" проекцияларын алабыз.



6-сүрөт

AA'=A"Ax –A чекитине горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине чейинки аралык AA"=A'Ax –A чекитинен фронталдык (π_2) проекция тегиздигине чейинки аралык. 6-сүрөттө көрсөтүлгөндөй B чекити горизонталдык (π_1) проекция тегиздигинде жатса, C чикити фронталдык (π_2) проекция тегиздигинде жатат. Ал эми D чекити x огунда жайгашкан. 6-сүрөттө A,B,C жана D чекиттерин π_1/π_2 системасындагы эпюрун алуу үчүн горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги x огунун тегерегинде 90^0 ка, сааттын жебесинин багытында айландырып, фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен беттештирилет, жыйынтыгында пайда болгон көрүнүштү “Монждун эпюру” же жөн эле “эпюр” деп атайбыз. Epure (франц.) чертеж – чийме дегенди түшүндүрөт. 7-сүрөттө А,В,С жана D чекиттеринин эпюру көрсөтүлгөн.



а)   б)

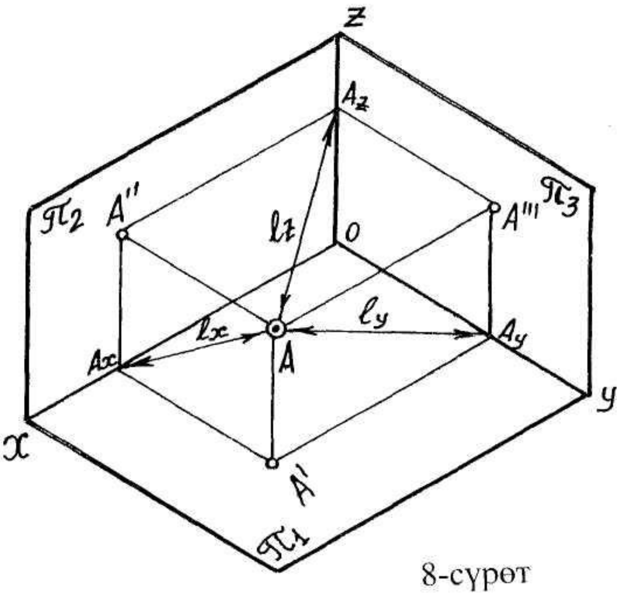
7-сүрөт

Ар кандай чекиттин горизонталдык жана фронталдык проекциялары белгилүү болсо, анда ал чекиттердин мейкиндиктеги абалдарын π_1/π_2 системасында аныктоого болот. Эгерде чекит проекция тегиздиктеринин биринде же проекция окторунун биринде жатса, анда ал чекиттерди жеке абалдагы деп атайбыз. (7-сүрөттө В,С жана D чекиттери жеке абалга ээ).

2.2. Чекиттин үч проекция ($\pi_1,\pi_2\wedge\pi_3$) проекция тегиздиктер системасындагы проекциялары.

Кээ бир учурларда мейкиндикте берилген нерсенин формасын аныктоодо алардын эки проекциясы (горизонталдык жана фронталдык) жетишсиздик кылат. Ошол максатта горизонталдык (π_1) жана фронталдык (π_2) проекция тегиздиктерине перпендикуляр абалда үчүнчү профилдик (π_3) проекция тегиздигин алабыз (8-сүрөт).

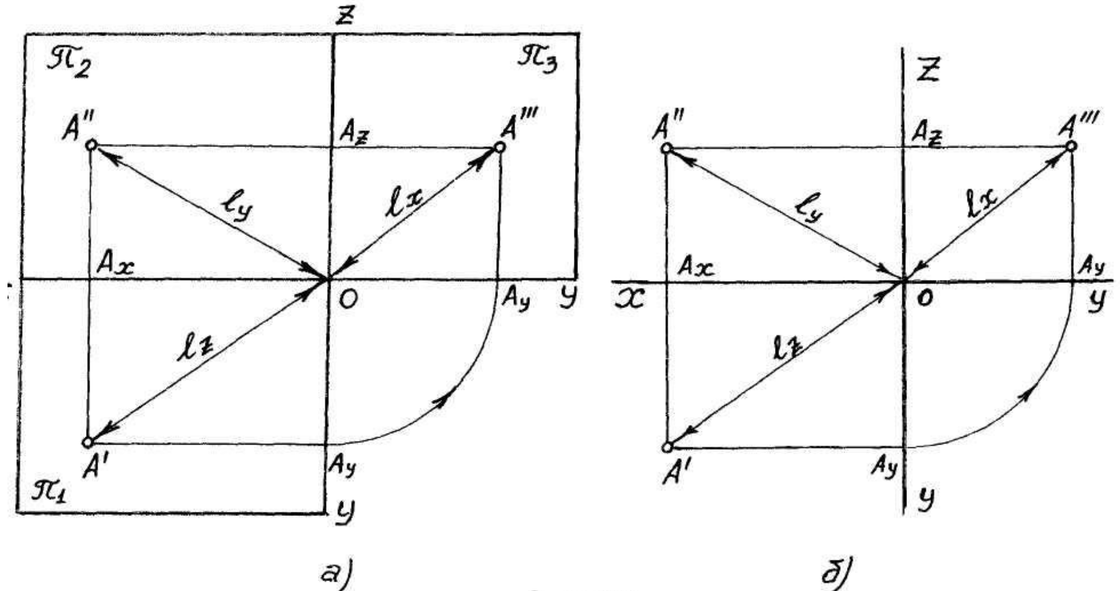
8-сүрөттө А чекитинин үч (π_1,π_2 жана π_3) проекция тегиздиктер системасындагы проекцияларын алуу үчүн ошол чекиттен, проекция тегиздиктерине перпендикуляр абалдагы проекциялоо нурларын жүргүзүп, ошол нурлар проекция тегиздиктерин кесип өткөн чекиттерден берилген А чекитинин дал келген горизонталдык (А'), фронталдык (А'') жана профилдик (А''') проекцияларын алабыз. π_1 жана π_2 тегиздиктеринин кесилишинен x огу, π_1жана π_3 тегиздиктеринин кесилишинен у огу, жана π_2 жана π_3 тегиздиктеринин кесилишинен z огу пайда болот. Бул окторду проекция тегиздиктер октору деп атайбыз. π_1,π_2 жана π_3 проекция тегиздиктери өз ара перпендикуляр болгондой x, у жана z октору дагы өз ара перпендикуляр болушат.



$$AA'=\wedge // A''A_x=\wedge // A'''A_y=A_z$$
$$AA''=\wedge // A'A_x=\wedge // A'''A_z=A_y$$
$$AA'''=\wedge // AA_y=\wedge // A''A_z=A_x$$

8-сүрөт

Үч π_1, π_2 жана π_3 проекция тегиздиктер системасында горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги x огунун тегерегинде, сааттын жебесинин багытында 90^0 ка айландырылып, фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен беттештирилип π_1, π_2 жана π_3 системасындагы эпюрду (чиймени) тургузабыз (9-сүрөт).



а) б)

9-сүрөт

9-сүрөттө $A''A_x=A'''A_y=A_z$ –А чекитинен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине чейинки аралык, бул аралыктын берилген чекиттин “опликатасы” деп атайбыз. $AA_x=A'''A_z=A_y$ – А чекитинен фронталдык (π_2) проекция тегиздигине чейинки аралык, бул аралыкты берилген чекиттин “ординатасы” деп атайбыз. Ал эми $A'A_y=A''A_z=A_x$ – А чекитинен профилдик (π_3) проекция тегиздигине чейинки аралык, бул аралыкты берилген чекиттин обциссасы деп атайбыз.

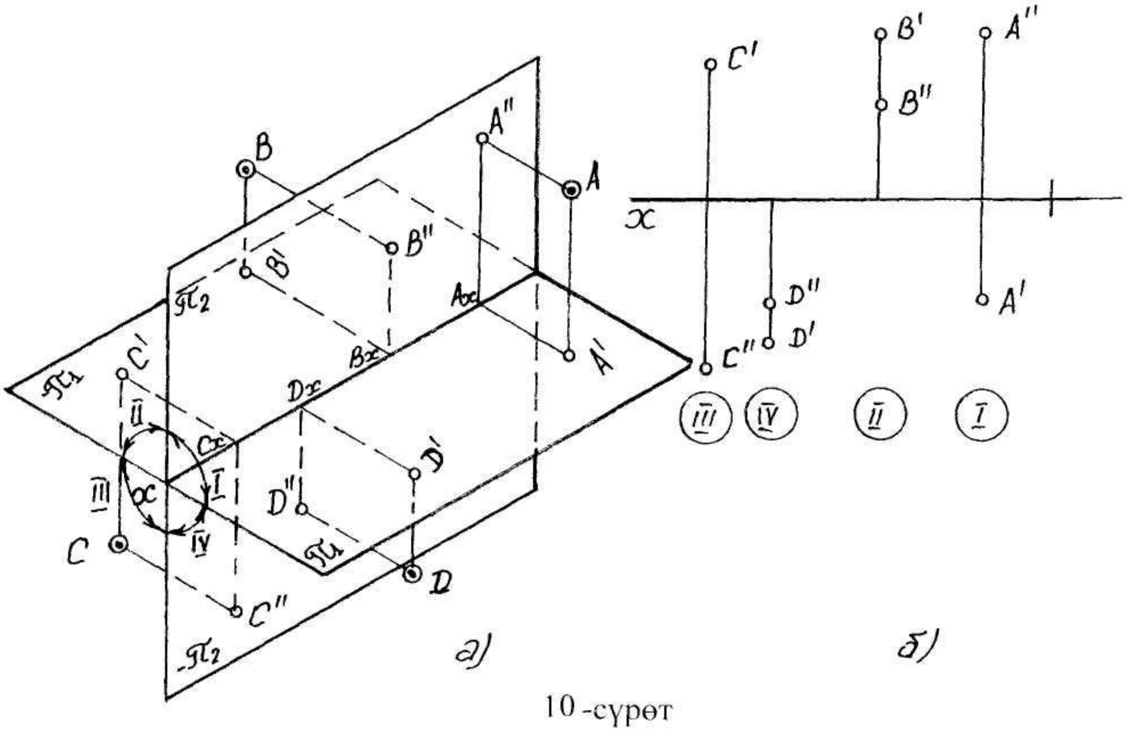
Чекиттердин обциссасын, ординатасын жана опликаталарын берилген чекиттин мейкиндиктеги аныктагычтары деп атайбыз.

А чекитинин эпюрунан көрүнүп тургандай ℓx – А чекитинен ***x*** огуна чейинки аралык, ℓy –А чекитинен *y* огуна чейинки аралык болсо, ℓz – А чекитинен ***z*** огуна чейинки аралыкты берет. Эгерде чекит проекция тегиздиктеринин же проекция окторунун биринде жатса эркин же жалпы абалдагы чекит деп атайбыз. 10 - сүрөттө А чекити эркин абалга ээ.

2.3. Чейректердеги жана октанттардагы чекиттер

Өз ара перпендикуляр абалдагы горизонталдык (π_1) жана фронталдык (π_2) проекция тегиздиктери кесилишкенде төрт эки беттүү, тик бурчтуу бурч пайда болот, бул бурчтарды ***чейректер*** деп атайбыз.

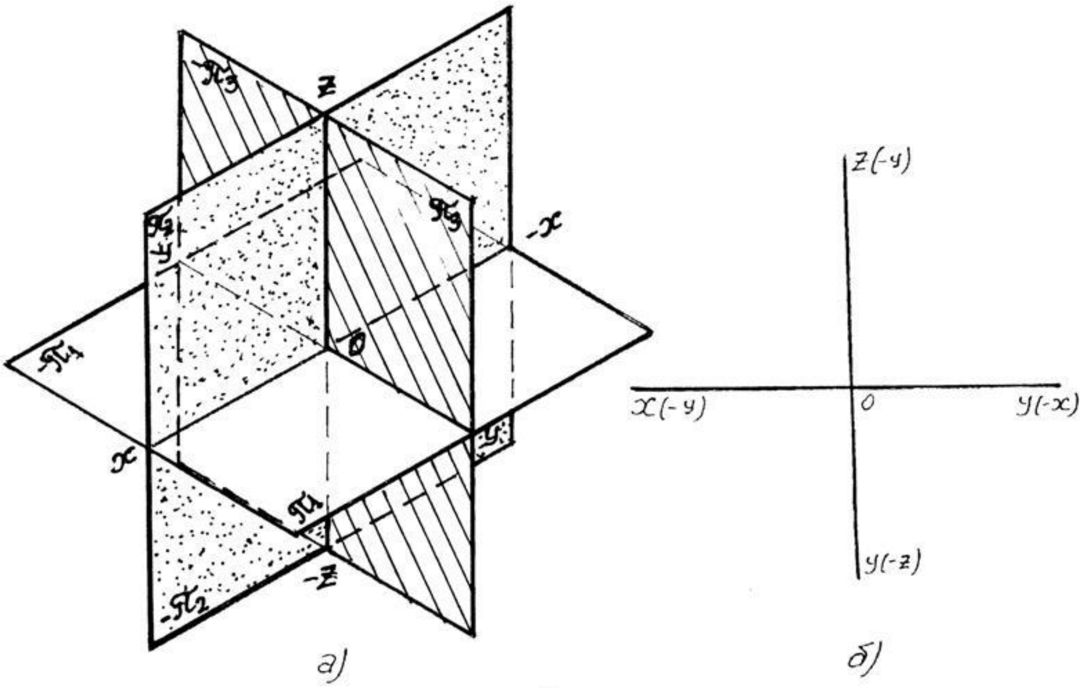
Мейкиндиктеги чекиттер ар кандай чейректерде, проекция тегиздигинин бетинде же проекция окторунда жайгашып калышы мүмкүн. 10- сүрөттө ар кандай чейректе жайгашкан А,В,С жана D чекиттеринин мейкиндиктеги көрүнүшү (аксонометриялык проекциясы) жана эпюру көргөзүлгөн.



10-сүрөт

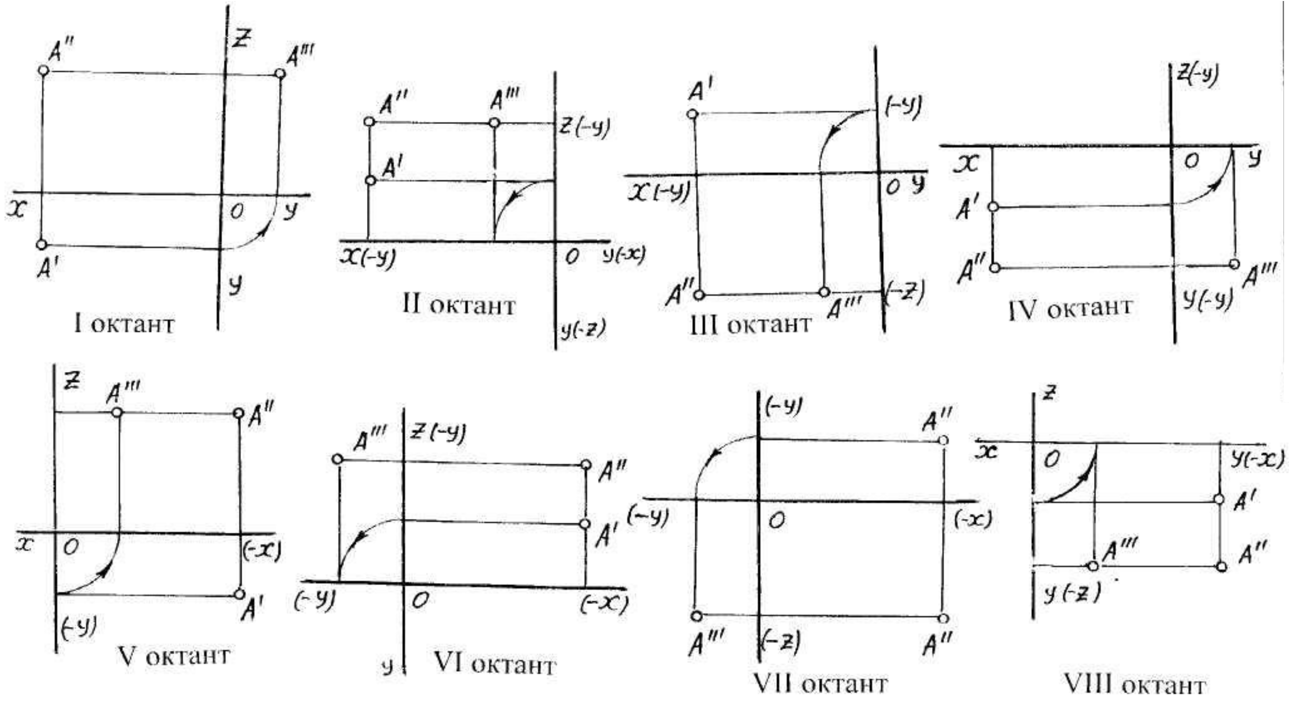
10-сүрөттө көрүнүп тургандай эркин абалдагы А,В,С жана D чекиттеринин А чекити I чейректе, В чекити II чейректе, С чекити III чейректе жайгашса, D чекити IV чейректе жайгашкан. Демек, 10-сүрөттө көрсөтүлгөндөй чекит II чейректе жайгашса, чекиттин эки проекциясы тең x огунун жогору жагында жайгашса, IV чейректе жайгашкан чекиттин эки проекциясы (D'D'') тең x огунун төмөн жагында жайгашат.

Өз ара перпендикуляр абалдагы π_1,π_2 жана π_3 проекция тегиздиктеринин кесилишинен сегиз үч беттүү тик бурчтар пайда болот, ал бурчтарды ***октанттар*** деп атайбыз. 11-сүрөттө октанттардын аксонометриялык проекциясы жана эпюру көрсөтүлгөн.



11-сүрөт

12-сүрөттө ар кандай октанттарда жайгашкан А чекитинин эпюру (чиймеси) көрсөтүлгөн .



12-сүрөт

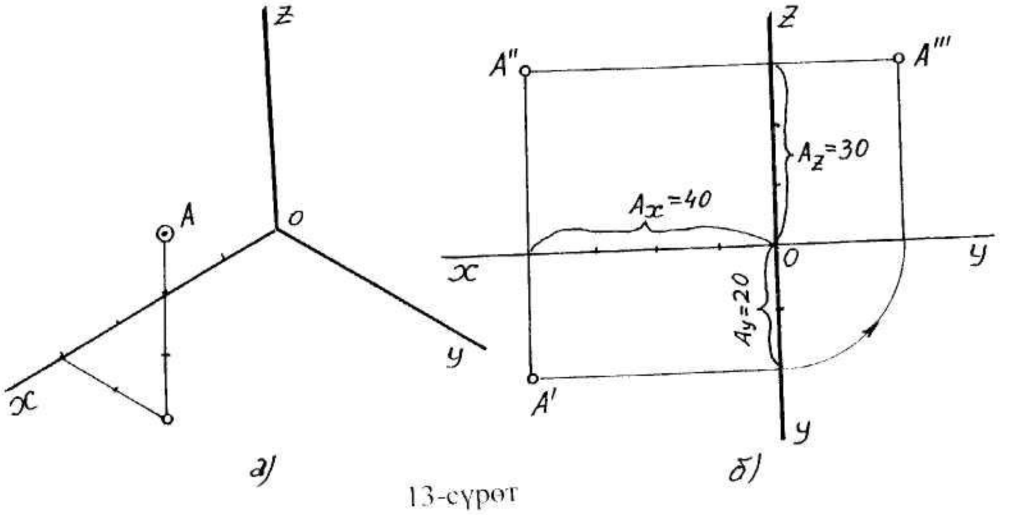
12-сүрөттө көрүнүп тургандай мейкиндик октанттарында проекция октору ар кандай белгилерге ээ болгон А(30,10,20) чекиттин эпюру көрсөтүлгөн.
№1 Таблицада октанттардын белгилери берилген.

№1 Таблица

Октант. Кординат.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	+	+	+	+	-	-	-	-
y	+	-	-	+	+	-	-	+
z	+	+	-	-	+	+	-	-

M: A(30,-20,-40)-III
B(-20,40,-30)-VIII
C(30,40,-10)-IV

Жогорудагы берилген чекиттердин координаталык сан маанилери боюнча тик бурчтуу координата огунда, андан кийин алардын эпюрун тургузуп көрөлү. Мисалга A(40,20,30) (13-сүрөт).



13-сүрөт

Текшерүү суроолор.

1. Эмне максатта негизги проекция тегиздиктерин кабыл алабыз.
2. Чекиттин мейкиндиктеги абалын канча проекциясы менен аныктоого болот?
3. Чекиттин проекциялары кайсы координаталары менен аткарылат.
4. Чейректер деген эмне?
5. Октанттар деген эмне?
6. Профилдик (π_3) проекция тегиздиги кандай максатта кабыл алынат?
7. Негизги проекция тегиздиктер системасында эпюрду (чиймени) кандайча алабыз?
8. Жеке абалдагы деп, кандай абалдагы чекиттерди айтабыз?
9. Кайсы октантта чекиттин баардык координаталары терс мааниге ээ?
10. Монжанын эпюрун кандайча түшүнөсүңөр.

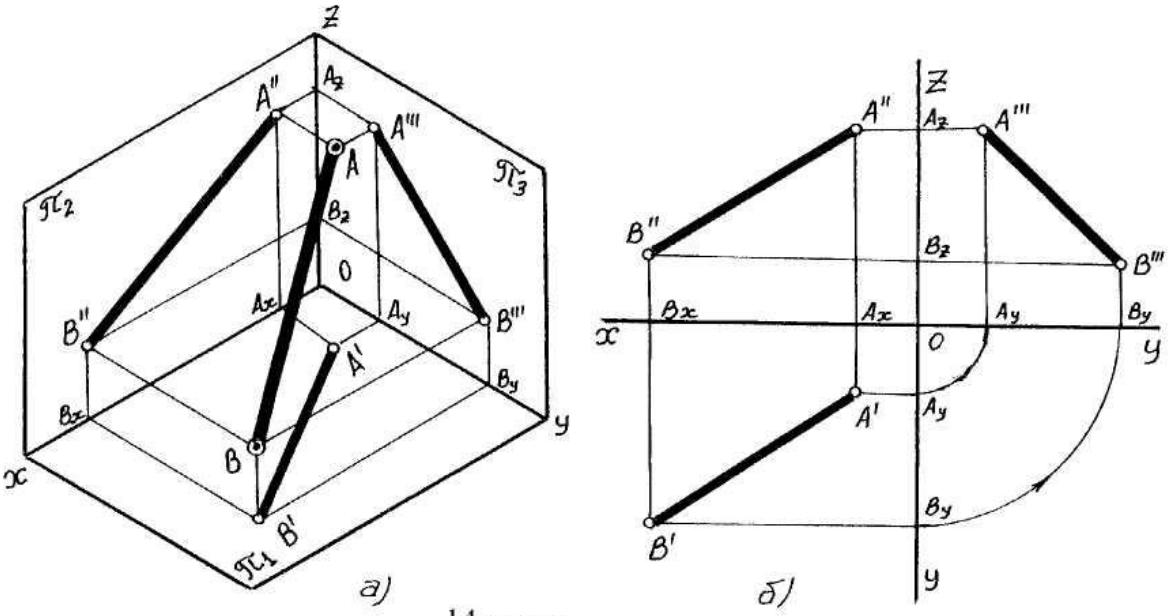
3. Түз сызыктар жана кесиндилер

3.1. Түз сызыктын проекциясы

Мейкиндикте түз сызыктын проекциясын эки ыкма менен алууга болот.

1. Эки чекитти түз туташтыруу менен
2. Эки тегиздикти кесилиштирүү менен.

Проекциялоо учурда түз сызык же анын кесиндиси бирдей касиетке ээ. Демек түз сызык кандай проекцияланса, түз сызыктын кесиндиси дагы дал ошондой проекцияланат.



14-сүрөт

Эгерде берилген эки чекиттин бир аттуу проекцияларын туташтырсак ошол чекиттер менен чектелген түз сызыктын кесиндисинин проекциясын алабыз. 14-сүрөттө А жана В чекиттери менен чектелген түз сызыктын кесиндисинин аксонометриялык проекциясы жана эпюру көрсөтүлгөн.

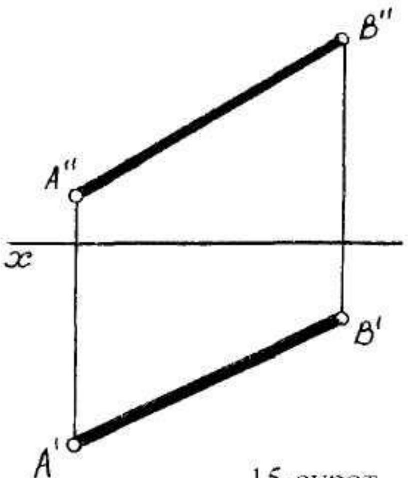
14б-сүрөттө көрсөтүлгөндөй АВ кесиндисинин эпюрун тургузууда А жана В чекитинин горизонталдык (A'B'), фронталдык (A"B") жана профилдик (A'''B''') проекцияларын чиймеге тургузган соң, ар бир проекцияларын өз алдынча туташтырсак, А жана В чекиттери менен чектелген кесиндинин эпюрун тургузган (чийген) болобуз.

3.2. Түз сызыктын проекция тегиздиктерине салыштырмалуу абалдары

Түз сызык же анын кесиндиси негизги π_1,π_2 жана π_3 проекция тегиздиктерине салыштырмалуу төрт абалга ээ:

1. Проекция тегиздиктеринин бирине дагы параллель эмес абалда;
2. Бир проекция тегиздигине параллель абалда;
3. Эки проекция тегиздигине параллель абалда.
4. Проекция тегиздиктерине таандык (жаткан) түз сызыктар;

1. Түз сызык же анын кесиндиси негизги проекция тегиздиктеринин бирине дагы параллель болбосо, бирине дагы перпендикуляр болбойт, мындай түз сызыктарды же кесиндилерди жалпы абалдагы деп атайбыз. Бул учурда кесиндинин проекцияларынын бири дагы проекция окторунун бирине дагы параллель жана перпендикуляр болбойт. Андан дагы кесиндинин баардык проекциясы, ошол кесиндинин чыныгы чоңдугунан кичине чоңдукта проекцияланат. Берилген кесинди негизги проекция тегиздиктеринин кайсынысына чоң бурч менен жантайып жайгашса, ошол проекция тегиздигиндеги проекциясы калган проекцияларына салыштырмалуу кыска чоңдукта проекцияланат. Демек берилген кесиндинин проекциясынын чоңдугу,ошол кесиндинин негизги проекция тегиздиктерине жантайып жайгашкан бурчуна байланыштуу. 15-сүрөттө жалпы абалдагы [AB] кесиндисинин эпюру көрсөтүлгөн. Эпюрда көрсөтүлгөн AB кесиндисинин горизонталдык (A'B') жана фронталдык (A"B") проекциялары x огуна параллель жана перпендикуляр эмес, демек y жана z окторуна дагы параллель же перпендикуляр болбойт. Демек, кесиндинин проекция (π_1, π_2 жана π_3) тегиздиктерине салыштырмалуу абалын, алардын горизонталдык жана фронталдык проекциялары аркылуу эле аныктаса болот.



$(A'B', A''B'' \wedge A'''B''') \nparallel (x, y \wedge z)$

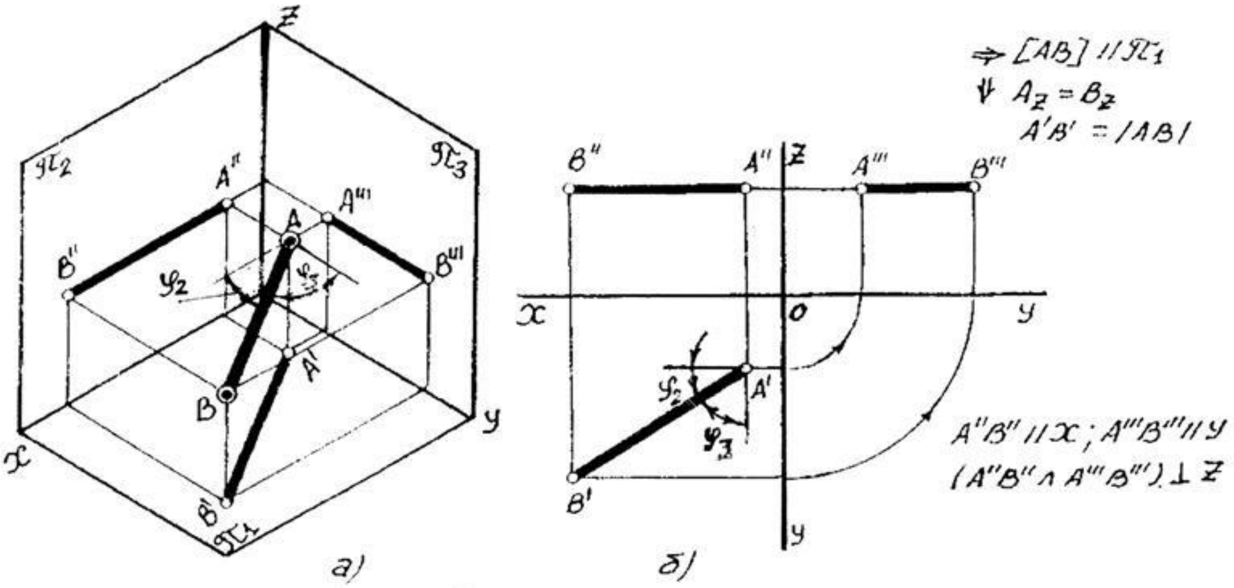
$[AB] \nparallel \wedge \not\perp (\pi_1, \pi_2 \wedge \pi_3)$

$(A'B', A''B'' \wedge A'''B''') < |AB|$

15-сүрөт

2. Эгерде түз сызык же кесинди проекция тегиздиктеринин бирине параллель болсо, деңгээл түз сызыктары деп атайбыз. (проекция тегиздиктеринин деңгээлиндеги).

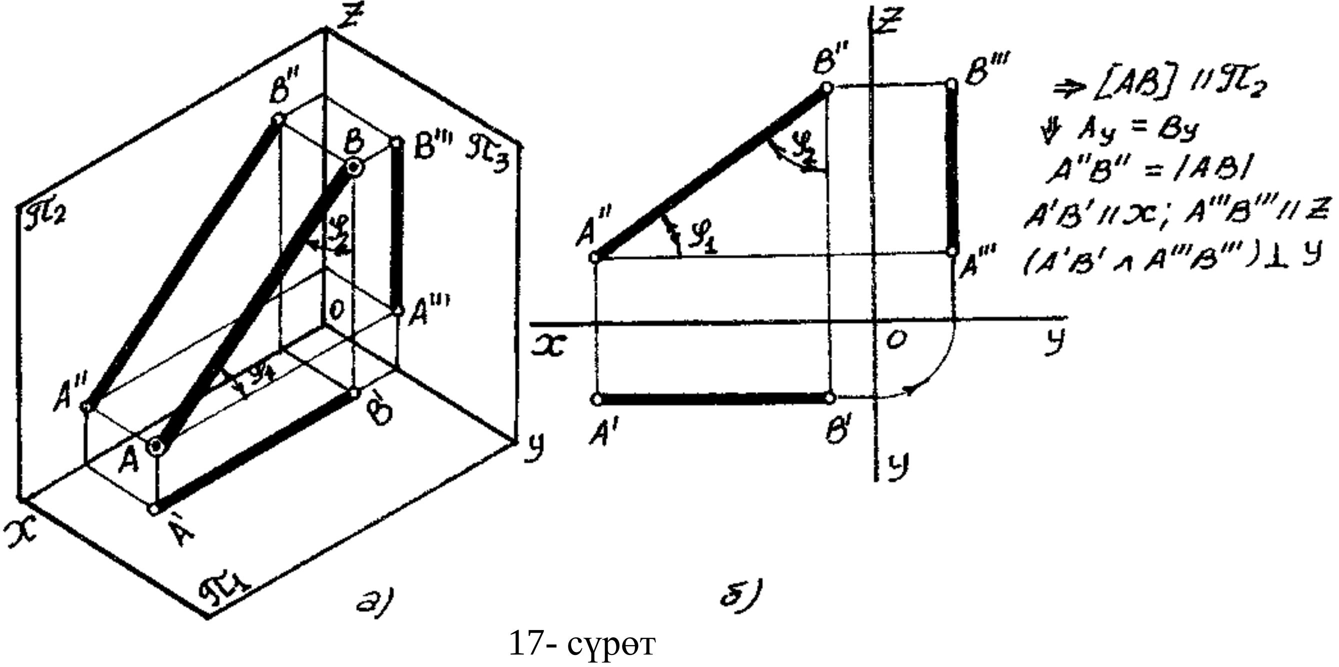
2а) Түз сызык же анын кесиндиси горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашса, горизонталь (горизонталдык проекция тегиздигинин деңгээлиндеги) түз сызыгы деп атайбыз. Мындай кесиндилердин фронталдык жана профилдик проекциялары z огуна перпендикуляр жайгашып, горизонталдык проекциясы кесиндинин чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланат. Горизонталь абалдагы кесиндинин фронталдык проекциясы $\boldsymbol{x}$ огуна, ал эми профилдик проекциясы $\boldsymbol{y}$ огуна параллель жайгашат. Бул учурда кесиндини чектеген чекиттердин апликаталары бирдей мааниге (чоңдука) ээ болушат (16-сүрөт).



16-сүрөт

16- сүрөттө φ_1 бурчу AB кесиндисинин фронталдык (π_2) проекция тегиздигине жантайган бурчу болсо, φ_2 бурчу AB кесиндисинин профилдик (π_3) проекция тегиздигине жантайган бурчун берет.

2б) Түз сызык же кесинди фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашса фронтал түз сызыгы деп атайбыз (17-сүрөт).

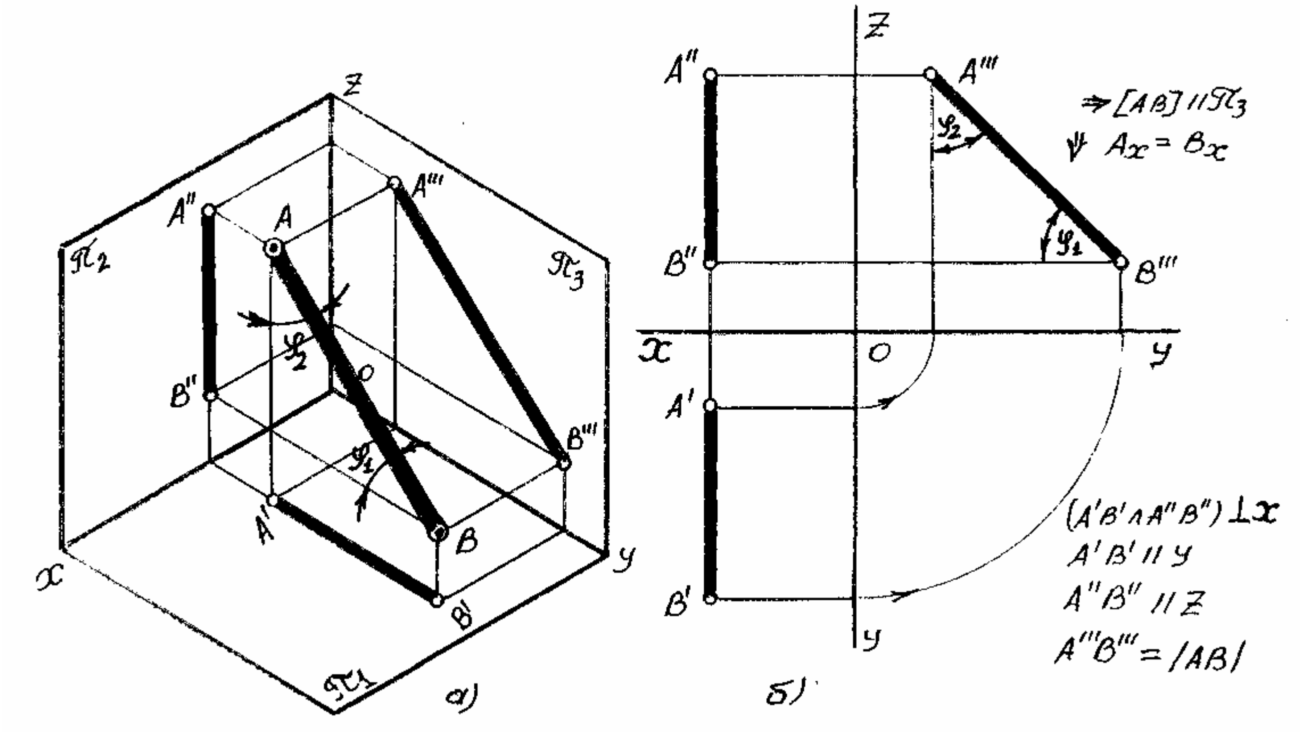


17- сүрөт

Мындай кесиндилердин горизонталдык проекциясы x огуна, ал эми профилдик проекциясы z огуна параллель жайгашып, фронталдык проекциясы кесиндинин чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланат. Же фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель түз сызыктардын горизонталдык жана фронталдык проекциялары ***y*** огуна перпендикуляр болушат. Бул учурда кесиндини чектеген чекиттер фронталдык (π_2) проекция тегиздигинен бирдей аралыкта жайгашат. 17- сүрөттө φ_1 бурчу AB кесиндисинин горизонталдык (π_1)

проекция тегиздигине жантайган бурчун берсе, φ_2 бурчу АВ кесиндисинин профилдик (π_3) проекция тегиздигине жантайган бурчун берет.

2в) Түз сызык же кесинди профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель жайгашса профиль түз сызыгы деп атайбыз. Мындай кесиндилердин горизонталдык жана фронталдык проекциялары х огуна перпендикуляр жайгашып, ал эми профилдик проекциясы кесиндинин чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланат. Демек профиль түз сызыгынын горизонталдык проекциясы y, ал эми фронталдык проекциясы **z** огуна параллель жайгашат (18-сүрөт). Профил түз сызыгында жаткан ар кандай чекиттер профилдик (π_3) проекция тегиздигинен бирдей аралыкта жатат. Мындай абалдагы кесиндини чектеген чекиттердин абциссалары барабар болушат (A_x=B_x).

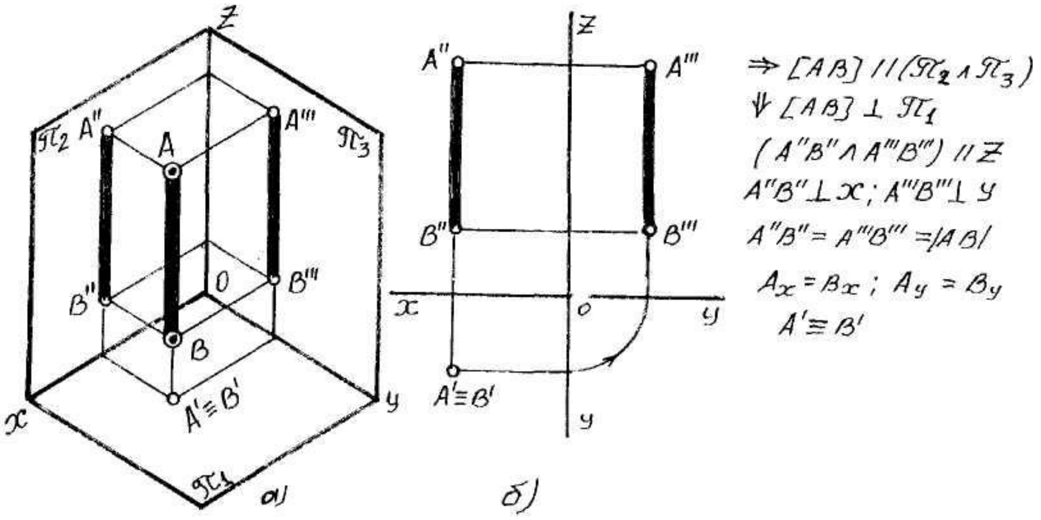


18-сүрөт

18- сүрөттө көрсөтүлгөн φ_1 бурчу берилген АВ кесиндисинин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине жантайган бурчу болсо, φ_2 бурчу ошол эле АВ кесиндисинин фронталдык (π_2) проекция тегиздигине жантайган бурчун берет.

3. Эгерде түз сызык же анын кесиндиси эки проекция тегиздигине параллель жайгашса, үчүнчүсүнө сөзсүз перпендикуляр болот, мындай кесиндилерди же түз сызыктарды проекциялануучу деп атайбыз. Мындай учурда кесиндинин бир проекциясы чекит болуп проекцияланат.

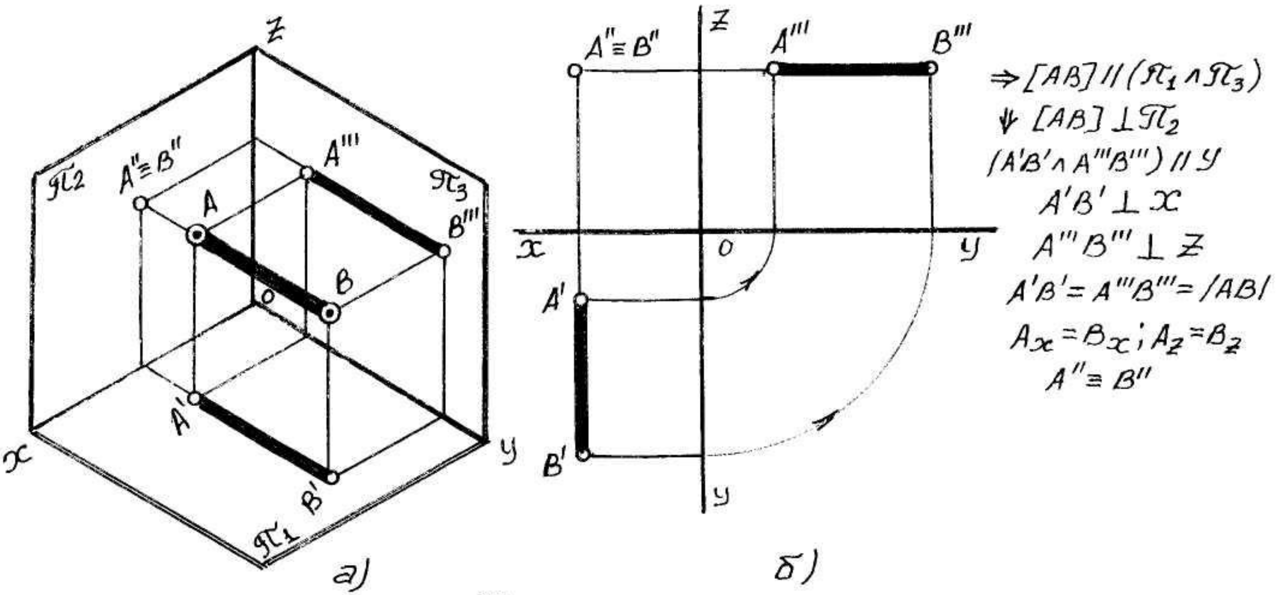
3а) Эгерде түз сызык фронталдык (π_2) жана профилдик (π_3) проекция тегиздиктерине параллель жайгашса, горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болот. Мындай абалдагы түз сызыктарды горизонталдык проекциялануучу түз сызык деп атайбыз. Бул учурда кесиндинин фронталдык жана профилдик проекциялары z огуна параллель жайгашып, кесиндинин чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекциялап,



19-сүрөт

ал эми горизонталдык проекциясы чекит болуп проекцияланат. 19-сүрөттө горизонталдык проекцияланууучу АВ кесиндисинин аксонометриялык проекциясы жана эпюру көрсөтүлгөн. Горизонталдык проекцияланууучу түз сызыктардын фронталдык проекциясы *x* огуна, ал эми профилдик проекциясы *y* огуна перпендикуляр абалда проекцияланат.

3б) Түз сызык же кесинди , горизонталдык (π_1) жана профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель жайгашса, фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр болот. Мындай түз сызыктарды же кесиндилерди фронталдык проекцияланууучу деп атайбыз. Бул учурда кесиндинин горизонталдык жана профилдик проекциялары у огуна параллель болуп, кесиндинин чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланат.

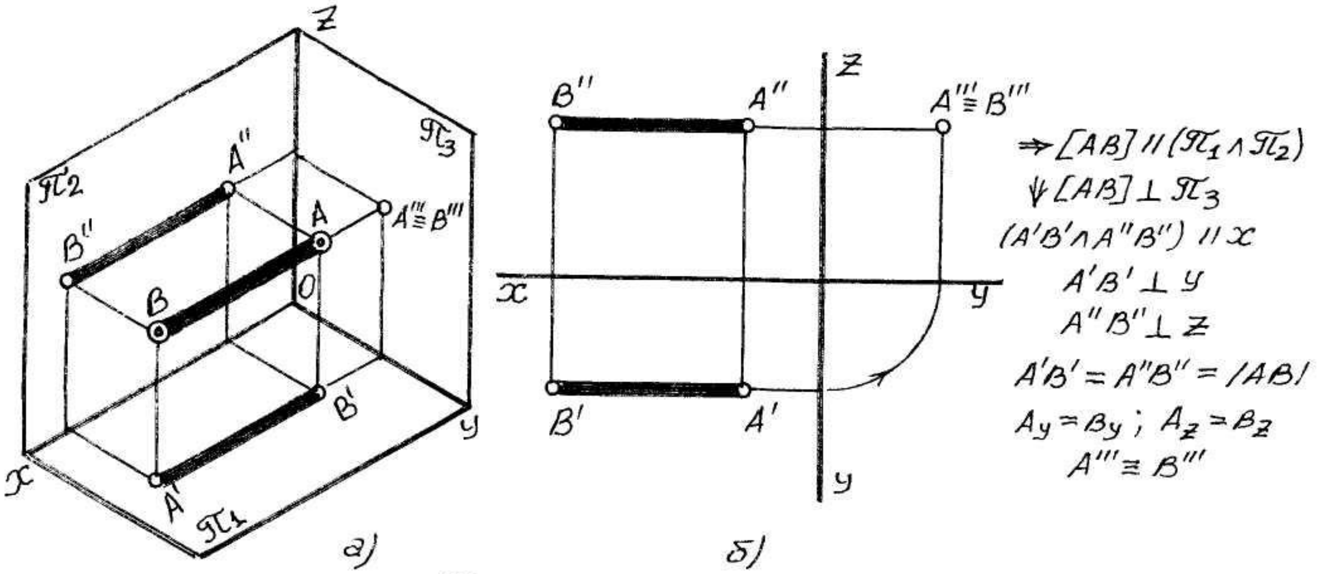


20-сүрөт

Ал эми фронталдык проекциясы чекит болуп проекцияланат. 20-сүрөттө фронталдык проекцияланууучу АВ кесиндисинин аксонометриясы жана эпюру (чиймеси) көрсөтүлгөн.

3в) Түз сызык же кесинди профилдик (π_3) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашса, горизонталдык (π_1) жана фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашат, мындай кесиндилерди же түз сызыктарды профилдик проекцияланууччу деп атайбыз.

Мындай абалда кесиндилердин горизонталдык жана фронталдык проекциялары x огуна жана өз ара параллель жайгашып, профилдик проекциясы чекит болуп проекцияланат. 21-сүрөттө профилдик (π_3) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашкан АВ кесиндисинин аксонометриясы жана эпюру (чиймеси) көрсөтүлгөн.



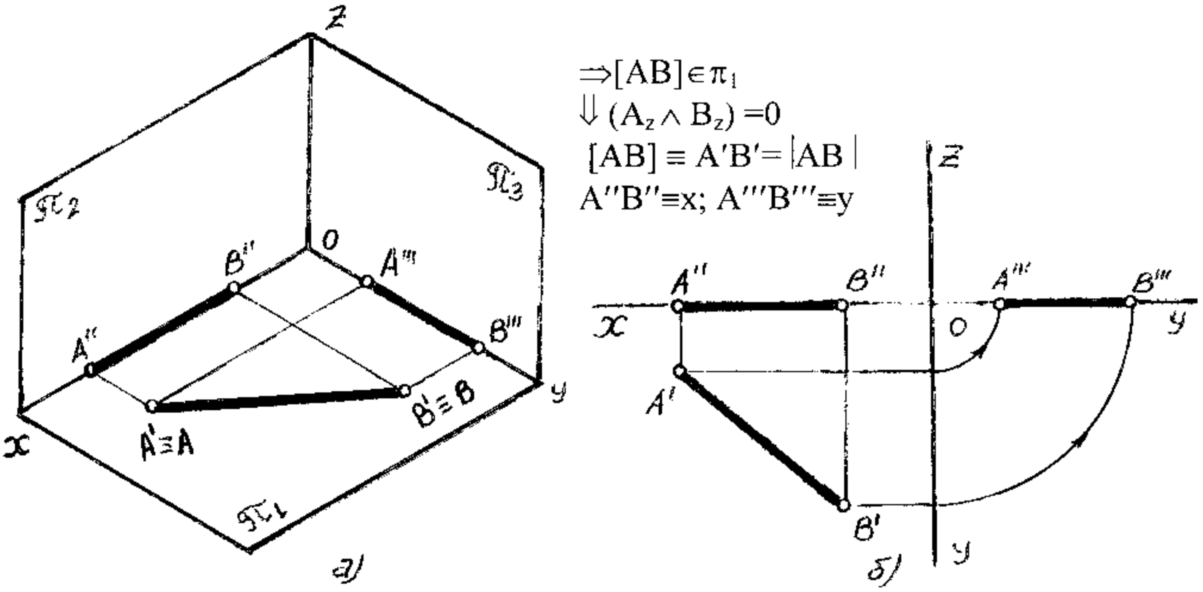
21-сүрөт

Мейкиндикте жайгашкан түз сызыктарды негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу караганда, түз сызыктар деңгээл же проекцияланууучу абалда болушса жалпылап жеке абалдагы түз сызыктар деп атап коёбуз.

4. Эгерде түз сызык же кесинди негизги (π_1,π_2 жана π_3) проекция тегиздиктеринин биринде жатса (таандык болсо) анда, мындай абалдагы түз сызыктарды нөлдүк сызыктар деп атайбыз.

4а) Түз сызык же анын кесиндиси горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине таандык болсо (жатса), анда мындай абалдагы түз сызыктар горизонталдык нөлдүк сызыктар деп аталышат (22-сүрөт). (Горизонталдык нөлдүк сызыктар горизонталь же болбосо, горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалдагы түз сызыктын жеке абалындай кароого болот. Анткени горизонталдык нөлдүк сызыктар горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен кесилишпейт).

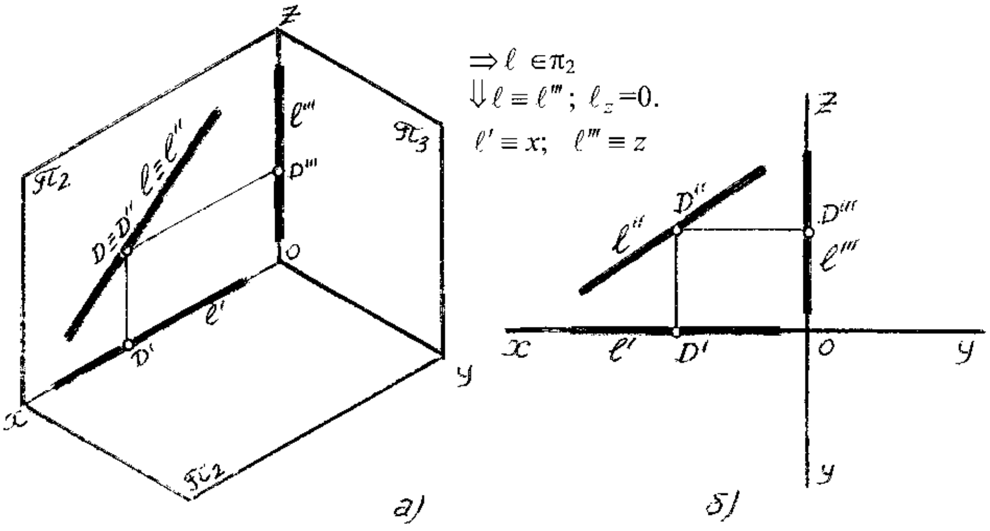
Горизонталдык нөлдүк сызыктардын фронталдык проекциялары ***x*** огу менен беттешсе, ал эми профилдик проекциялары ***y*** огу менен беттешет. 22-сүрөттө АВ кесиндиси горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине таандык болгондуктан анын горизонталдык (A'B') проекциясы кесиндинин чыныгы чоңдуна барабар чоңдукта проекцияланып (A'B'=(AB)), ал эми фронталдык (A''B'') проекциясы ***x***, профилдик (A'''B''') проекциясы ***y*** таандык болот (беттешет).



$\Rightarrow [AB] \in \pi_1$
$\Downarrow (A_z \wedge B_z) = 0$
$[AB] \equiv A'B' = |AB|$
$A''B'' \equiv x;\ A'''B''' \equiv y$

22-сүрөт

4б) Мейкиндик түз сызыгы фронталдык (π_2) проекция тегиздигинин бетинде жайгашса (фронталдык проекция тегиздигине таандык болсо), анда мындай абалдагы сызыктар фронталдык (23-сүрөт).

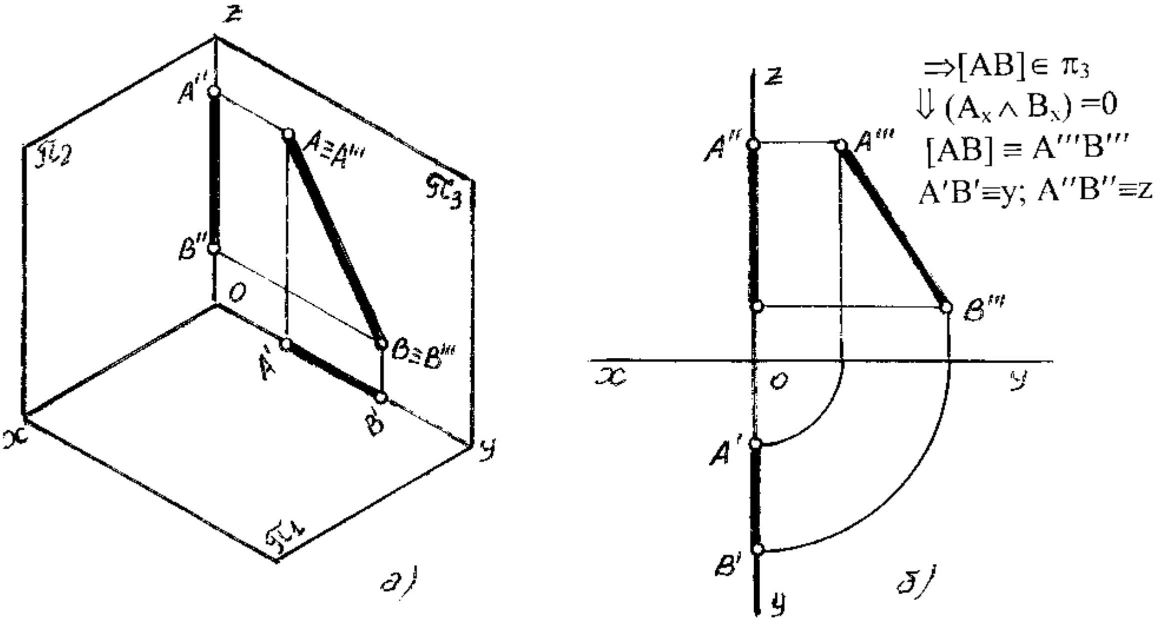


$\Rightarrow \ell \in \pi_2$
$\Downarrow \ell \equiv \ell'''$; $\ell_z = 0$.
$\ell' \equiv x;\ \ell''' \equiv z$

23-сүрөт

23-сүрөттө көрсөтүлгөндөй фронталдык (π_2) проекция тегиздигинде жайгашкан кесиндинин фронталдык проекциясы менен ошол кесиндинин өзү беттешет, ал эми горизонталдык (A'B') проекциясы ***x***, профилдик (A'''B''') проекциясы ***z*** огунда жатат (беттешет).

4в) Эгерде мейкиндик түз сызыгы же кесинди профилдик (π_3) проекция тегиздигине таандык болсо (жатса), анда мындай абалдагы түз сызыктар же кесиндилер нөлдүк түз сызыктар деп аталышат (24-сүрөт).



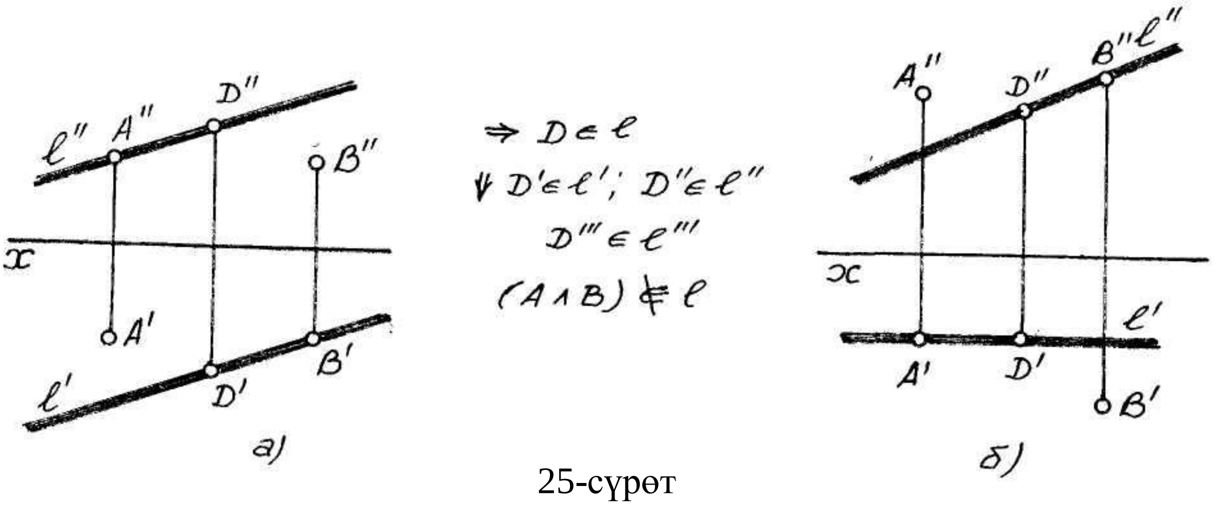
24-сүрөт

23-сүрөттө көрсөтүлгөндөй профилдик нөлдүк түз сызыктардын профилдик (A'''B''') проекциясы, ошол түз сызыктын өзү менен беттешет, ал эми горизонталдык проекциясы (A'B') y , фронталдык (A''B'') проекциясы z менен беттешет (же жатат).

3.3. Түз сызыктагы чекит

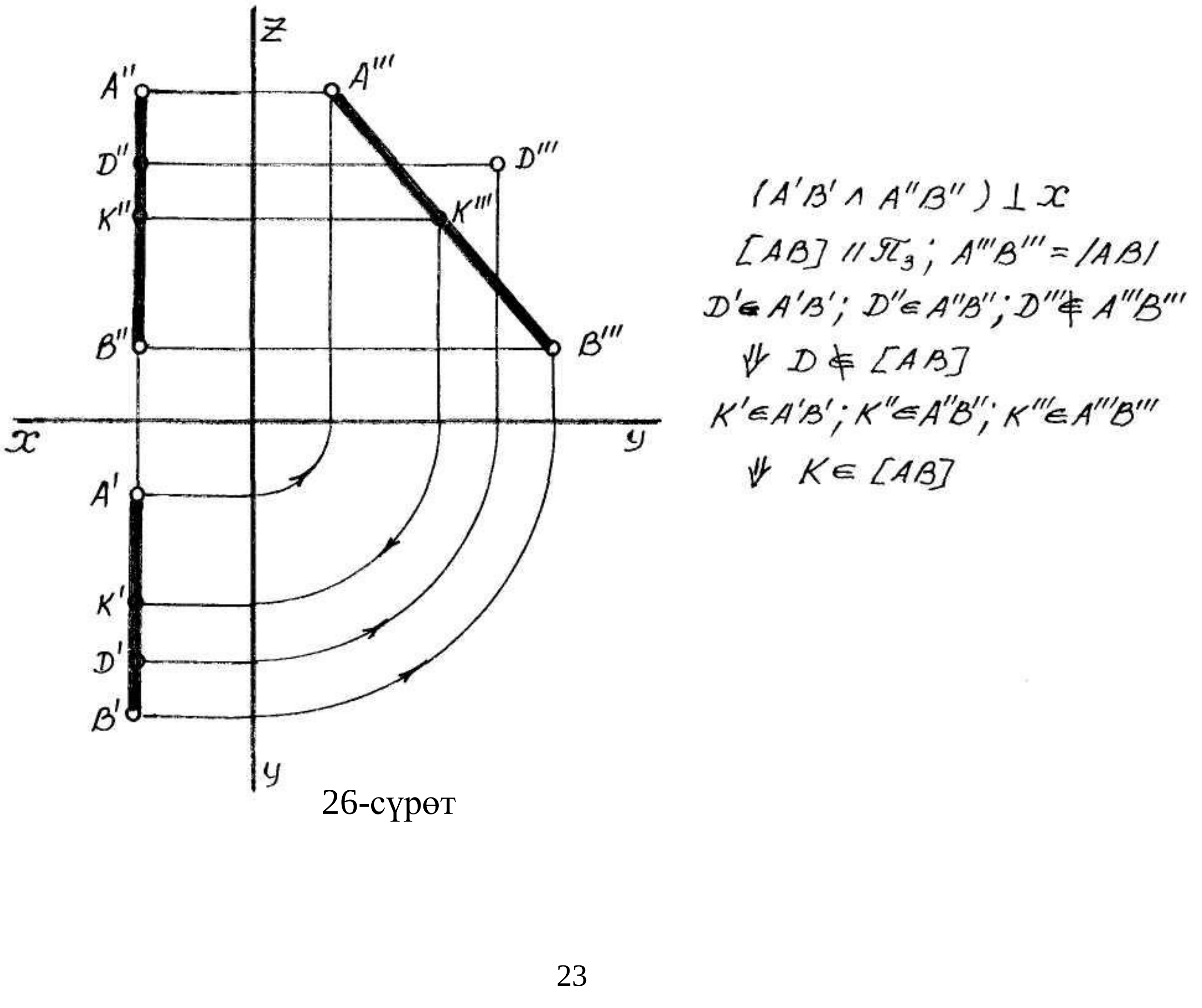
Эгерде чекит түз сызыкта жатса, анда ал чекиттин проекциялары, ошол түз сызыктын дал келген проекцияларында жатат. Мисалга: D чекити ℓ түз сызыгында жатса D чекитинин горизонталдык проекциясы (D') түз сызыктын горизонталдык (ℓ') проекциясында, чекиттин фронталдык (D'') проекциясы, түз сызыктын фронталдык (ℓ'') проекциясында, ошондой эле чекиттин профилдик (D''') проекциясы, түз сызыктын профилдик (ℓ''') проекциясында жатышы талапка ылайык (25-сүрөт). 25-сүрөттө D чекити ℓ түз сызыгында жатса A жана B чекиттери ℓ түз сызыгында жатпайт.

Чекиттин түз сызыкта жатаарын, же түз сызык аркылуу чекит өтөөрүн алардын горизонталдык жана фронталдык проекциясы аркылуу аныктоо жетиштүү. Эгерде берилген түз сызык профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель абалда жайгашпаса. Ал эми түз сызык же кесинди профилдик (π_3) проекция



25-сүрөт

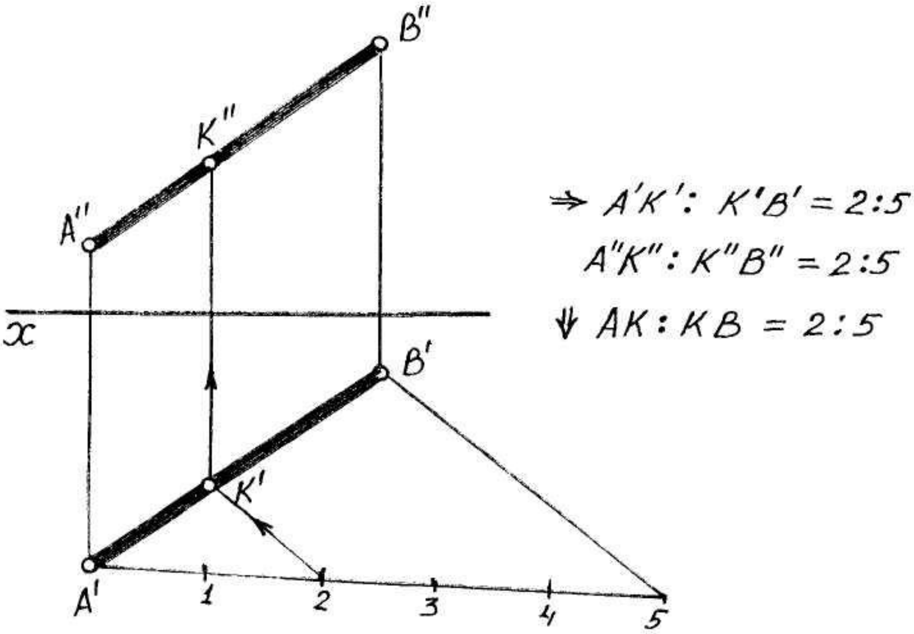
тегиздигине параллель жайгашса, мындай түз сызыктарда чекиттин жатаарын аныктоо үчүн алардын үчүнчү профилдик проекциясын дагы чиймеге тургузуу талап кылынат (26-сүрөт). 26-сүрөттө D чекити AB кесиндисинде жатпайт, ал эми K чекити AB кесиндисинде жатат. Анткени жогорудагы эрежеге ылайык, D чекити профилдик AB кесиндисинде жатыш үчүн, анын профилдик (D''') проекциясы берилген кесиндинин профилдик проекциясында жатыш керек эле. Ошондуктан 26- сүрөттөгү D чекити AB кесиндисинде жатпайт.



26-сүрөт

3.4. Кесиндини белгиленген катышта бөлүү

Ар кандай кесиндини белгиленген катышта бөлүүгө болот. 27-сүрөттө АВ кесиндисинин проекциясы 2 : 5 болгон катышындай эле эки бөлүккө бөлүнгөнү көрсөтүлгөн. Ал үчүн кесиндинин А чекити аркылуу каалаган түз сызык жүргүзүп, аны беш бөлүккө бөлөбүз жана жана B' 5 түз сызыгын тургузабыз. Эркин жүргүзүлгөн түз сызыкка таандык болгон 2-чекиттен B' 5 түз сызыгына параллель түз сызык жүргүзүп, K' чекитин, андан кийин K'' чекитин аныктайбыз. Бул учурда A' K' : K' B'=2:5 болгондуктан К чекити АВ кесиндисинин 2:5 болгон катышындай экиге бөлүнөт.



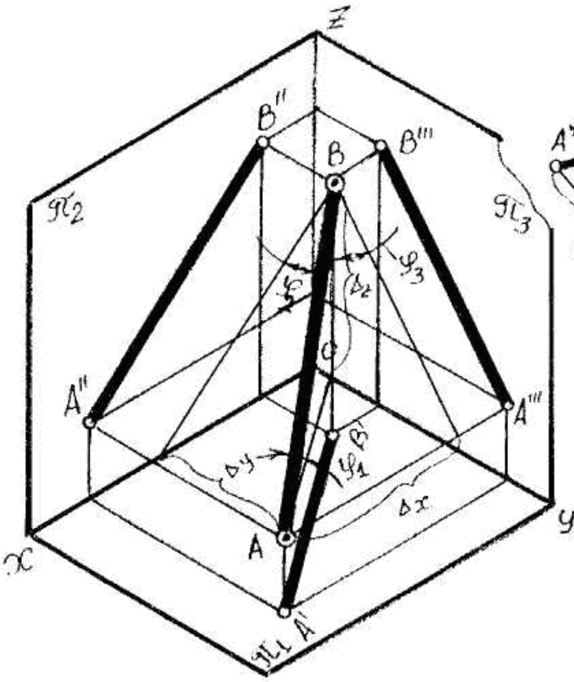
27-сүрөт

Текшерүү суроолору

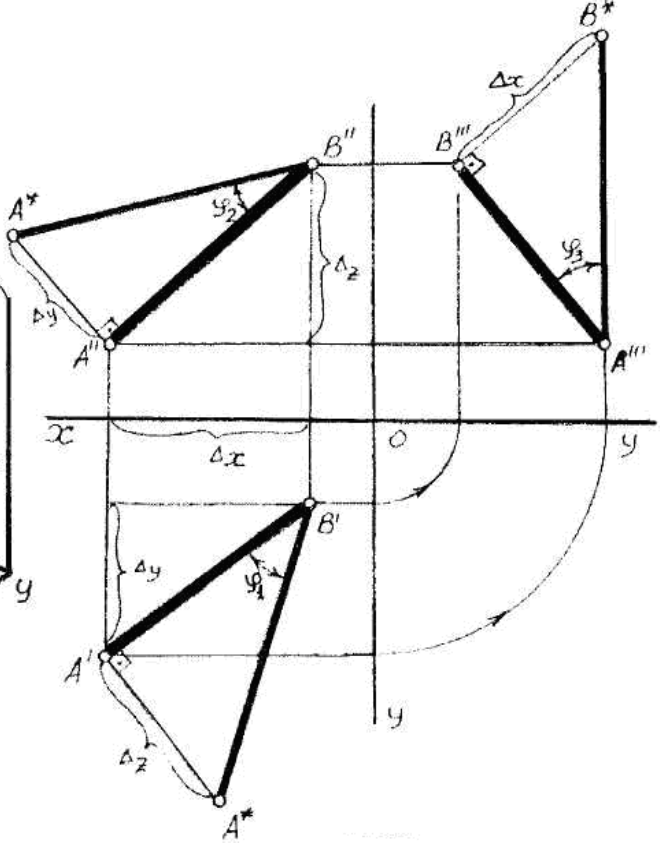
1. Түз сызыктын кесиндисин кандайча алабыз?
2. Түз сызык же кесинди негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу кандай абалдарда болушат?
3. Жалпы абалдагы деп кандай абалдагы түз сызыктарды атайбыз?
4. Деңгээл абалда түз сызыктар кандай абалда болушат?
5. Горизонталь түз сызыгы деп кандай түз сызыктарды атайбыз?
6. Профиль түз сызыгы проекция окторуна салыштырмалуу кандай абалда жайгашат?
7. Проекциялануучу деп кандай түз сызыктарды атайбыз?
8. Фронталдык проекциялануучу АВ кесиндисинин эпюрун (чиймесин) тургузгула.
9. Горизонталдык проекциялануучу деп кандай абалдагы түз сызыктарды атайбыз?
10. Кандай шартта чекит түз сызыкта жатат?
11. Чекит аркылуу түз сызыкты кандай тартипте жүргүзөбүз?
12. Кандай тартипте чиймеде берилген кесиндини берилген катышка бөлөбүз?

3.5. Жалпы абалда кесиндинин чыныгы чоңдугун жана проекция тегиздиктерине (π_1, π_2, π_3) жантаю бурчун чиймеге (эпюргө) тургузуу

Жалпы абалдагы кесиндинин бардык проекциясы, анын чыныгы чоңдугунан кичине чоңдукта проекцияланат. Берилген кесинди проекция тегиздигине канчалык чоң бурч менен жантайып жатса, ошол проекция тегиздигиндеги проекциясы калган проекцияларына салыштырмалуу кичине болот. Жалпы абалдагы ар кандай кесиндинин проекция тегиздигине жантайган бурчу болуп, берилген кесинди менен проекция тегиздиктеринин бетиндеги проекцияларынын аралыгындагы бурч эсептелет (28-сүрөт).



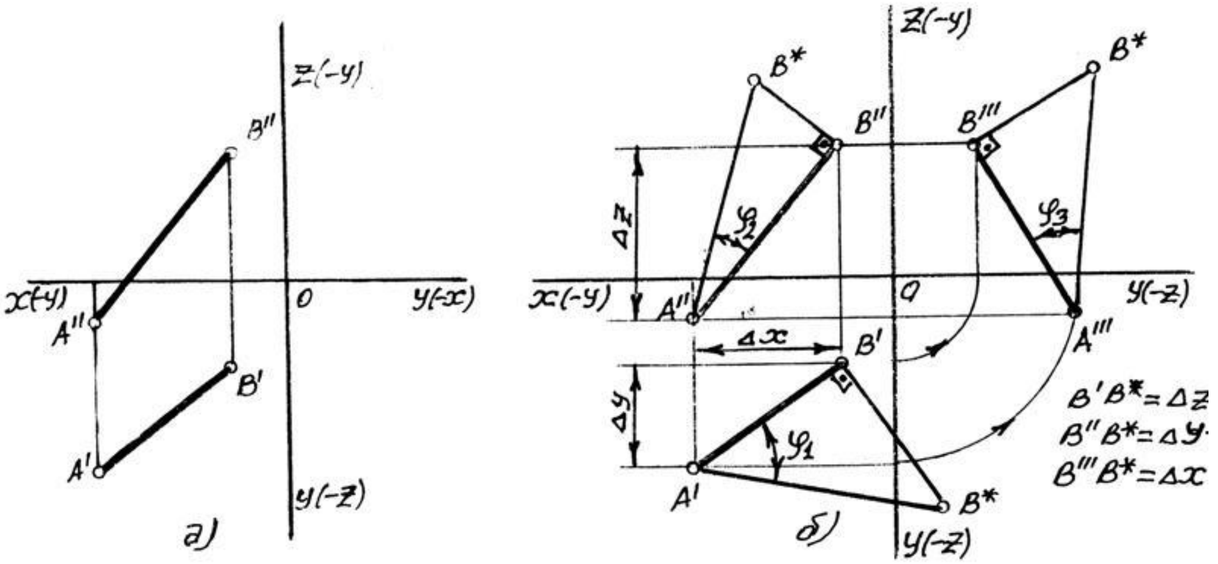
28-сүрөт



29-сүрөт

29-сүрөттө АВ кесиндисинин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине жантайган (φ_1) бурчун аныктай турган болсок, тик бурчтуу үч бурчтуктун бир катети кесиндинин горизонталдык (АВ) проекциясы, экинчи катети кесиндини чектеген А жана В чекиттеринен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине чейинки аралыктын айырмасы ($\Delta z=B_z-A_z$), ал эми гипетенузасы АВ кесиндисинин чыныгы чоңдугун берип $A'B'=|AB|\varphi_1$, бурчу АВ кесиндисинин горизонталдык проекция тегиздигине жантайган бурчун берет (АВ кесиндиси менен π_1 тегиздигинин арасындагы бурч). Ушундай эле ыкма менен АВ кесиндисинин фронталдык (π_2) проекция тегиздигине (φ_2) жана профилдик (π_3) проекция тегиздигине жантайган (φ_3) бурчтарын аныктоого болот.

Эгерде берилген түз сызык же кесинди проекция тегиздиктеринин бирине параллель жайгашса, кесиндинин чыныгы чоңдугун жана проекция тегиздиктерине жантаю бурчун кошумча чийме чийип аныктоонун зарылчылыгы жок. Анткени кесинди кайсы проекция тегиздигине параллель жайгашса ошол проекция тегиздиктериндеги проекциясы чоңдугу боюнча өзгөрүлбөй проекияланат. 16-сүрөттө берилген АВ кесиндиси горизонталдык π_1 проекция тегиздигине параллель жайгашкандыктан анын горизонталдык проекциясы, берилген кесиндинин чыныгы чоңдугуна барабар болот. Ал эми фронталдык (π_2) жана профилдик (π_3) проекция тегиздигине жайгашкан бурчун ошол эле эпюрдан көрсөтүгө болот. Чиймеде берилген жалпы абалдагы кесиндини чектеген чекиттер ар кандай чейректерде же октанттарда жатып калышы мүмкүн. Бирок кесиндини чектеген чекит кайсыл октантта же чейректе жатпасын анын чыныгы чоңдугун жана негизги проекция тегиздиктерине жантаю бурчун жогоруда көрсөтүлгөн ыкма менен аткарылат.Мисалга 30-сүрөттө кесиндини чектеген АВ кесиндисинин В чекити биринчи октантта, ал эми А чекити төртүнчү октантта жайгашкан. 30а- сүрөттө маселенин берилиши, 30б- сүрөттө маселенин аткарылышы көрсөтүлгөн.

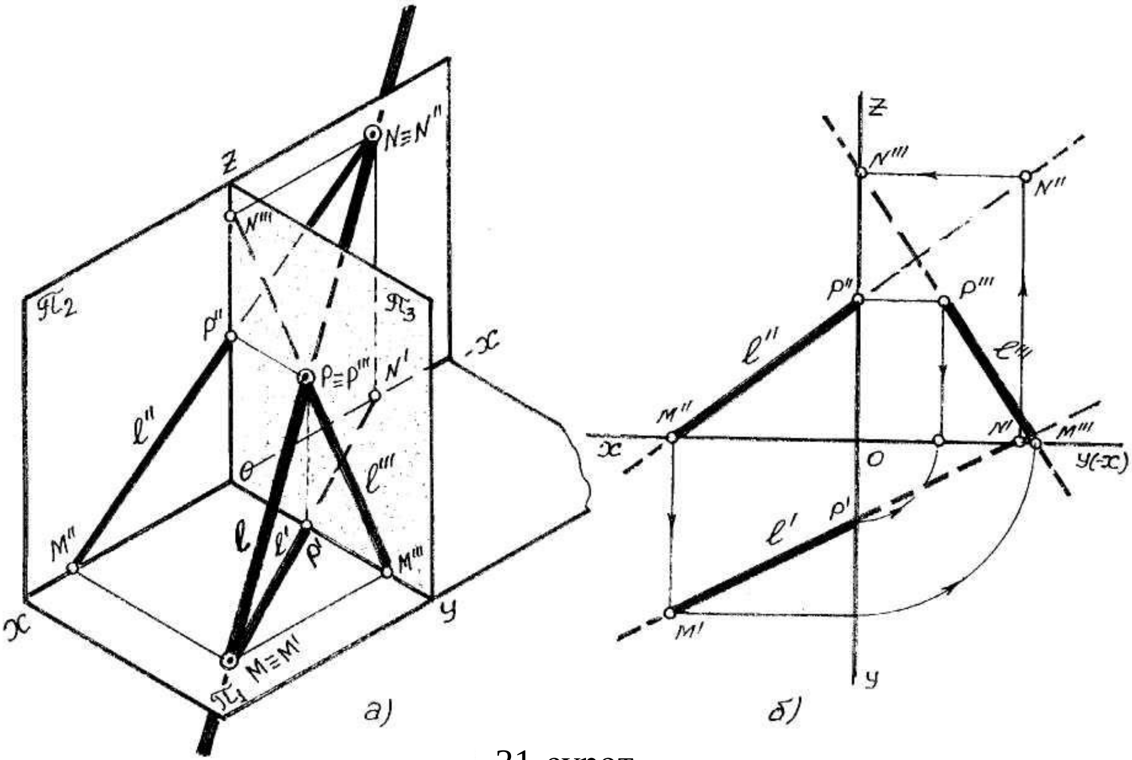


30-сүрөт

3.6. Түз сызыктын изи

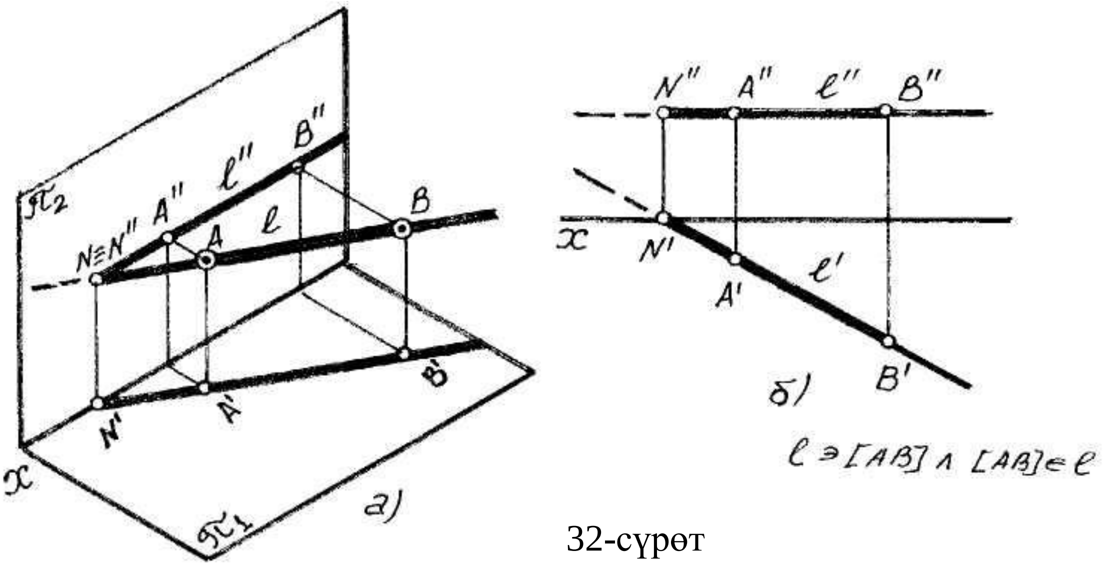
Түз сызыктын издери жеке абалдагы чекиттер, анткени ал чекиттер мейкиндиктеги түз сызыктар негизги проекция тегиздиктери менен кесилишкенде пайда болот.

30а-сүрөттө жалпы абалдагы ℓ түз сызыгын горизонталдык (M≡M'), фронталдык (N≡N'') жана профилдик (P≡P''') издеринин аксонометриясы көрсөтүлсө, 30б-сүрөттө ошол эле ℓ түз сызыгынын издеринин эпюру чийилген. 30-сүрөттө көрүнүп тургандай түз сызык горизонталдык (π_1) проекция тегиздигин кесип өткөндө пайда болгон чекити ошол түз сызыктын горизонталдык (M≡M') изи деп атайбыз жана ал чекит өзүнүн горизонталдык проекциясы менен беттешсе, ℓ түз сызыгынын фронталдык изи, ошол түз сызык фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен кесилишкенде пайда болуп, өзүнүн фронталдык проекциясы менен беттешет (N≡N'''). Ал эми түз сызыктын профилдик изи, профилдик (π_3) проекция тегиздиги менен кесилишкенде пайда болуп, өзүнүн профилдик проекциясы менен беттешет (P≡P'''). Демек, түз сызык жалпы абалга ээ болсо үч изге ээ болуп, негизги үч проекция тегиздиги менен кесилишет.



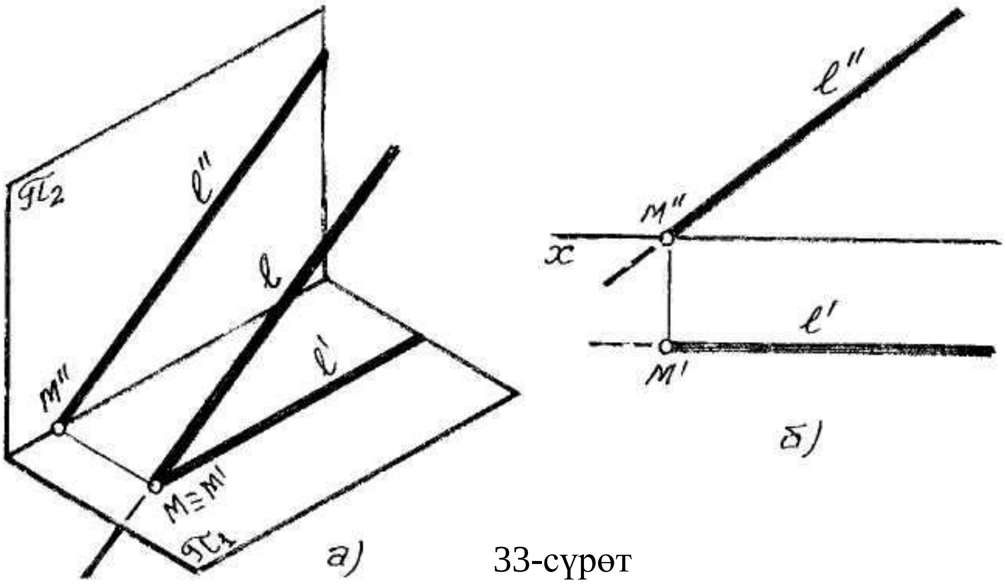
31-сүрөт

Эгерде түз сызык деңгээл абалда болсо, эки проекция тегиздиги менен гана кесилиши, эки изге ээ болот. Анткени түз сызык кайсы проекция тегиздигине параллель болсо, анда проекция тегиздиги менен кесилишпейт. Мисалга: ℓ түз сызыгы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллел жайгашса горизонталдык изге ээ болбойт. Түз сызыктын мындай абалы 32-сүрөттө көрсөтүлгөн.



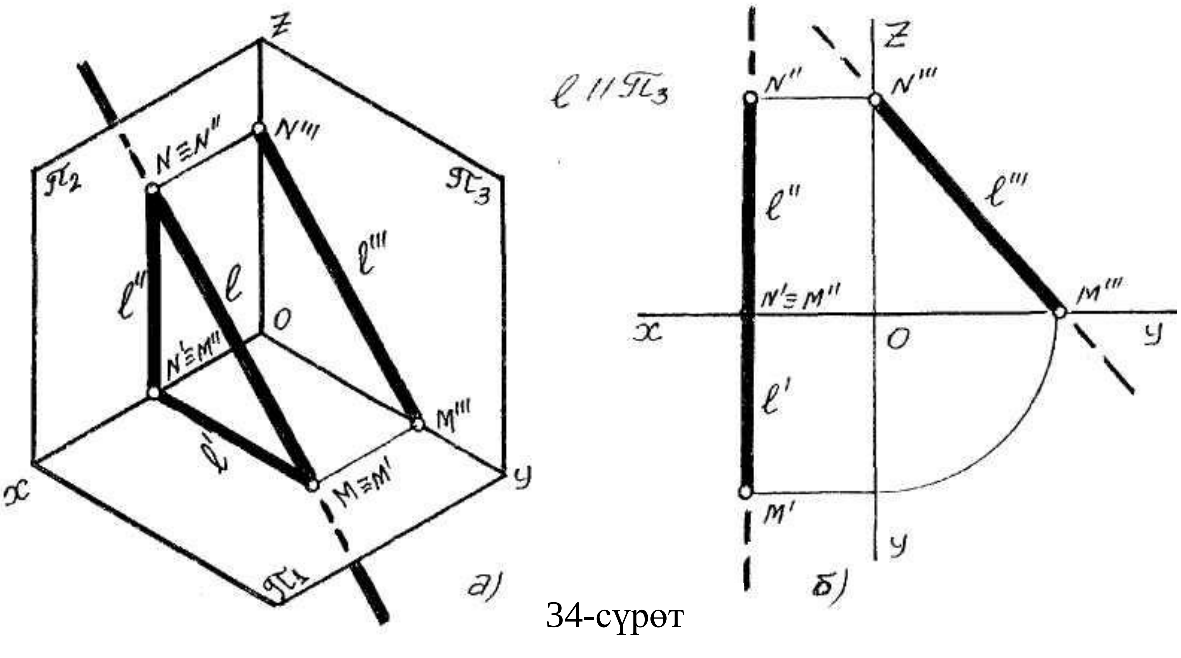
32-сүрөт

33-сүрөттө фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашкан ℓ түз сызыгынын изинин аксонометриясы жана эпюру көрсөтүлгөн.



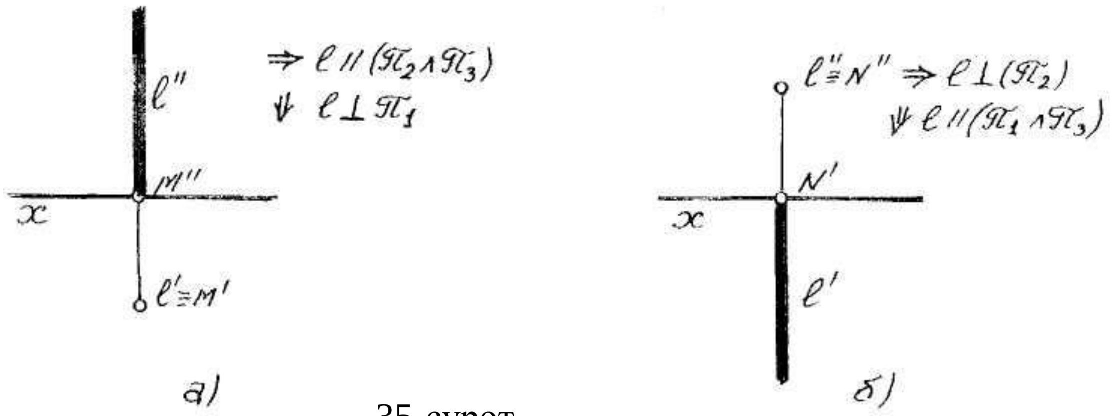
33-сүрөт

Эгерде түз сызык профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель жайгашса түз сызыктын профилдик (P) изге ээ болбойт, Демек, түз сызык бул учурда горизонталдык (M≡M') жана фронталдык (N≡N'') издерге ээ болот. (34-сүрөт)



34-сүрөт

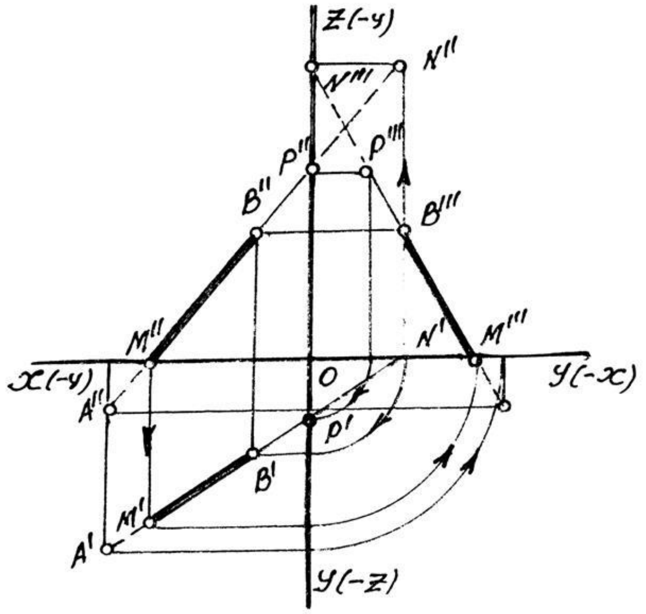
Түз сызык эки проекция тегиздигине параллель болсо, үчүнчүсүнө сөзсүз перпендикуляр болот. Мындай абалдагы түз сызык бир гана, же болбосо кайсы проекция тегиздигине перпендикуляр болсо ошол гана проекция тегиздигине изге ээ болот. Анткени проекцияланууучу түз сызык же түз сызыктын кесиндиси эки негизги проекция тегиздигине параллель болгондуктан, эки проекция тегиздиги менен кесилишпейт. Горизонталдык жана фронталдык проекциялануучу түз сызыктын издеринин эпюру 35-сүрөттө көрсөтүлдү.



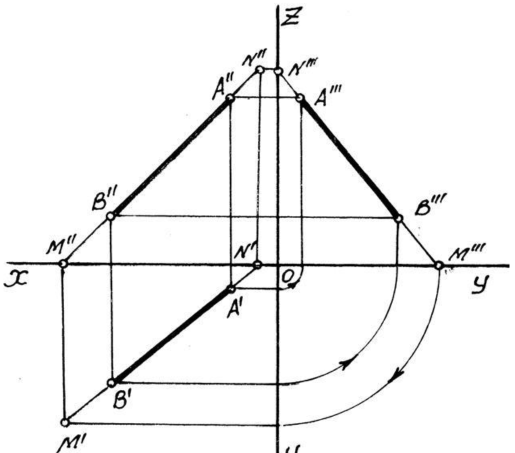
35-сүрөт

Проекциялануучу түз сызыктын изи, түз сызыктын негизги проекция тегиздигине чекит болуп проекцияланган проекциясы менен беттешет. (Мисалга: горизонталдык проекциялануучу түз сызыктын горизонталдык проекциясы менен анын горизонталдык изи беттешип бир чекитке дал келет).

Мейкиндикте берилген түз сызык же кесинди жалпы абалда жайгашса, анда ал түз сызык негизги үч проекция тегиздигин тең кесип өтөт, демек үч изге ээ болот. Мисалга 36-сүрөттө берилген жалпы абалдагы АВ кесиндисинин изин чиймеге түшүрүп, көрүнгөн жана көрүнбөгөн бөлүктөрүн аныктасак, кесиндинин издеринин проекциялары x, y жана z окторунан аныктап андан соң, байланыш сызыктарынын жардамы менен горизонталдык М (M'M"M'"), фронталдык N(N'N"N'")жана P(P'P"P'") издерин чиймеге тургузабыз (36-37сүрөттөр).



36-сүрөт



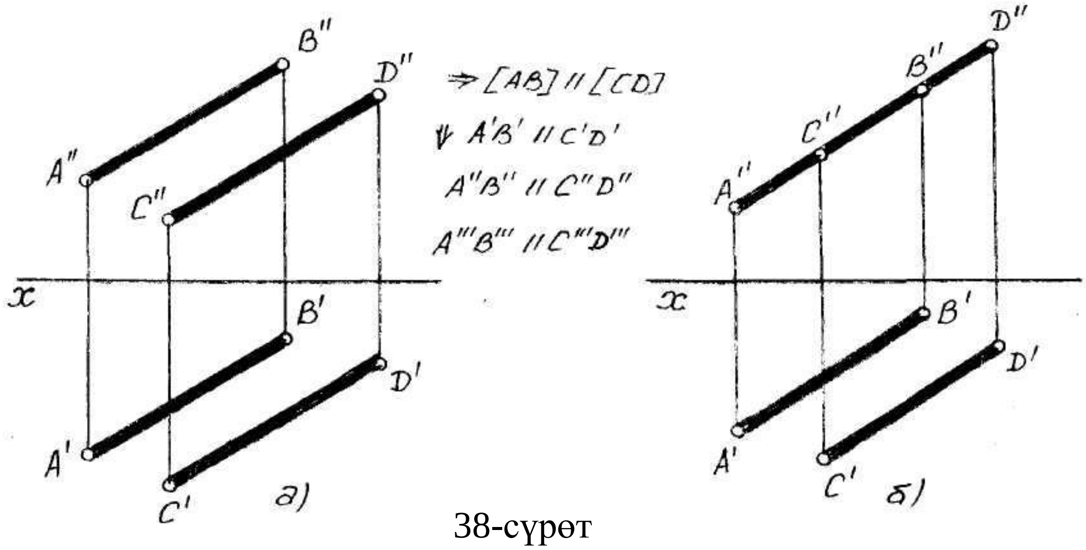
37-сүрөт

3.7. Эки түз сызыктын өз ара абалдары

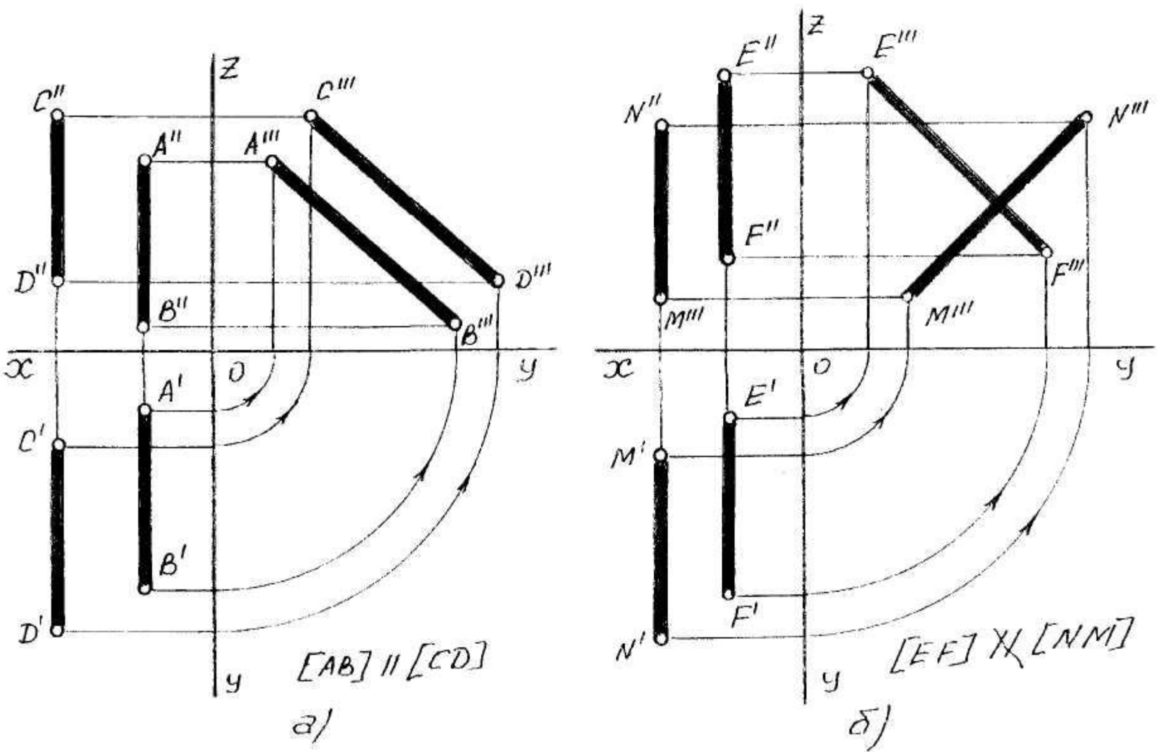
Мейкиндикте эки түз сызык же алардын кесиндилери өз ара үч абалда болушат:

1. Өз ара параллель;
2. Өз ара кесилишкен;
3. Өз ара кайчылашкан;

1. Эгерде эки түз сызык бир тегиздикте жатып, жалпы бир чекитке ээ болушпаса анда ал түз сызыктар өз ара параллель болушат. Ал эми эпюрдө эки түз сызык өз ара параллель болсо, анда ал эки түз сызыктын бир аттуу проекциялары дагы параллель болушат. 38-сүрөттө жалпы абалдагы өз ара параллель абалдагы AB жана CD кесиндисинин чиймеси көрсөтүлгөн.



38-сүрөт

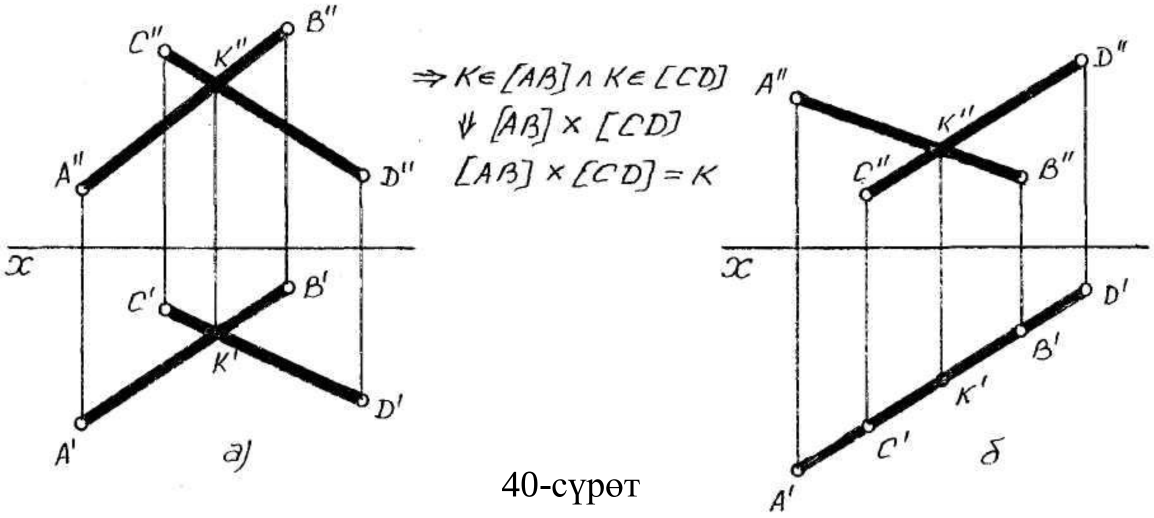


39-сүрөт

38б-сүрөттө көрүнүп тургандай, эки түз сызыктын же кесиндинин бир проекциясы беттешип, экинчи проекциясы параллель болушса, экинчи проекциясы параллель болушса, бул учурда дагы эки түз сызык өз ара параллель болушат.

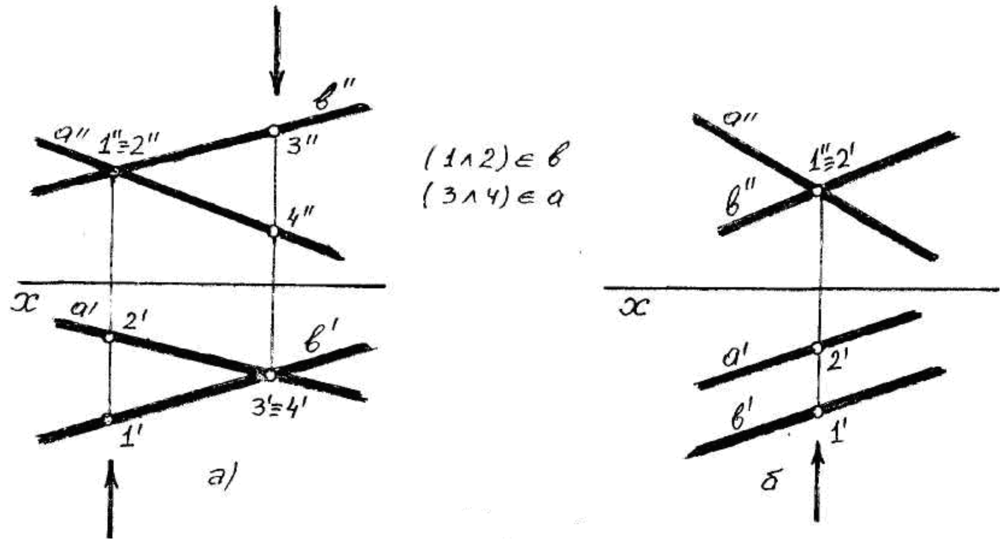
Эгерде эки түз сызыктын экөө тең профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель абалда жайгашса анда ал эки түз сызыктын параллелдүүлүгүн аныктоо үчүн үчүнчү профилдик проекцияларын дагы чиймеге тургузуу талапка ылыйык (39-сүрөт). Калган учурда эки түз сызыктын же кесиндинин өз абалын аныктоо үчүн алардын эки эле проекциясы жетиштүү.

2.Эгерде эки түз сызык бир тегиздикте жатып, жалпы бир чекитке ээ болушса, анда ал эки түз сызык же кесинди өз ара кесилишет. Эпюрда кесилишкен эки түз сызыктын бир аттуу проекциялары кесилишкенде пайда болгон чекит (К) бир байланыштыруучу түз сызыкта жатат (40-сүрөт).



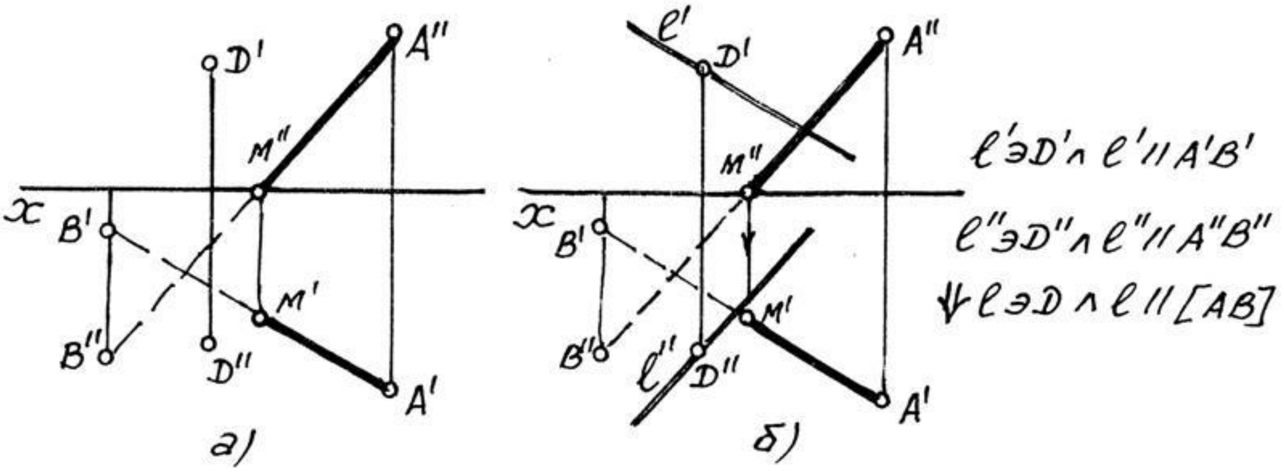
40-сүрөт

3.Эгерде мейкиндикте берилген эки түз сызык бир тегиздикте жатпаса анда, ал эки түз сызык же кесинди өз ара кайчылашат. Эпюрда кайчылаш эки түз сызыктын бир аттуу проекциялары кесилишсе, кесилиште пайда болгон чекиттер бир байланыштыруучу түз сызыкта жатпайт. 41-сүрөттө кайчылашкан ***а*** жана ***в*** түз сызыктарынын эпюру көрсөтүлгөн.



41-сүрөт

41а-сүрөттөгү 1,2,3,4 чекиттери аныктоочу чекиттер деп аталышат, ошол чекиттердин жардамы менен кайчылашкан эки түз сызыктын кайсынысы үстүндө жана фронталдык (π_2) проекция тегиздигинен алыс жатаарын аныктайбыз. Мисал: D чекити аркылуу АВ кесиндисине параллель ℓ түз сызыгын жүргүзүү (42-сүрөт). Бул учурда эки түз сызыктын параллелдүүлүгүн эске алып, D чекити аркылуу өткөн түз сызыктын горизонталдык проекциясы (ℓ') D чекитинин горизонталдык (D') проекциясы аркылуу өтүп, берилген кесиндинин горизонталдык (A'B') проекциясына параллель (ℓ' э D' ∧ ℓ'// A'B'), ал эми D чекити аркылуу өткөн түз сызыктын фронталдык (ℓ") проекциясы D чекитинин фронталдык (D") проекциясы аркылуу өтүүсү шартка ылайык (ℓ" э D" ∧ ℓ"// D").



42-сүрөт

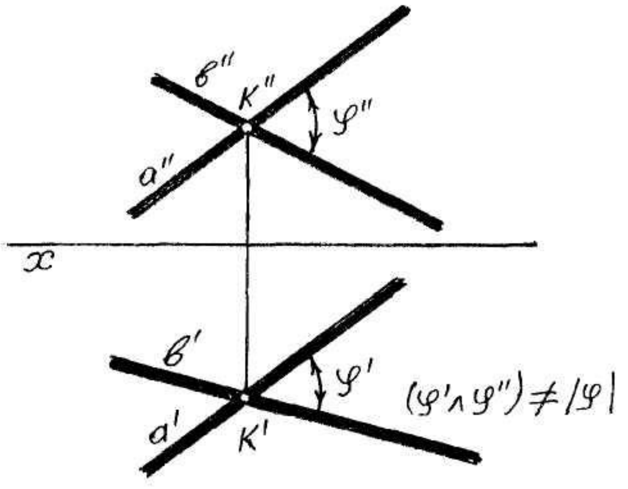
42а-сүрөттө берилген шарт боюнча маселенин берилиши, ал эми 42б-сүрөттө маселенин аткарылгандыгы көрсөтүлгөн. Бул мисалда А чекити биринчи, В чекити төртүнчү чейректе жайгашса, D чекити үчүнчү чейректе жайгашкан.

3.8. Тегиз бурчтардын проекциялары

Мейкиндикте кесилишкен эки түз сызыктын арасындагы бурчтарды тегиз бурчтар деп атайбыз. Тегиз бурчтардын проекциялары кесилишкен эки түз сызыктын негизи (π_1, π_2, π_3) проекция тегиздигине салыштырмалуу абалына байланыштуу проекцияланат.

1. Эгерде кесилишкен эки түз сызыктын экөө тең жалпы (проекция тегиздиктеринин бирөөнө дагы параллель эмес) абалда болсо, анда алардын арасындагы тегиз бурчтун баардык проекциялары өзгөрүлүп же болбосо тегиз бурчтун чыныгы чоңдугуна барабар эмес абалда проекцияланат $(\varphi'\wedge\varphi'')\neq|\varphi|$ (43-сүрөт)

2. Эгерде кесилишкен эки түз сызыктын бири проекция тегиздиктеринин бирине параллель жайгашса, тегиз бурчтун ошол проекция тегиздиктериндеги проекциясы өзгөрүлбөй проекцияланат (44-сүрөт).



Бул учурда тегиз бурч проекция тегиздиктерине бирде бурч менен жантайып жатса, тегиз бурчтун проекциялары бирдей чоңдукта болушат. Бирок чыныгы чоңдукка барабар эмес.

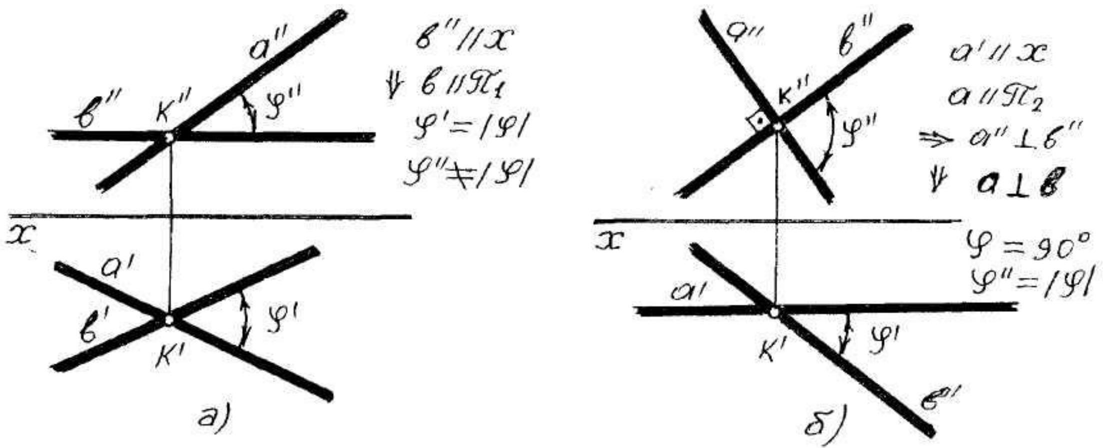
43-сүрөт

44а-сүрөттө кесилишкен ***а*** жана ***в*** түз сызыктарын ***в*** түз сызыгы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашкан, ошондуктан жогорудагы шартка ылайык, кесилишкен эки түз сызыктын арасындагы бурчтун горизонталдык (φ') проекциясы өзгөрүлбөй проекцияланган (φ') =|φ| . Эгерде кесилишкен эки түз сызыктын бири фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашса, анда тегиз бурчтун фронталдык проекциясы эпюру (чиймеде) өзгөрүлбөй проекцияланмак.

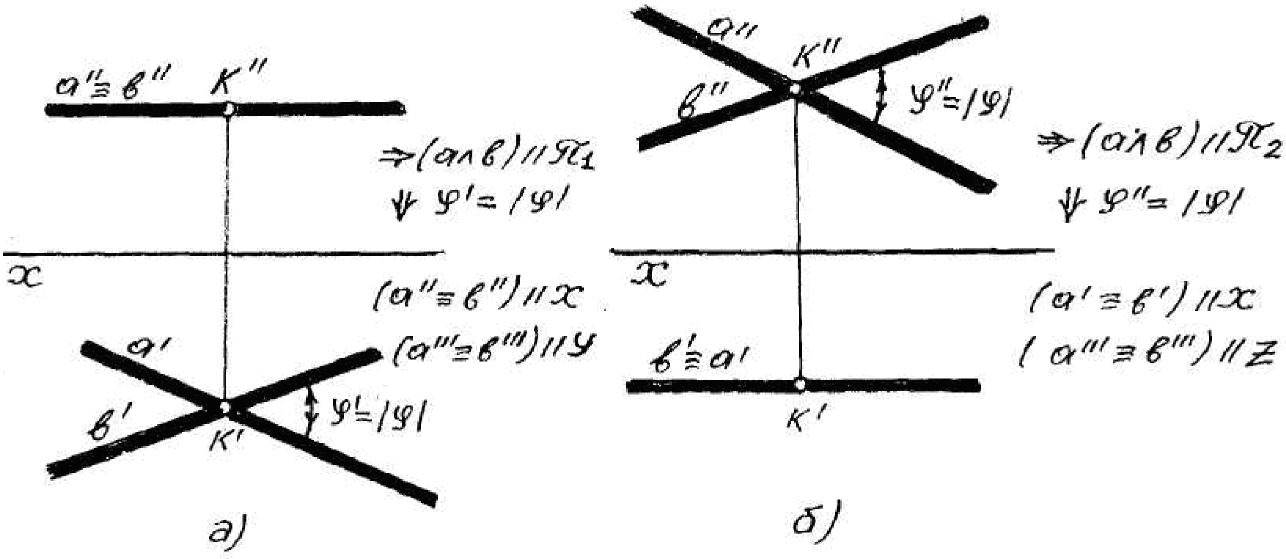
44б-сүрөттөн көрүнүп тургандайкесилишкен эки түз сызыктын бири проекция тегиздигине параллель болсо жана ошол проекция тегиздигиндеги проекциялары өз ара перпендикуляр болсо, анда ал эки түз сызык өз ара перпендикуляр болушат. Демек эпюрдө берилген түз сызыкка, перпендикуляр экинчи түз сызыкты жүргүзүү үчүн, ал эки түз сызыктын бири сөзсүз деңгээл абалда болушу талапка ылайык. Сызма геометрия окуу сабагын окууда көпчүлүк поцициялык (салыштырмалуу абалдык) жана өлчөмдүк чийме маселелерди аткарууда жогорудагы шартты эске тутууга (алууга) туура келет.

3. Кесилишкен эки түз сызыктын экөө тең бир проекция тегиздигине параллель болушса, анда тегиз бурчтун ошол проекция тегиздигиндеги проекциясы өзгөрүлбөй проекцияланып, калган проекциялары проекция окторуна параллель абалда түз сызык болуп проекцияланат (45-сүрөт).

45а-сүрөттө ***а*** жаан ***в*** түз сызыктарынын экөө тең горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашкан. Ошондуктан алардын фронталдык проекциялары бир түз сызыкка дал (***а***''≡***в***''), х огуна параллель жайгашса, горизонталдык проекцияларынын арасындагы бурч тегиз бурчтун чыныгы чоңдугуна барабар болот (φ' =|φ|). 45б-сүрөттө кесилишкен ***а*** жана ***в*** түз сызыктары фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашкан.



44-сүрөт



45-сүрөт

4. Эгерде кесилишкен эки түз сызык проекция тегиздиктерине бирдей бурч менен жантайып жатса, анда тегиз бурчтун проекциялары дагы барабар болот (φ' =φ'').

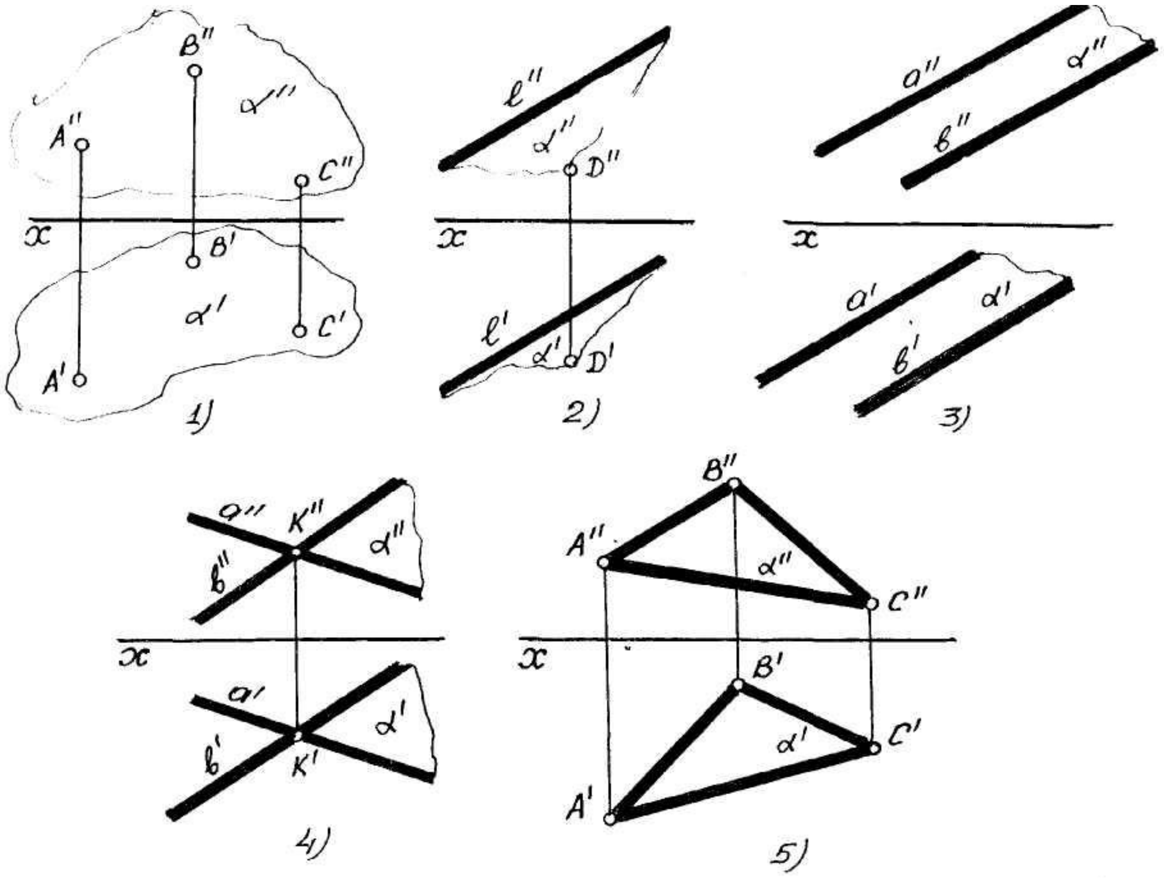
Текшерүү суроолору

1. Жалпы абалдагы кесиндинин чыныгы чоңдугун жана проекция тегиздиктерине жантаюу бурчун кандай ыкма менен аныктайбыз?
2. Түз сызыктын изи деген эмне?
3. Деңгээл түз сызыктары канча изге ээ болушат?
4. Кесиндинин изин чиймеде кандайча тургузабыз?
5. Проекциялануучу түз сызыктар эмне үчүн бир изге ээ?
6. Эки түз сызык мейкиндикте өз ара кандай абалдарда болушат?
7. Эпюрда эки түз сызыктын параллелдүүлүгүн кандайча аныктайбыз?
8. Аныктоочу чекиттер деген кандай чекиттер?
9. Тегиз бурчту кандайча түшүнөсүңөр?
10. Тегиз бурчтун проекциясы кандай шартта өзгөрбөй проекцияланат?

4. Тегиздиктер

4.1. Тегиздиктердин чиймеде берилиши

Мейкиндик тегиздиктери чексиз жана экинчи бети көрүнбөйт. Ошондуктан тегиздиктердин чиймедеги геометриялык ордун төмөндөгү ыкмалар менен аныктоого болот. Демек, төмөндөгү геометриялык түспөлдөр аркылуу бир тегиздик жүргүзүүгө болот же ошол түспөлдөр берилген мейкиндик тегиздигинде жатат (46-сүрөт):



46-сүрөт

1. Бир түз сызыкта жатпаган үч чекит;
2. Бир түз сызык жана ал түз сызыкта жатпаган бир чекит;
3. Параллель эки түз сызык;
4. Кесилишкен эки түз сызык;
5. Ар кандай тегиз геометриялык проекциялар (үч бурчтук, ромб, квадрат, трапеция, айлана ж.б.у.с.).

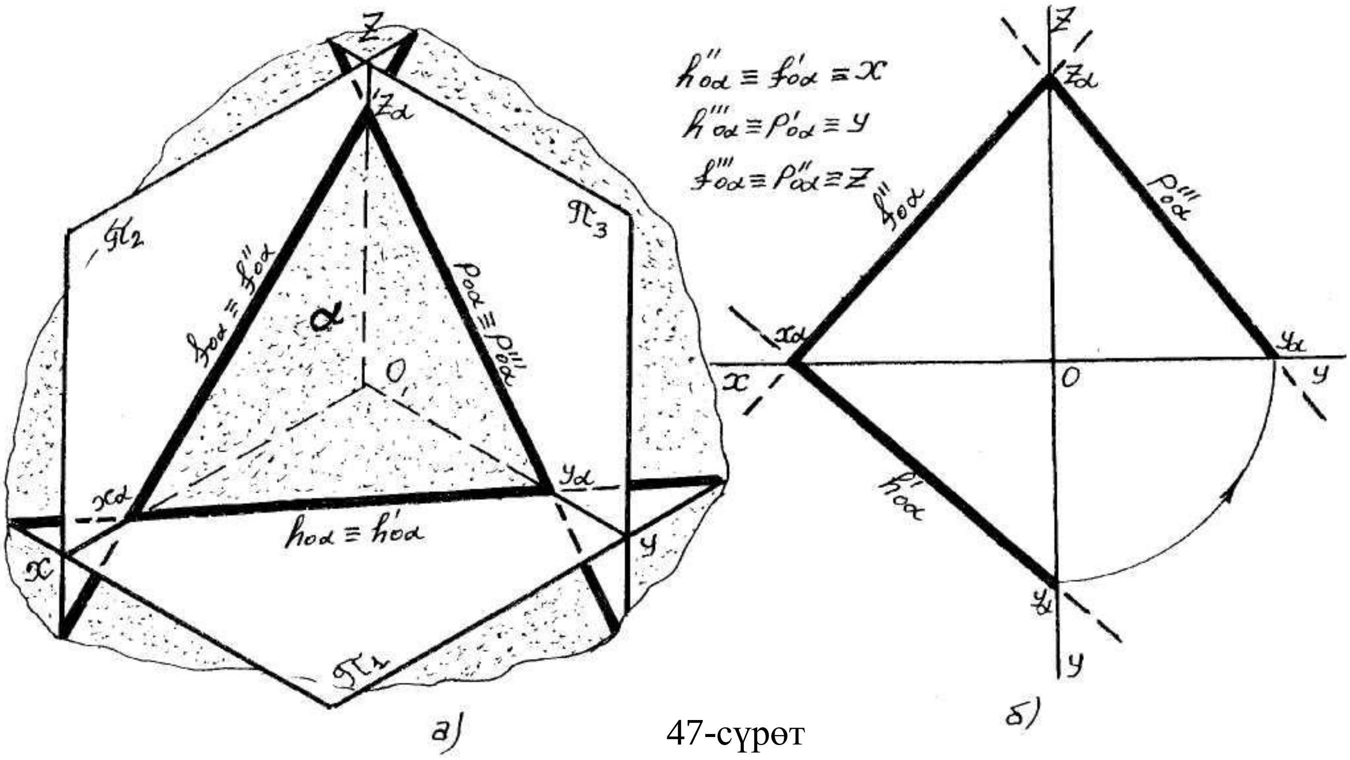
Мейкиндик тегиздиктери грек алфавитиндеги **α, β, γ, λ** тамгалар менен белгилөө сунушталат.

.

а. 4.2. Тегиздиктин издери

Мейкиндик тегиздиктери негизги $(\pi_1, \pi_2 \wedge \pi_3)$ проекция тегиздиктери менен кесилишкенде пайда болгон түз сызыкты тегиздиктин издери деп атайбыз. Тегиздиктин издери жеке абалдагы түз сызыктар болуп дал келген проекция тегиздигинде жатат. Мисалга α тегиздигинин горизонталдык ($h_{0\alpha}$) изи мейкиндик тегиздиги горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен кесилишкенде пайда болуп өзүнүн горизонталдык проекциясы менен беттешет ($h_{0\alpha} \equiv h'_{0\alpha}$), ошондой эле ошол α тегиздигиндеги фронталдык ($f_{0\alpha}$) изи, берилген мейкиндик тегиздиги фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен кесилишкенде пайда болуп, өзүнүн фронталдык проекциясы менен беттешсе ($f_{0\alpha} \equiv f''_{0\alpha}$), профилдик ($P_{0\alpha}$) изи профилдик ($\pi_3$) проекция тегиздиги менен кесилишкенде пайда болуп өзүнүн профилдик проекциясы менен беттешет ($P_{0\alpha} \equiv P'''_{0\alpha}$) .

43-сүрөттө α тегиздигинин изинин аксонометриялык проекциясы жана эпюру көрсөтүлгөн.

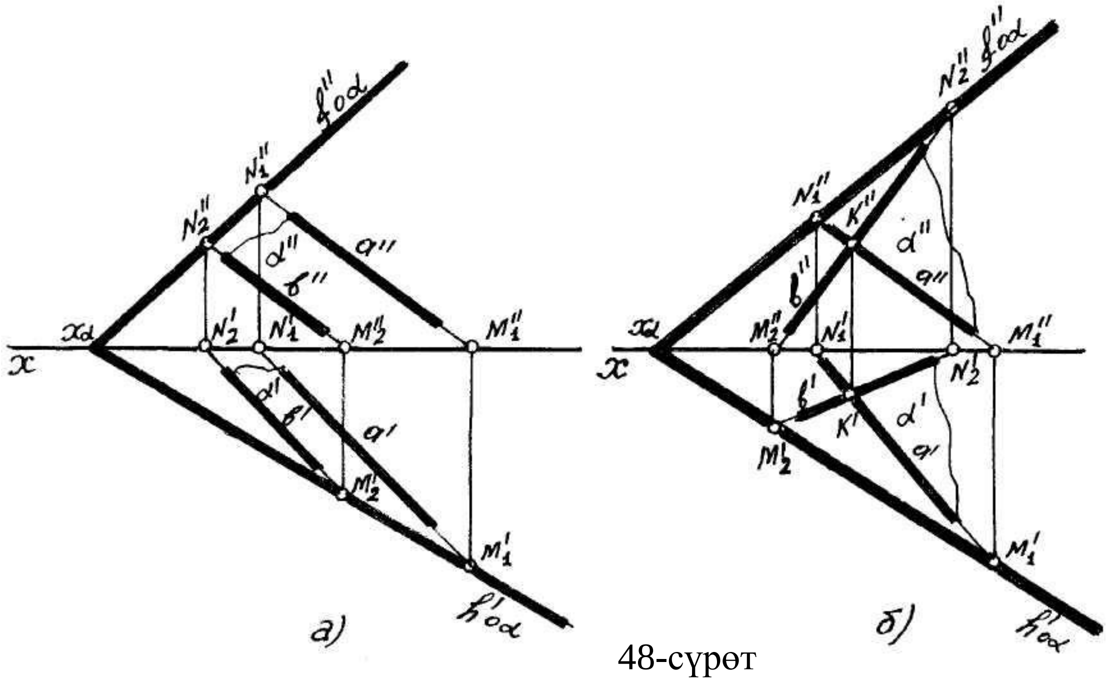


47-сүрөт

4.3. Тегиздиктин издерин чиймеге тургузуу

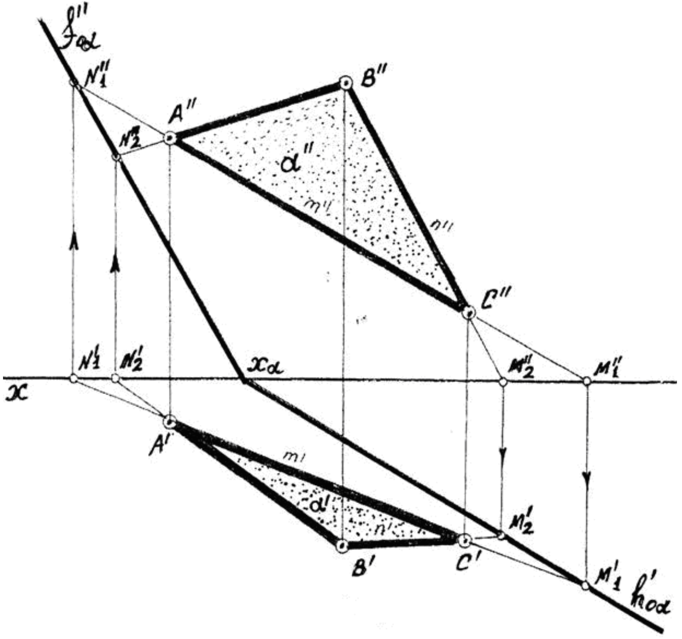
Жогорудагы 46-сүрөттө көрсөтүлгөндөй мейкиндик тегиздиги чиймеде ар кандай ыкмада белгилениши мүмкүн. Мындай учурда берилген мейкиндик тегиздигине жана проекция тегиздигине таандык болгон экиден чекитти аныктоо талап кылынат. Бул үчүн мейкиндик тегиздигинде жаткан каалагандай эки түз сызыктын издерин аныктоо жетиштүү.

Мисалга α тегиздиги өз ара параллель жана кесилишкен ***а*** жана ***в*** түз сызыктары аркылуу берилсе, анда ошол түз сызыктардын горизонталдык (M_1,M_2) жана фронталдык (N_1,N_2) издерин чиймеге тургузуп, ошол түз сызыктардын издери аркылуу берилген тегиздиктин горизонталдык ($h_{0\alpha} \equiv h'_{0\alpha}$) жана фронталдык ($f_{0\alpha} \equiv f''_{0\alpha}$) издерин чиймеге тургузабыз. (47-сүрөт)



48-сүрөт

48-сүрөттөн көрүнүп тургандай мейкиндик тегиздигинде жаткан ар кандай түз сызыктын издери, ошол тегиздиктин дал келген издеринде жатаары анык. Мисал: Берилген координата боюнча ABC үч бурчтугу аркылуу берилген α тегиздигинин изин чиймеге тургузуу талап кылынса, чийме маселени төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат (49-сүрөт);



49-сүрөт

1. ABC үч бурчтугунун горизонталдык (A'B'C') жана фронталдык (A"B"C") проекцияларын чиймеге тургузабыз. Бул мисалда ABC үч бурчтугу горизонталдык (π_1) жана фронталдык (π_2) проекция тегиздиктерине салыштырмалуу чалкалап жайгашкан.

2. Жогоруда каралган сунуштарды эске алып ABC үч бурчтугун чектеген үч бурчтуктун каалаган эки жагынын горизонталдык жана фронталдык издерин табууга болот. 49-сүрөттө ABC үч бурчтугунун AC жагынын горизонталдык (M_1) жана фронталдык N_2 издери, AB жагынын горизонталдык (M_2) издери чиймеге тургузулган.

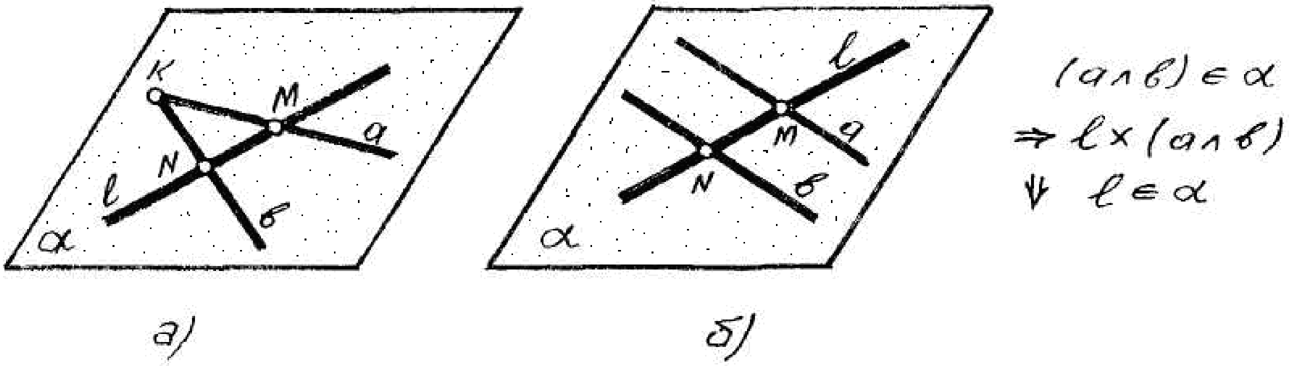
3. Ар кандай эки чекит аркылуу бир түз сызык жүргүзүүгө болот деген эрежени эске алып, аныкталган ABC үч бурчтуктарынын жактарынын эки горизонталдык (M_1,M_2) изи аркылуу берилген $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздигинин горизонталдык ($h_{0\alpha} \equiv h'_{0\alpha}$)изин, ал эми эки фронталдык(N_1,N_2) издери аркылуу $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздигинин фронталдык ($f_{0\alpha} \equiv f''_{0\alpha}$) издерин чиймеге тургузабыз. Жыйынтыкта талап кылынган маселенин шартын чиймеде толук аткарган болобуз.

Ар кандай мейкиндикте берилген жалпы абалдагы тегиздиктердин изи x, y жана z окторунда бир чекитте кесилиши талап кылынат. Анткени ар кандай тегиздиктер түз сызыктар менен бир гана чекиттен кесилишет.

4.4. Тегиздиктеги түз сызык жана чекит

Мейкиндик тегиздигине таандык (жаткан) болгон түз сызыктарды төмөндөгү эки эреже менен аныктайбыз:

1. Эгерде түз сызык тегиздикте жаткан эки чекит аркылуу өтсө анда ал түз сызык берилген тегиздикте жатат. 50-сүрөттө ***а*** жана ***в*** түз сызыктары α тегиздигинде жатат. Эгерде ℓ түз сызыгы ***а*** жана ***в*** түз сызыктары менен кесилишсе, анда ℓ түз сызыгы дагы берилген α тегиздигинде жатаары анык.



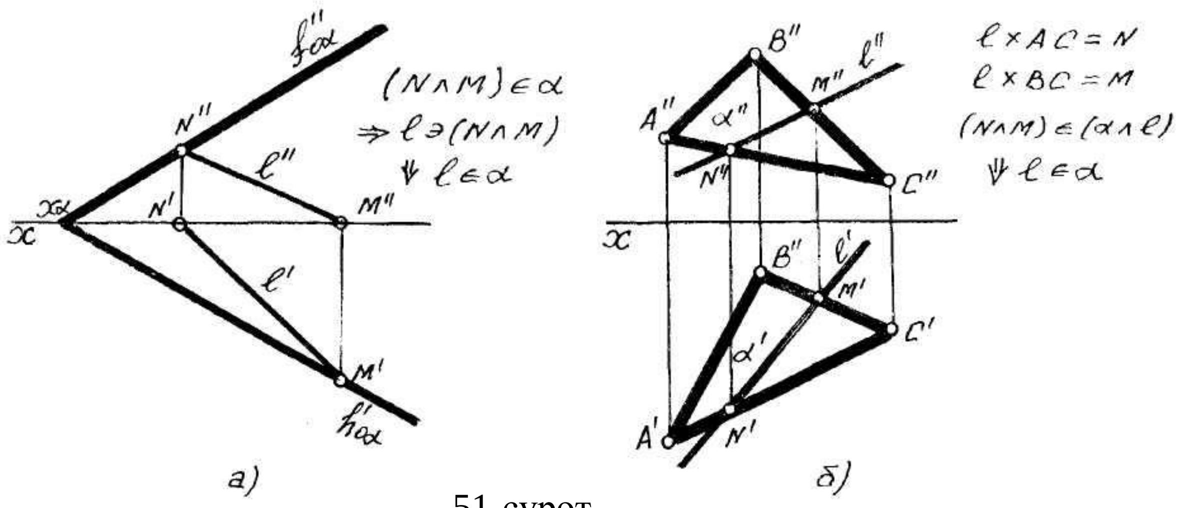
$(a \wedge b) \in \alpha$
$\Rightarrow \ell \times (a \wedge b)$
$\Downarrow \ \ell \in \alpha$

а)   б)

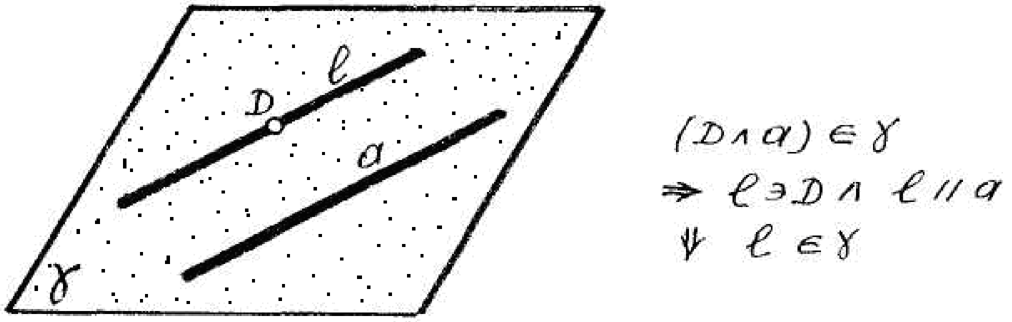
50-сүрөт

Жогорудагы эрежени эпюрдө төмөндөгү чиймелердеги (50-сүрөт) мисалдар менен аныктоого болот. 51-сүрөттө ℓ түз сызыгы α текиздигинде жаткан N жана M чекиттери аркылуу өткөн, демек ℓ түз сызыгы α тегиздигинде жатат.

2. Эгерде түз сызык тегиздиктин бир чекити аркылуу өтүп тегиздикте жаткан түз сызыкка параллель болсо, анда ал түз сызык берилген тегиздикте жатат. 52-сүрөттө D чекити жана ***а*** түз сызыгы γ тегиздигинде жатат, ал эми ℓ түз сызыгы D чекити аркылуу өтүп, ***а*** түз сызыгына параллель, демек ℓ түз сызыгы дагы γ тегиздигинде жатат.

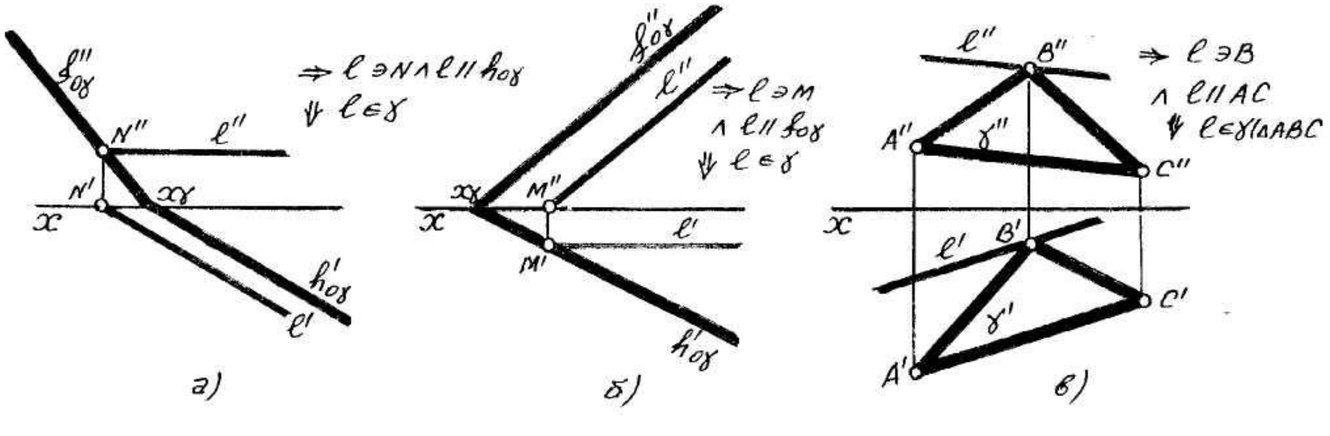


51-сүрөт



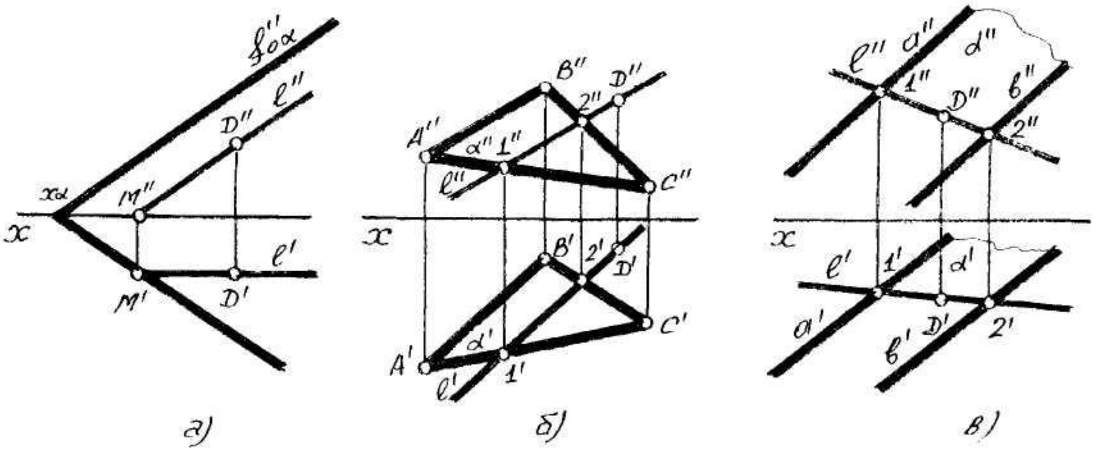
52-сүрөт

Жогорудагы эрежени жана 52-сүрөттүгү көрүнүштү жетекчиликке алып, эпюрдө тегиздиктин бир чекити аркылуу өтүп,ошол тегиздикте жаткан ℓ түз сызыгынын чиймеси 53-сүрөттө көрсөтүлгөн.



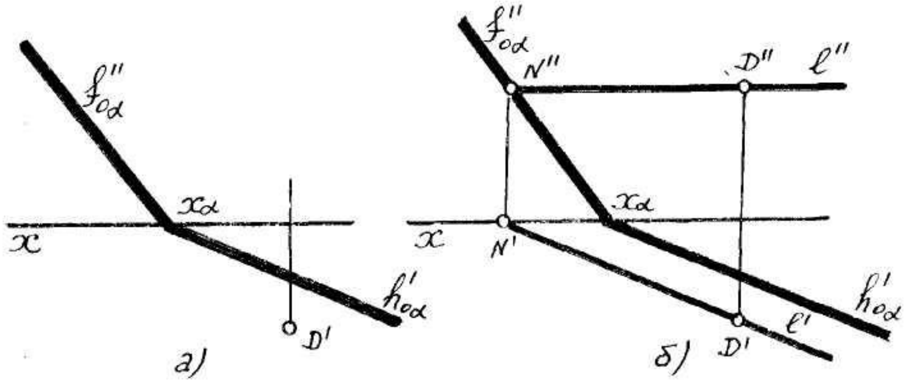
53-сүрөт

Эгерде чекит тегиздикте жаткан түз сызыкта жатса, анда ал чекит ошол түз сызык жаткан тегиздикте жатат. 54-сүрөттө ℓ түз сызыгы α тегиздигинде жатат, ал эми D чекити ℓ түз сызыгында жатат, демек D чекити дагы ошол α тегиздигинде сөзсүз жатат.



54-сүрөт

Мисалга α тегиздигинде жаткан D чекитинин жетишпеген проекциясын тургузуу талап кылынса, чекиттин берилген проекциясы аркылуу ошол тегиздикте жаткан түз сызык жүргүзүп, жүргүзүлгөн түз сызыктын экинчи проекциясынын тегиздикте жаткан чекиттин жетишпеген проекциясын аныктайбыз. 55-сүрөттө ушундай мисалдын берилиши жана аткарылышы көрсөтүлгөн.



55-сүрөт

Текшерүү суроолор

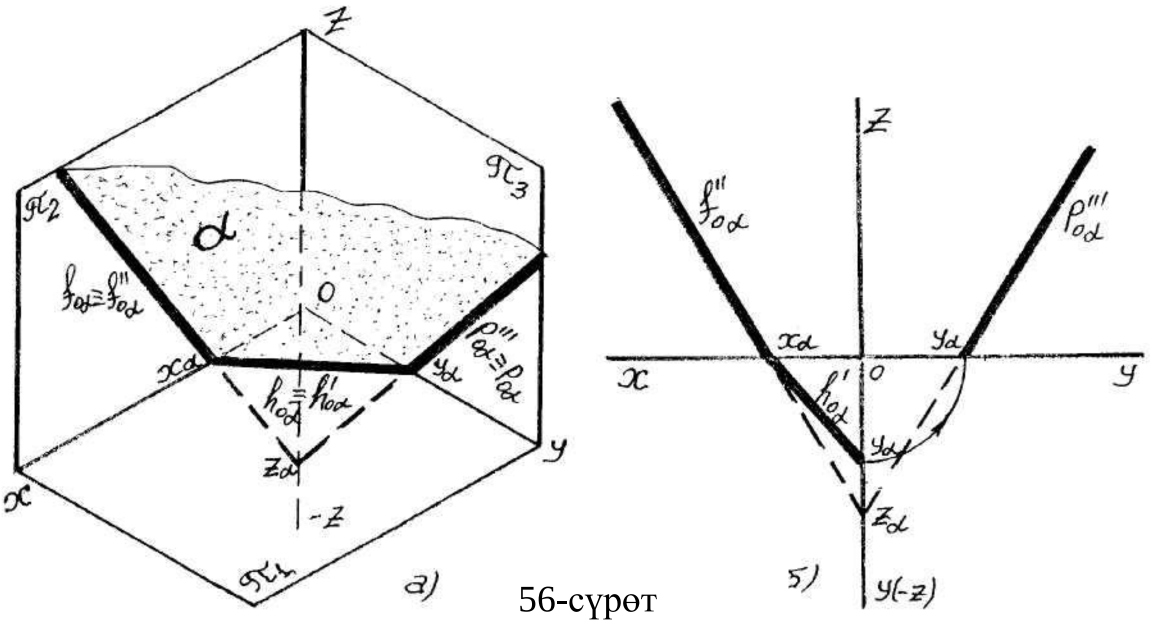
1. Тегиздиктер чиймеде кандай ыкмалар менен берилет?
2. Тегиздиктин изи деген эмне?
3. Тегиздиктин издери кандай тартипте чиймеге тургузулат?
4. Тегиздиктин издери эмне үчүн өздөрүнүн дал келген проекциялары менен беттешет?
5. Түз сызыктар кандай учурда мейкиндик тегиздигинде жатат?
6. Эмне үчүн тегиздиктин бир изине параллель түз сызык, тегиздиктин бир чекити аркылуу өтсө ошол тегиздикте жатат?
7. Кандай тартипте чекит тегиздикте жатат?
8. Чекиттин тегиздикте жатаарын кандайча аныктайбыз?

4.5. Тегиздиктердин негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу абалдары

Мейкиндик тегиздиктери негизги (π_1, π_2 жана π_3) проекция тегиздиктерине салыштырмалуу үч абалда болушат:

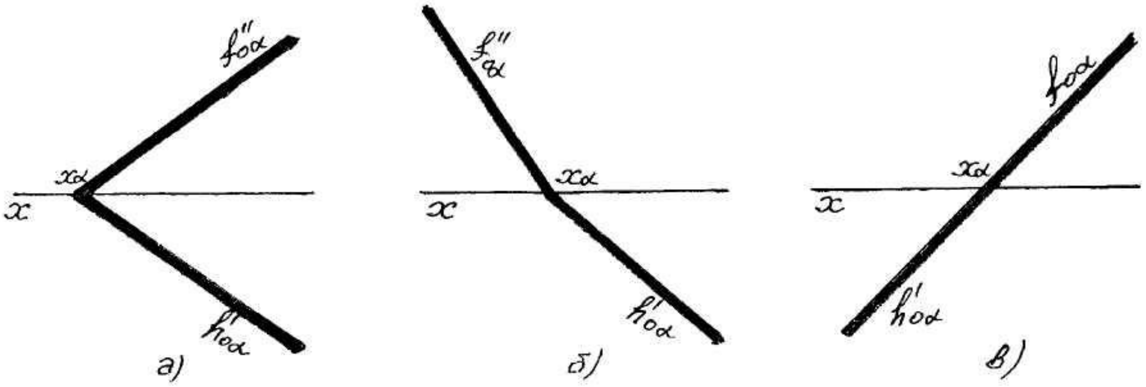
1. Проекция тегиздиктеринин бирине дагы перпендикуляр эмес абалда;
2. Бир проекция тегиздигине перпендикуляр абалда;
3. Эки проекция тегиздигине перпендикуляр абалда.

1. Эгерде мейкиндик тегиздиги (π_1, π_2, π_3) проекция тегиздигинин бирине дагы перпендикуляр болбосо, бирине дагы параллел болбойт. Тегиздиктердин мындай абалдарын жалпы абалдагы деп атайбыз. Бул учурда тегиздиктин баардык издери проекция окторунун (***x***, ***y***, ***z***) бирине дагы параллел же перпендикуляр болбойт. 56-сүрөттө жалпы абалдагы **α** тегиздигинин аксонометриясы жана эпюру көрсөтүлгөн. Ушундай эле абалдагы тегиздиктин аксонометриясы жана эпюру 47-сүрөттө дагы көрсөтүлгөн.



56-сүрөт

Мейкиндик тегиздиктеринин негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу абалдарын, алардын эки эле (горизонталдык жана фронталдык) издеринин проекциялары аркылуу аныктоого болот. Эгерде мейкиндик тегиздигинин эки проекция тегиздиктер системасындагы горизонталдык жана фронталдык издеринин бири дагы ***x*** огуна параллель же перпендикуляр болбосо,анда мындай тегиздиктерди жалпы абалдагы деп билебиз.Анткени тегиздиктин эки (горизонталдык жана фронталдык) изи мейкиндикте кесилишкен эки түз сызыкты берет. 57-сүрөттө жалпы абалдагы тегиздиктер алардын эки издеринин проекциялары аркылуу берилген.

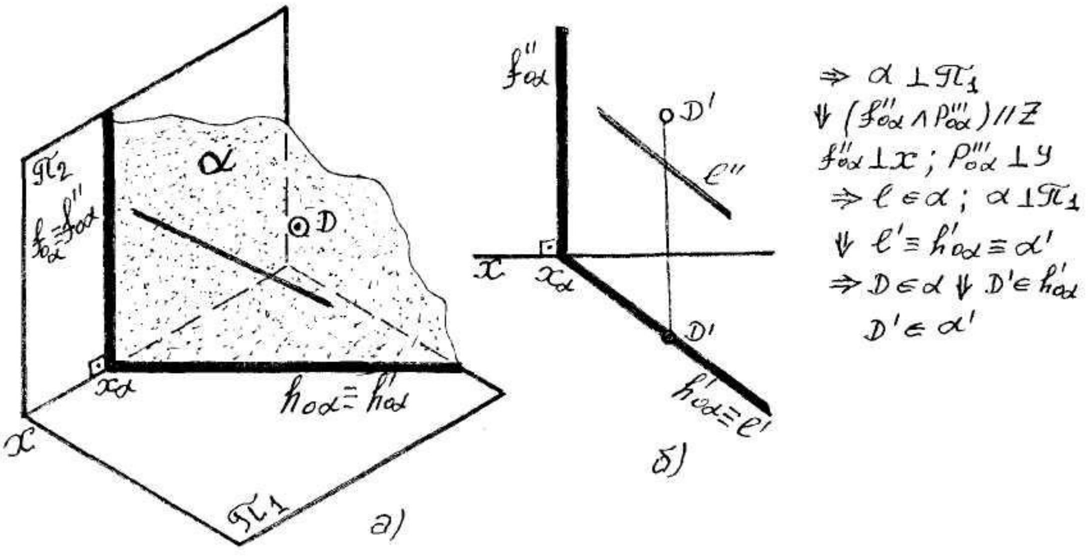


57-сүрөт

2. Эгерде мейкиндик тегиздиги негизги проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр жайгашса, проекциялануучу тегиздиктер деп атайбыз бул учурда тегиздик кайсы проекция тегиздигине перпендикуляр болсо, ошол проекция тегиздигинде түз сызык болуп проекцияланат.

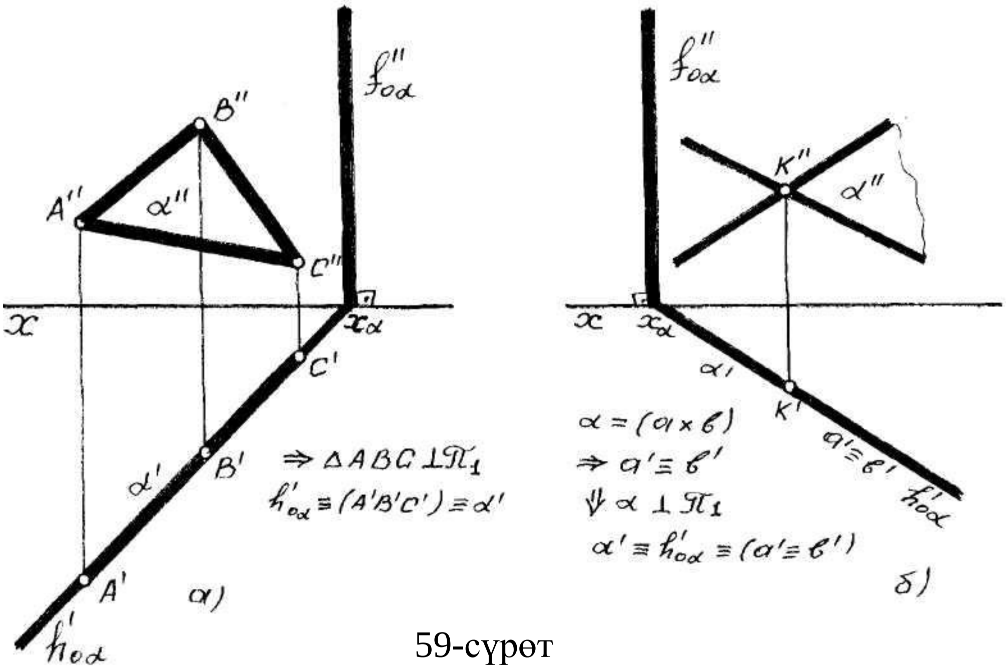
а) Мейкиндик тегиздиги горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашса, горизонталдык проекциялануучу деп атайбыз. Мындай тегиздиктердин горизонталдык проекциясы түз сызык болуп проекцияланып өзүнүн, горизонталдык изи менен беттешет, ал эми фронталдык изи ***x*** огуна, профилдик изи ***y*** огуна перпендикуляр жайгашат. Демек, горизонталдык проекциялануучу тегиздик ***z*** огуна параллель абалда болот. 58-сүрөттө горизонталдык проекциялануучу тегиздиктин π_1 жана π_2 системасындагы аксонометриясы жана эпюру берилген.

Мындай тегиздиктердин биринде жаткан чекиттердин жана түз сызыктардын горизонталдык проекциялары ошол тегиздиктин горизонталдык проекциясында жатат.



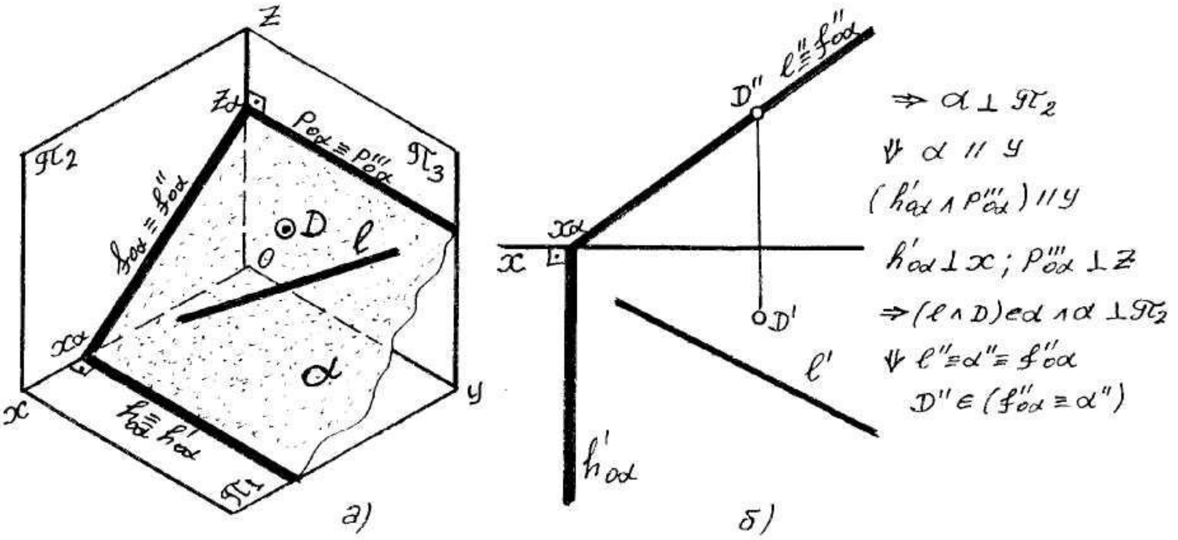
58-сүрөт

Мисалга: АВС үч бурчтугу жана кесилишкен а жана в түз сызыктары аркылуу берилген тегиздиктер горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болсо, жогоруда айткандай алардын горизонталдык проекциялары түз сызык болуп проекцияланат жана өздөрүнүн горизонталдык издери менен беттешет (54-сүрөт).



59-сүрөт

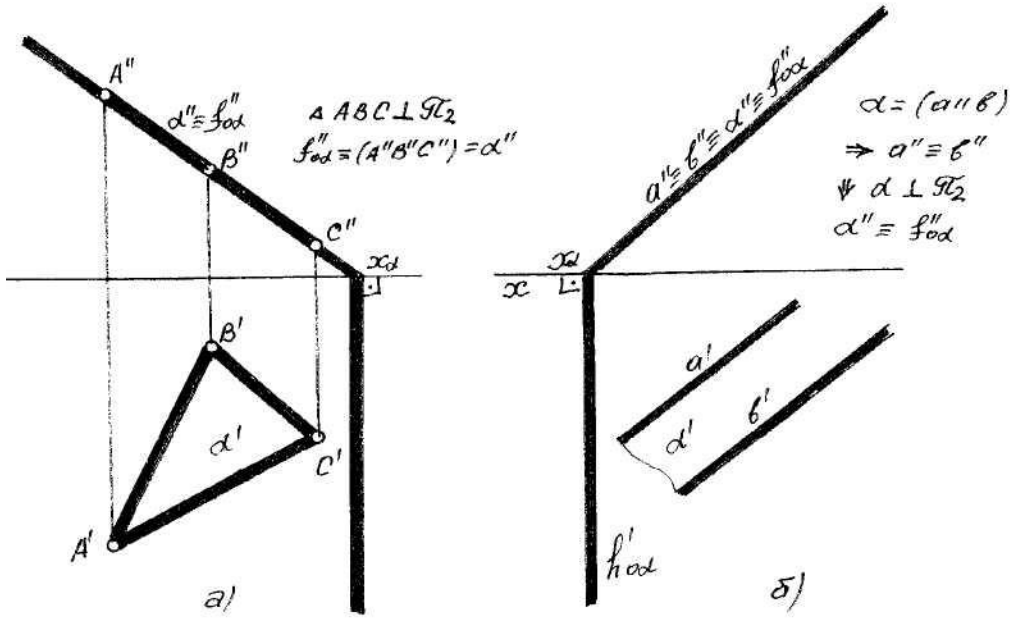
б) Мейкиндик тегиздиги фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр абалда болсо, фронталдык проекциялануучу тегиздиктер деп атайбыз. Фронталдык проекциялануучу тегиздиктердин фронталдык проекциялары түз сызык болуп проекцияланып, өзүнүн фронталдык издери менен бир түз сызыкта жатышат. Ал эми горизонталдык изи x огуна перпендикуляр болсо, профилдик изи z огуна перпендикуляр болуп, тегиздик өзү у огуна параллел абалда жайгашат.



60-сүрөт

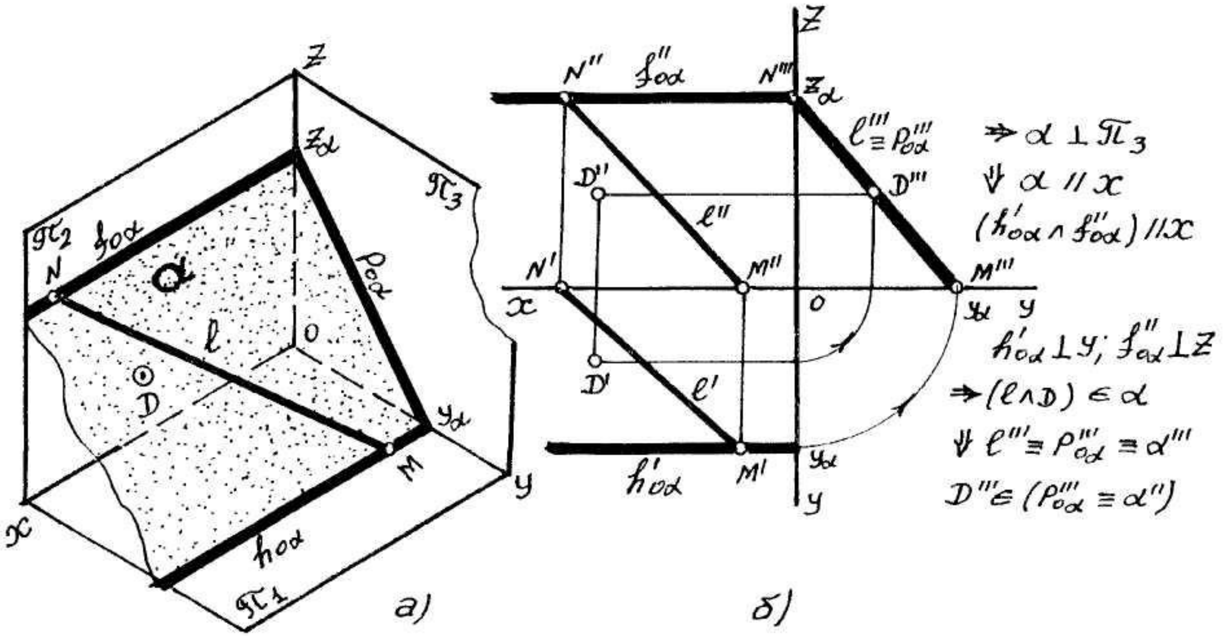
Фронталдык проекциялануучу тегиздикте жаткан түз сызыктардын жана чекиттердин фронталдык проекциялары, ошол тегиздиктин түз сызык болуп проекцияланган фронталдык проекцияларында жатат. Мындай абалдагы тегиздиктин аксонометриясы жана эпюру 60-сүрөттө берилген.

Мисалга: АВС үч бурчтугу жана өз ара параллель абалдагы а жана в түз сызыктары аркылуу берилген α тегиздиктери фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр абалда болсо, анда ал тегиздиктердин фронталдык проекциялары түз сызык болуп проекцияланып, өзүнүн фронталдык ($f_{0\alpha}$) издери менен беттешип бир түз сызыкта жатышат (61-сүрөт).



61-сүрөт

в) Мейкиндик тегиздиги профилдик (π_3) проекция тегиздигине перпендикуляр абалда болсо, профилдик проекциялануучу тегиздиктер деп атайбыз. Мындай тегиздиктер х огуна параллель абалда болушат.

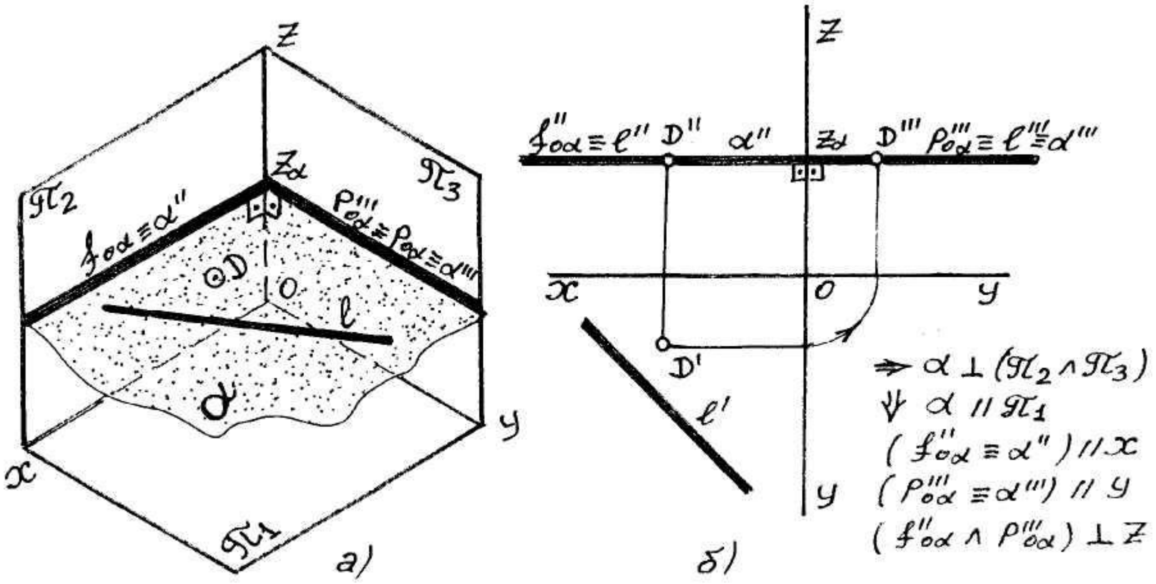


62-сүрөт

Профилдик проекциялануучу тегиздиктердин горизонталдык жана фронталдык проекциялары издери х огуна параллель болушат. Эгерде түз сызык же чекит профилдик проекциялануучу тегиздиктерде жатса, анда алардын профилдик проекциялары, ошол тегиздиктин түз сызык болуп проекцияланган, профилдик проекциясында жатат (62-сүрөт).

3. Эгерде мейкиндик тегиздиги эки проекция тегиздигине перпендикуляр абалда болсо, анда үчүнчүсүнө сөзсүз параллель болот. Мындай абалдагы тегиздиктерди деңгээл (же проекция тегиздиктеринин деңгээлиндеги) тегиздиктери деп атайбыз. Деңгээл тегиздиктеринин эки проекциясы түз сызык болуп проекцияланып өздөрүнүн дал келген издери менен бир түз сызыкта жатышат жана мындай абалдагы тегиздиктер эки гана изге ээ болот. Анткени ал тегиздиктер негизги проекция тегиздиктеринин бири менен кесилишпейт.

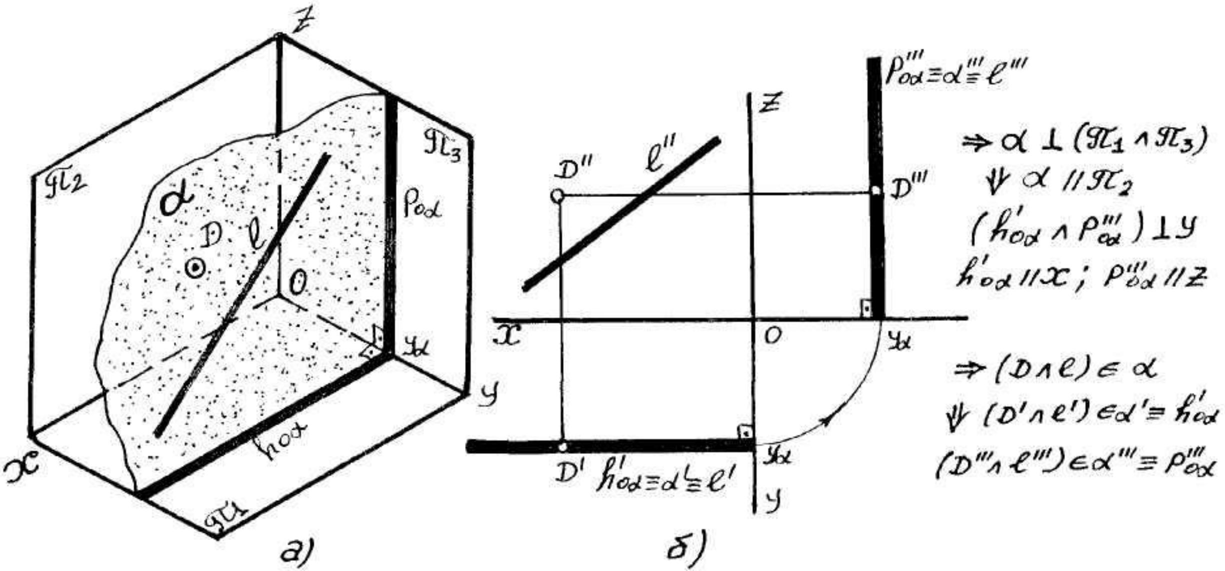
а) Мейкиндик тегиздиги фронталдык (π_2) жана профилдик (π_3) проекция тегиздиктерине перпендикуляр абалда болушса, горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель болушат, мындай абалдагы тегиздиктерди горизонталь тегиздиктери деп атайбыз. Горизонталь тегиздиктери горизонталдык изге ээ болушпайт, ал эми фронталдык жана профилдик изде z огуна перпендикуляр болушуп бир түз сызыкта жатышып, өздөрүнүн дал келген проекциялары менен беттешет (63-сүрөт).



63-сүрөт

б) Мейкиндик тегиздиги горизонталдык (π_1) жана профилдик (π_3) проекция тегиздиктерине перпендикуляр болсо, фронталдык (π_2) проекция тегиздиктерине параллел абалда болот, мындай тегиздиктерди фронталь тегиздиктери деп атайбыз.

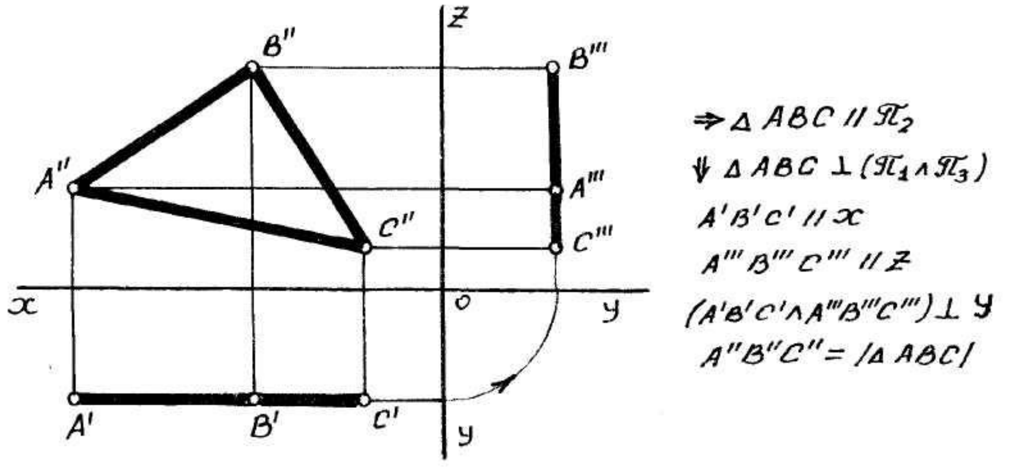
Фронталь тегиздиктеринин горизонталдык жана профилдик изде у огуна перпендикуляр жайгашат. Бул учурда тегиздиктин горизонталдык жана профилдик проекциялары түз сызык болуп, проекцияланат жана өзүнүн дал келген издери менен беттешет (64-сүрөт).



64-сүрөт

Эгерде фронталь тегиздигинде кандайдыр D чекити жана ℓ түз сызыгы жатса, анда D жана ℓ түз сызыгынын горизонталдык $(D'\wedge\ell')$ проекциясы берилген тегиздиктин горизонталдык $(\alpha'\equiv h'_{0\alpha})$ проекциясында жатат (64-сүрөт).

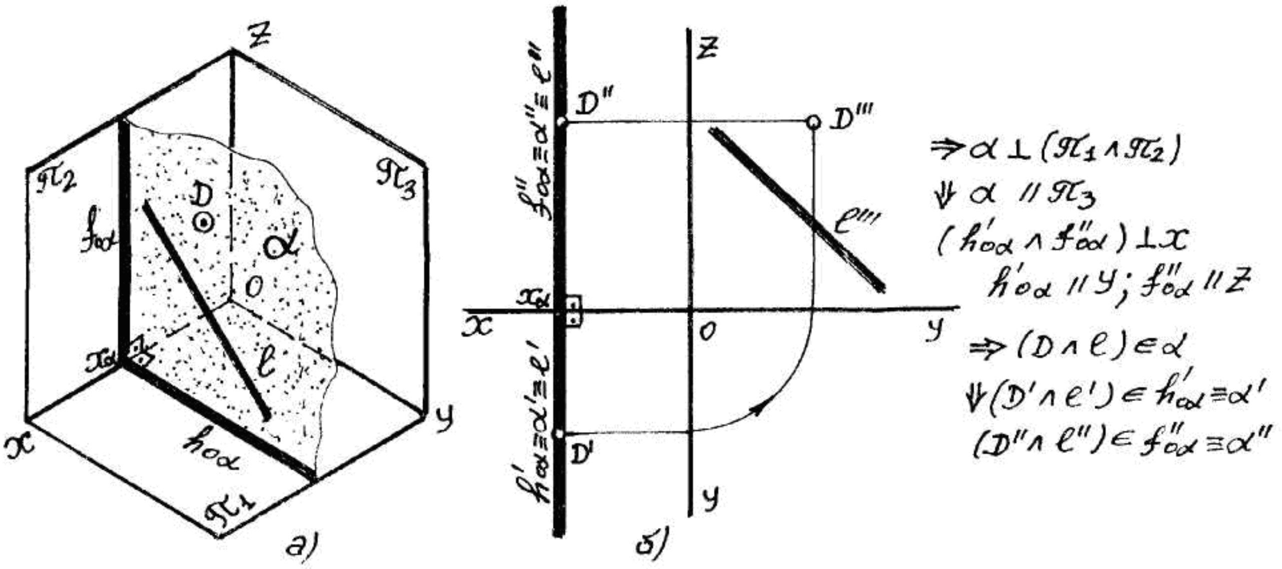
Мейкиндик тегиздиги α ABC үч бурчтугу аркылуу берилип, фронталдык (π_2) тегиздигине параллель жайгашса, анда үч бурчтуктун горизонталдык жана профилдик проекциялары жогоруда белгилеп кеткендей түз сызык болуп проекцияланып у огуна перпендикуляр абалда проекцияланышат. Ал эми фронталдык проекциясы берилген үч бурчтуктун чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланат (66-сүрөт).



66-сүрөт

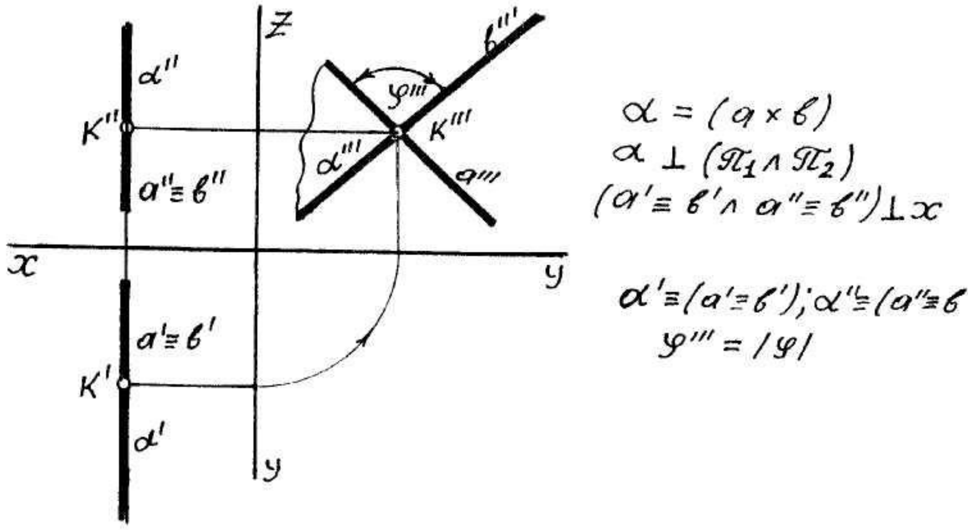
Фронталдык проекция тегиздигине параллель жайгашкан ар кандай ыкма менен берилген мейкиндик тегиздигинин горизонталдык жана профилдик проекциялары өздөрүнүн дал келген бир аттуу издери менен беттешет $(\Rightarrow\alpha(\Delta ABC)//\pi_2 \Downarrow A'B'C' \equiv h'_{0\alpha};\ A'''B'''C'''\equiv P'''_{0\alpha})$,-66-сүрөт.

в) Мейкиндик тегиздиги горизонталдык (π_1) жана фронталдык (π_2) проекция тегиздиктерине перпендикуляр жайгашса, профилдик (π_3) проекция тегиздиктерине параллел болот, мындай мейкиндик тегиздиктерин профиль тегиздиктери деп атайбыз. Мындай абалда тегиздик ***x*** огуна дагы перпендикуляр жайгашат, демек тегиздиктин горизонталдык жана фронталдык издери дал келген проекциялары менен беттешип ***x*** огуна перпендикуляр жайгашат (67-сүрөт).



67-сүрөт

68-сүрөттө профилдик (π_3) проекция тегиздиктерине параллель абалдагы, кесилишкен а жана в түз сызыктары аркылуу берилген α тегиздигинин эпюру берилген. Бул учурда кесилишкен эки түз сызыктын арасындагы бурчунун чыныгы чоңдугу ($|\varphi|$), ал бурчтардын профилдик проекциясына (φ''') барабар болот



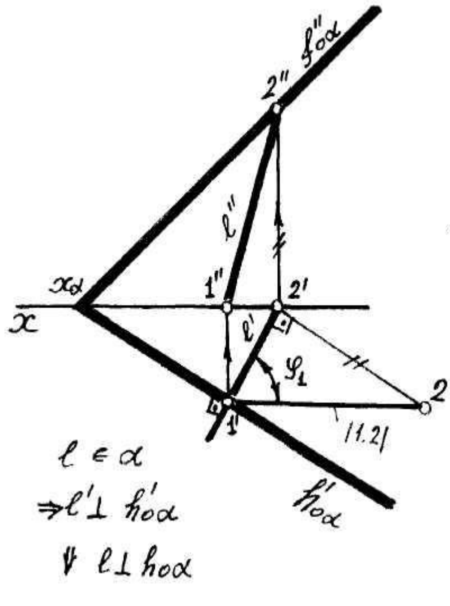
68-сүрөт

4.6. Тегиздиктин өзгөчө абалдагы түз сызыктары

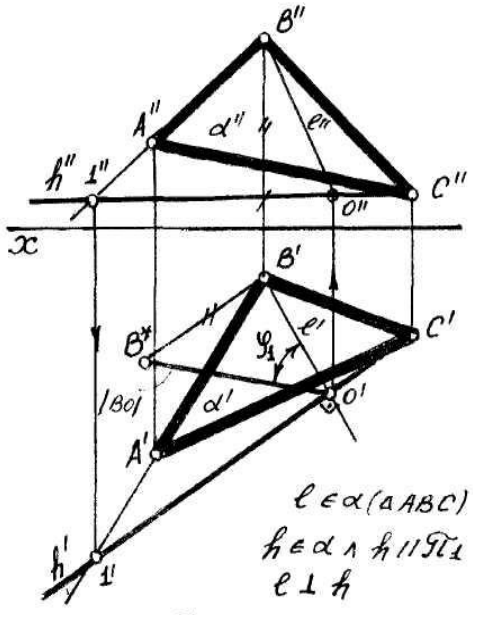
Мейкиндик тегиздигинде жатып, негизги проекция тегиздиктеринин (π_1, π_2 $\wedge\pi_3$) бирине параллель же негизги проекция тегиздиктерине эң чоң бурч менен жантайып жаткан түз сызыктарда тегиздиктердин өзгөчө абалдагы түз сызыктары деп атайбыз. Мындай түз сызыктар сызма геометрия окуу сабагын окууда көпчүлүк чендик чийме маселелерди аткарууда негизги кызматты аткарышат.

1. Эгерде түз сызык мейкиндик тегиздигинде жатып, горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалда жайгашкан түз сызыкты тегиздиктин горизонталь (h) сызыгы деп атайбыз. Ал эми мейкиндик тегиздигинде жатып тегиздиктин горизонталь (h) сызыгына перпендикуляр түз сызык горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайып жатат. Мындай абалдагы түз сызыкты кулоо сызыгы деп атайбыз. Анткени мейкиндикте жайгашкан жалпы абалдагы тегиздиктин ар кандай чекитинен тоголок нерсени коё берсек тегиздиктин горизонталь (h) сызыгына перпендикуляр сызык боюнча кулайт. Мындай сызыктардын жардамы менен берилген мейкиндик тегиздигинин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине жантайган бурчун аныктайбыз.

Мисалы: α тегиздигинин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине жантаю бурчун табуу талап кылынса, α тегиздигинде жаткан горизонталь (h',h'') сызыгын жүргүзүп, андан соң ошол түз сызыкка перпендикуляр абалда кулоо сызыгын жүргүзгөн соң, кулоо сызыгынын кандайдыр чектелген бөлүгүнүн чыныгы чоңдугун аныктасак, анда алынган φ_1 бурчу, берилген α тегиздигинин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине жантайган бурчун аныктаган болобуз (69-70- сүрөттөр)



69-сүрөт

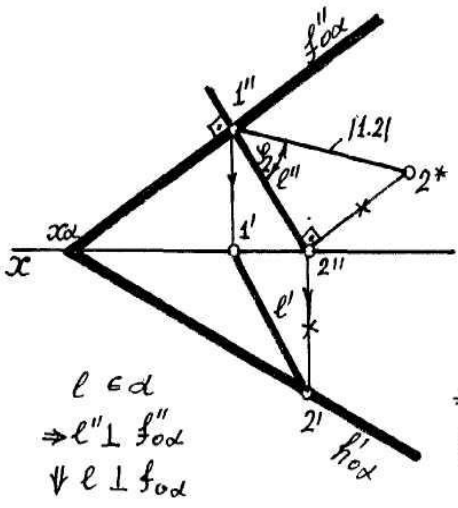


70-сүрөт

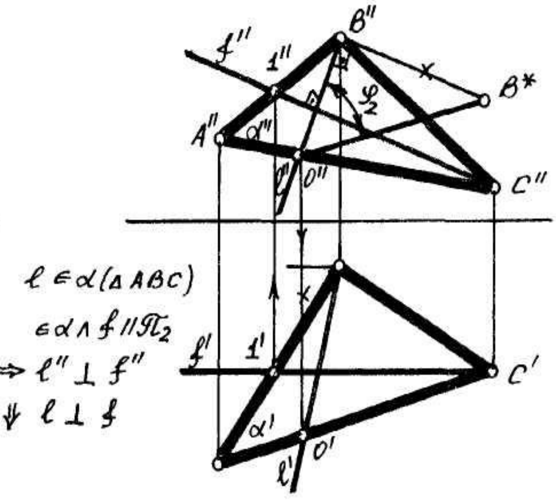
69-сүрөттө α тегиздигинин горизонталдык (h) түз сызыгынын кызматын, берилген α тегиздигинин горизонталдык ($h_{0\alpha}$) аткарат. Анткени берилген тегиздиктин горизонталдык изи берилген α тегиздигинде жана горизонталдык (π_1) проекция тегиздигинде жатат.

2. Эгерде түз сызык мейкиндик тегиздигинде жатып, фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашкан түз сызыкты, тегиздиктин фронталь (f) сызыгы деп атайбыз. Ал эми мейкиндик тегиздигинде жатып, ошол тегиздиктин фронталь (f) сызыгына перпендикуляр абалдагы түз сызык фронталдык (π_2) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайып жатат.

Эгерде мейкиндик тегиздигинин фронталдык (π_2) проекция тегиздигине жантаю бурчун аныктоо талап кылынса, берилген тегиздиктин фронталь (f) сызыгын, андан соң фронталь (f) сызыгына перпендикуляр абалда, фронталдык (π_2) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайган түз сызык жүргүзүлөт.



71-сүрөт

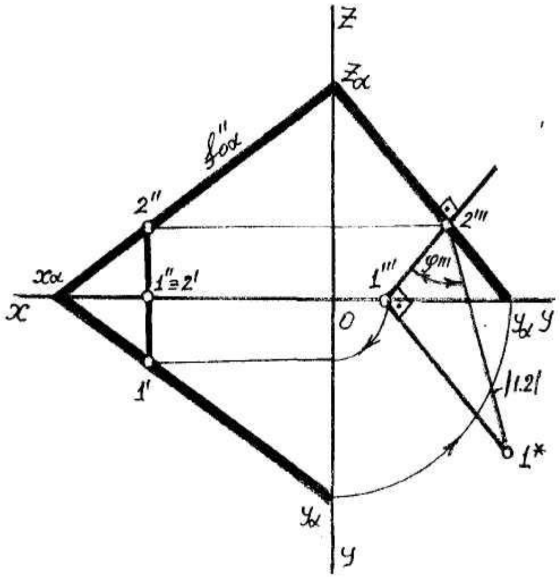


72-сүрөт

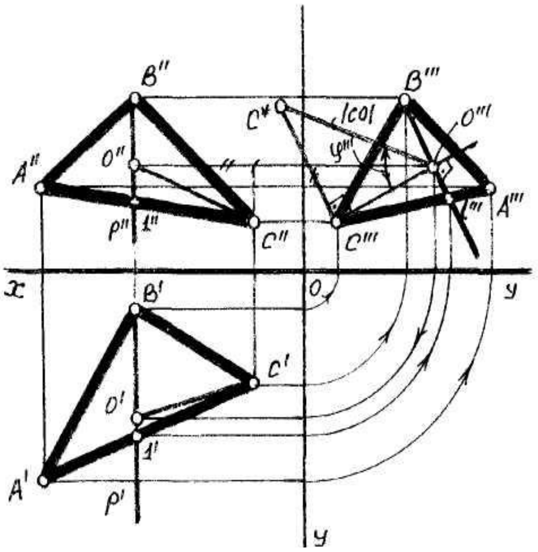
71-72 -сүрөттөрдө издеринин проекциялары жана ABC үч бурчтугу аркылуу берилген α мейкиндик тегиздигинин фронталдык (π_2) проекция тегиздигине жантайган φ_2 бурчун аныктоо көрсөтүлгөн.

Эгерде түз сызык мейкиндик тегиздигинде жатып профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллел болсо, берилген тегиздиктин профиль (*P*) сызыгы деп атайбыз. Ал эми мейкиндик тегиздигинде жатып, ошол тегиздиктин профиль (*P*) сызыгына перпендикуляр түз сызык профилдик (π_3) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайып жатат.

73-74 -сүрөттөрдө α тегиздигинин профилдик (π_3) проекция тегиздигине жантайган бурчунун чыныгы чоңдугу аталгандыгы, ошол тегиздиктин профилдик (π_3) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайган түз сызыгы аркылуу аныкталган. Мындай чийме маселелерди аткарууда берилген тегиздиктин профиль түз сызыгын чиймеге тургузуп, андан соң жүргүзүлгөн профиль сызыгына перпендикуляр абалда ошол тегиздикте жаткан түз сызык жүргүзүү менен аныкталат.



73-сүрөт

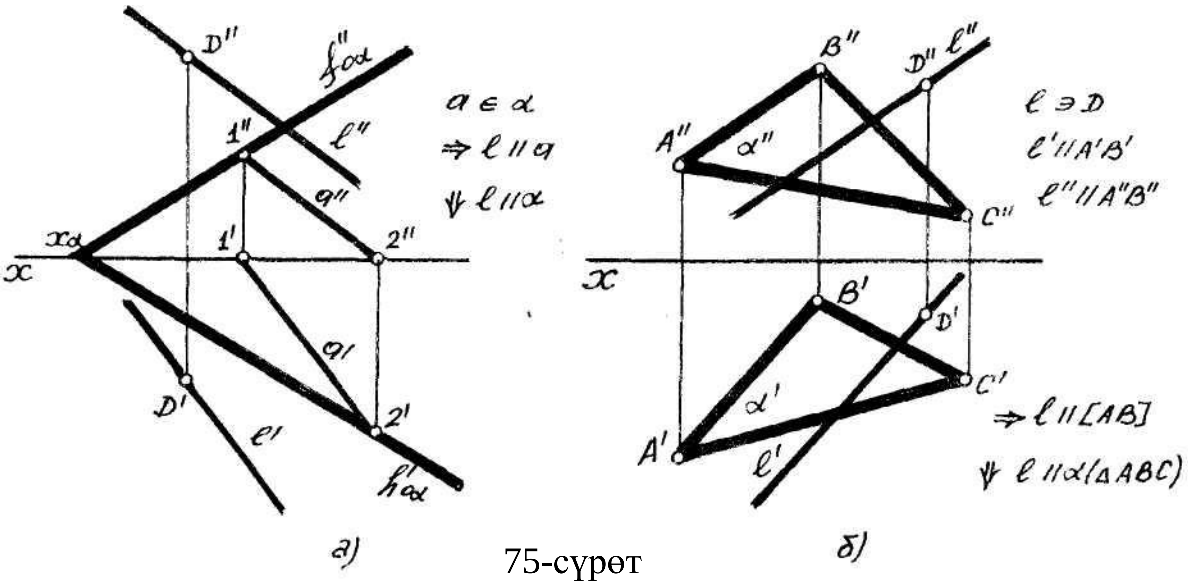


74-сүрөт

4.7. Тегиздикке параллель түз сызыктар

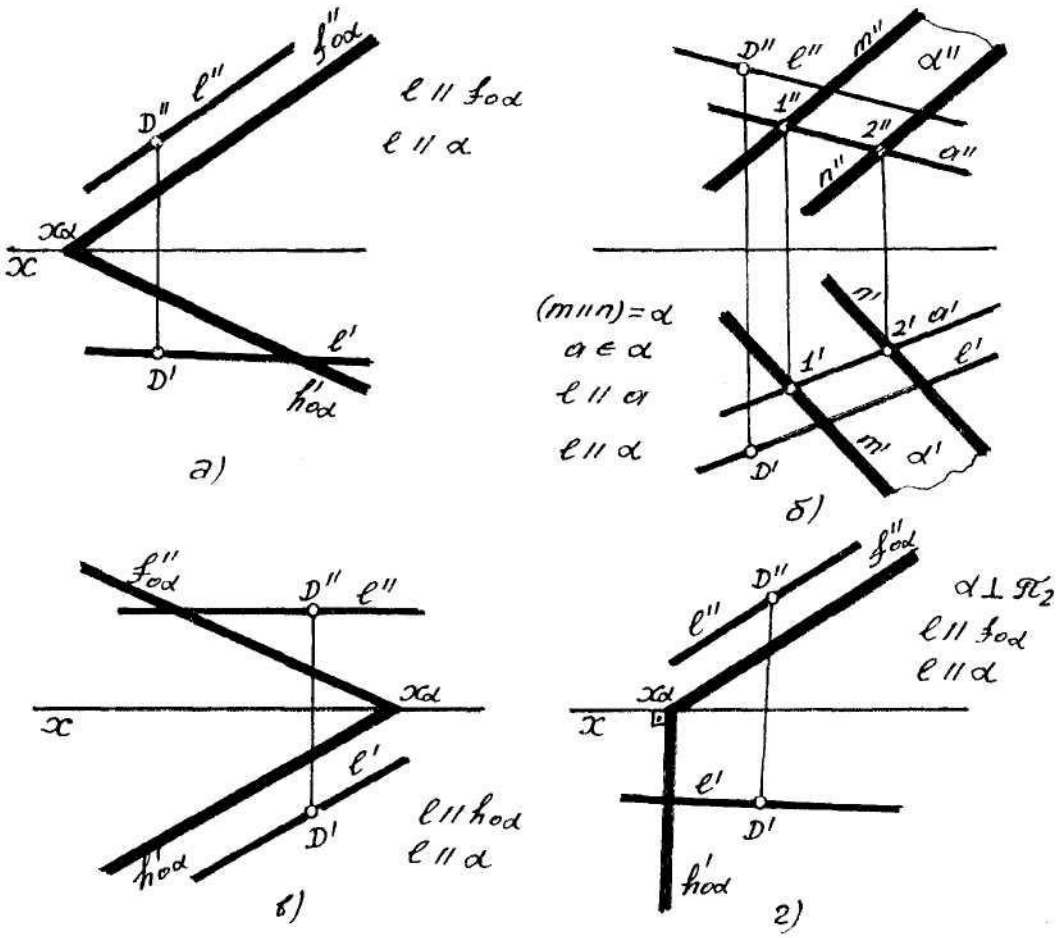
Мейкиндик тегиздигине параллель абалдагы чексиз түз сызык жүргүзүүгө болот. Эпюрдө түз сызык тегиздикке параллель болуусу үчүн, ал түз сызык тегиздикте жаткан түз сызыкка параллел болуусу шартка ылайык. Демек, берилген тегиздикке параллель түз сызык жүргүзүү үчүн, ошол тегиздикте жаткан түз сызык жүргүзүп андан соң ошол түз сызыкка параллель экинчи түз сызыкты жүргүзсөң, андан экинчи түз сызык берилген тегиздикте дагы параллель болот.

Мисал: D чекити аркылуу α тегиздигине параллель ℓ түз сызыгын жүргүзүү (75-сүрөт).



75-сүрөт

75-сүрөттө α тегиздигинде жаткан ***a*** түз сызыгын жүргүзгөн соң, ***a*** түз сызыгына параллелъ D чекити аркылуу ℓ(ℓ'ℓ") түз сызыгын жүргүзсөк, жогорудагы шартка ылайык ℓ түз сызыгы α тегиздигине дагы параллель болот. Мындай чиймелер 76-сүрөттө дагы көрсөтүлгөн.



76-сүрөт

Текшерүү суроолору

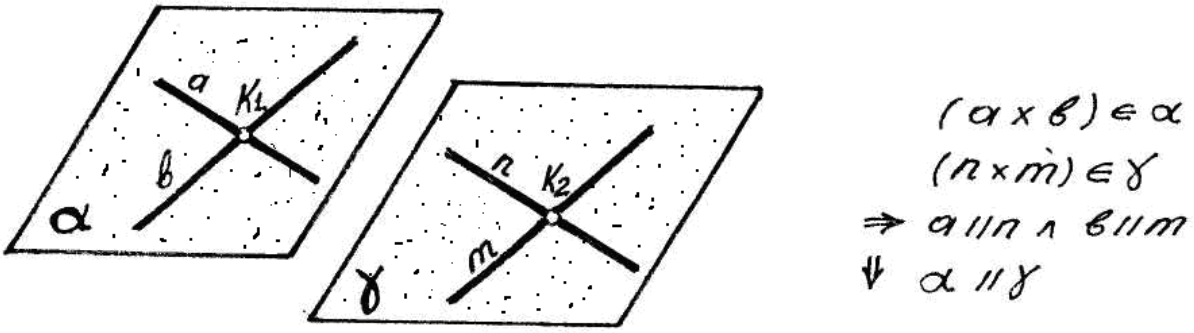
1. Мейкиндик тегиздиктери негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу кандай абалда болушат?
2. Жалпы абалдагы деп, кандай абалдагы тегиздиктерди атайбыз?
3. Кандай абалдагы тегиздиктер проекциялануучу болушат?
4. Деңгээл тегиздиктери кандай абалда болушат?
5. Өзгөчө абалдагы деп, кандай түз сызыктарды атайбыз?
6. Тегиздиктин горизонталы деген эмне?
7. Тегиздиктин фронталы кандай абалда болот?
8. Кулоо сызыгы деген кандай сызык?
9. Кандай шартта түз сызык тегиздикке параллель?

4.8. Эки тегиздиктин өз ара абалдары

Мейкиндик тегиздиги өз ара эки абалда болушат:

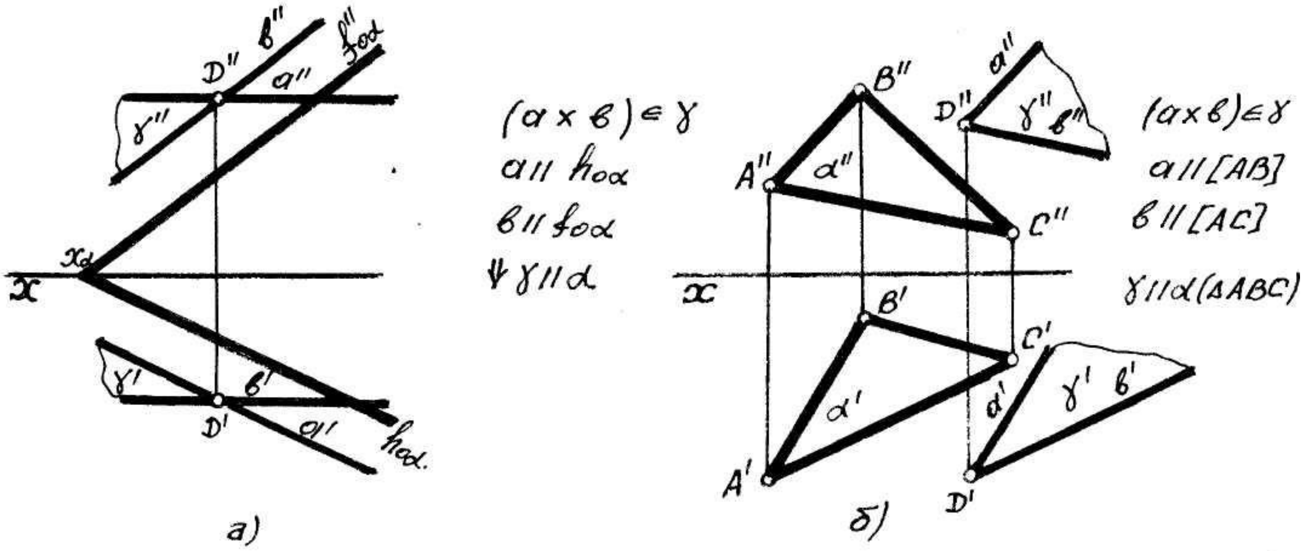
1. Өз ара параллель.
2. Өз ара кесилишкен.

1. Эгерде эки тегиздикте жаткан кесилишкен эки түз сызык, экинчи бир тегиздикте жаткан кесилишкен эки түз сызыкка параллель болушса, анда түз сызыктар жаткан тегиздиктер дагы өз ара параллель болушат (77-сүрөт).



77-сүрөт

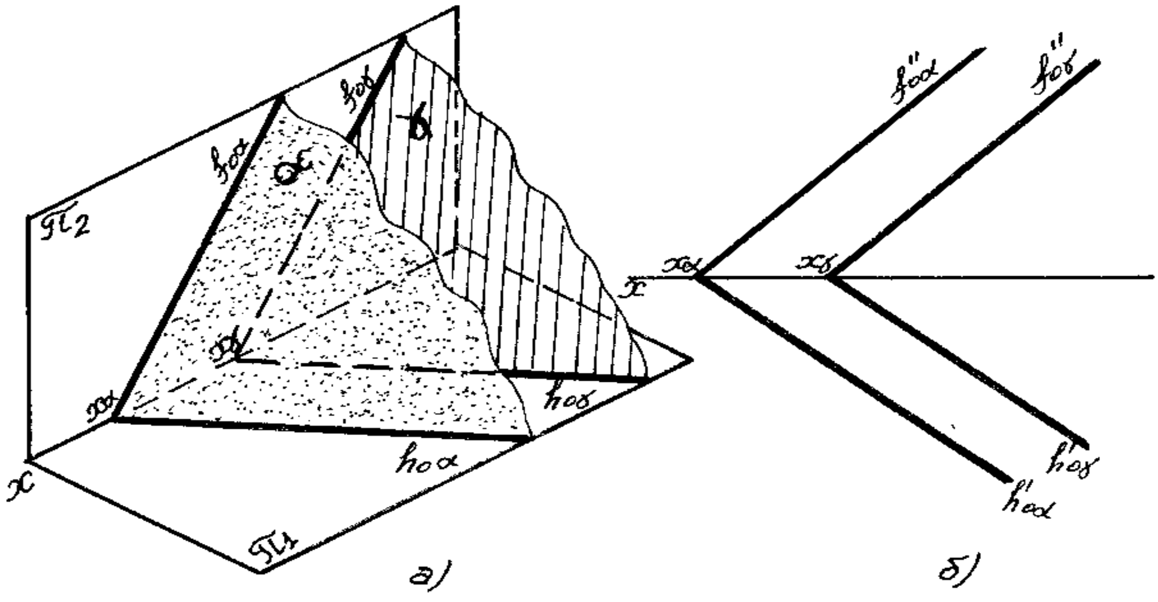
Жогорудагы шартты эске алып, өз ара параллель тегиздиктерди чиймеде (эпюрда) тургузуу үчүн, ошол тегиздиктерде жаткан өз ара параллель кесилишкен эки түз сызык жүргүзүү жетиштүү. Мисалга: D чекити аркылуу α тегиздигине параллель γ тегиздигин жүргүзүү (78-сүрөт).



78-сүрөт

Бул учурда D чекити аркылуу берилген α тегиздигинде жаткан кесилишкен эки түз сызыкка өз ара параллель экинчи γ тегиздигинде жаткан ***а*** жана ***в*** түз сызыктары жүргүзүлгөн. (78а-сүрөттө α тегиздигине анын кесилишкен горизонталдык жана фронталдык издери таандык).

Эгерде эки мейкиндик тегиздиги параллель болушса, анда алардын бир аттуу издери дагы өз ара параллель болушат $(\Rightarrow \boldsymbol{\alpha} // \boldsymbol{\gamma} \Downarrow h'_{0\alpha} // h''_{0\gamma} \wedge f'_{0\alpha} // f''_{0\gamma})$.

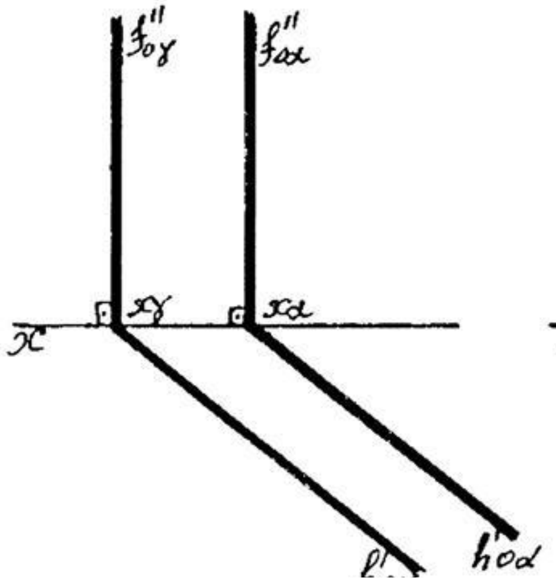


79-сүрөт

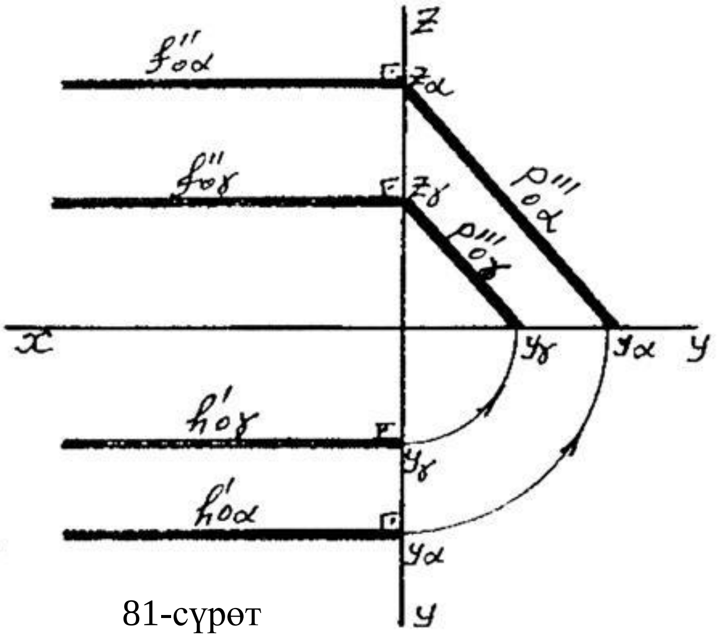
а)79а- сүрөттө өз ара параллель жалпы абалдагы α жана γ тегиздиктеринин мейкиндиктеги көрүнүшү, ал эми 79б-сүрөттө өз ара параллель абалдагы α жана γ тегиздиктеринин эпюру (чиймеси) көрсөтүлгөн.

Эгерде жеке абалдагы тегиздикке параллель экинчи тегиздикти тургузуу талап кылынса, анда экинчи тегиздик дагы жеке абалда болуусу тийиш.

80-Сүрөттө горизонталдык проекцияланууучу α тегиздигине $(\alpha\perp\pi_1)$ параллель γ тегиздигин тургузуу талап кылынса, γ тегиздиги дагы горизонталдык поекцияланууучу $(\gamma\perp\pi_1)$ болуусу талапка ылайык.



80-сүрөт

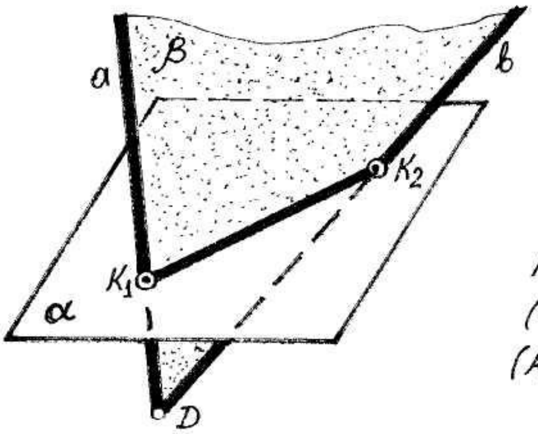


81-сүрөт

81-Сүрөттө ушундай эле өз ара параллель профилдик проекциялануучу α жана γ тегиздиктеринин чиймеси (эпюру) көрсөтүлгөн.

Мейкиндикте берилген эки тегиздик бири – бири менен беттешип калышса, анда мындай абалдар эки тегиздиктин параллелдүүлүгүнн жеке белгиси болот.

Эгерде эки тегиздик параллель болушпаса, анда алар сөзсүз кесилишет. Кесилишкен эки тегиздик жалпы бир түз сызыкка ээ. Ал түз сызык ошол кесилишкен тегиздиктердин кесилишүү сызыгы болуп эсептелет. Эки тегиздиктин кесилишүү сызыгын эпюрда (чиймеде) тургузуу үчүн, ошол берилген эки тегиздиктин экөөнө тең таандык эки чекитти аныктоо талап кылынат. Бул учурда бир тегиздикте жаткан эки түз сызыктын, экинчи тегиздикти кесип өткөн чекиттери аркылуу аныктоого болот. 82-сүрөттө β тегиздигинде жаткан ***а*** жана ***в*** түз сызыктары α тегиздигинин кесип өткөн K_1 жана K_2 чекиттерин аныктасак, K_1 жана K_2 чекиттери аркылуу өткөн түз сызык ошол α жана β тегиздиктеринин кесилиш сызыгын берет.



$(a \times \text{б}) \in \beta$

$K_1 \in (\alpha \wedge a)$

$K_2 \in (\alpha \wedge \text{в})$

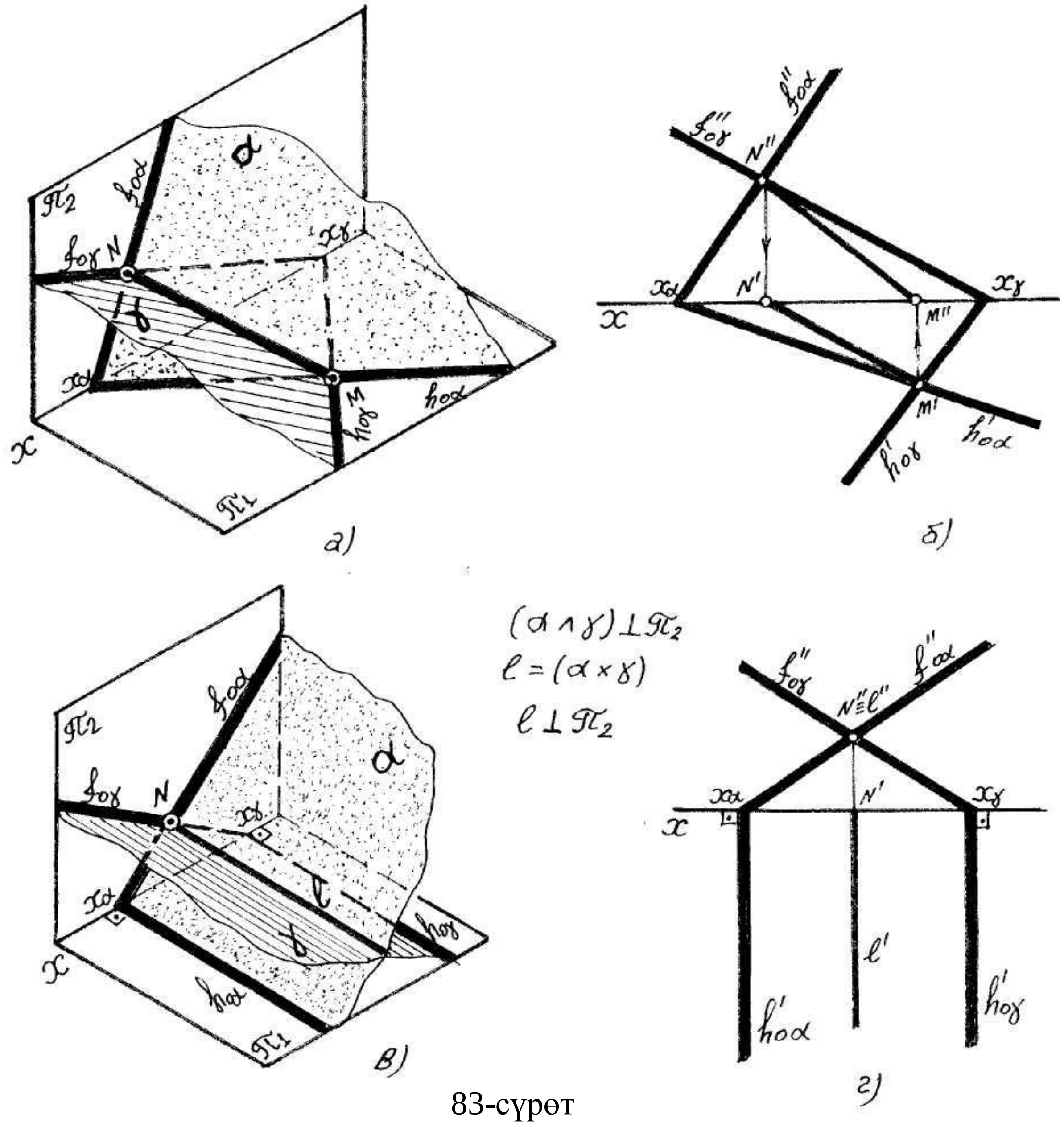
$(\alpha \times \beta) = K_1 K_2$

$(K_1 \wedge K_2) \in (\alpha \wedge \beta)$

82-сүрөт

Чиймеде берилген кесилишкен эки тегиздик издеринин проекциялары аркылуу берилсе, ал эки тегиздиктердин кесилиш сызыгын чиймеге тургузууну бир кыйла жеңилдетет. Анткени кесилиш сызык өтүүчү чекиттер берилген эки тегиздиктин бир аттуу издеринин кесилиш чекиттеринен аныктайбыз.

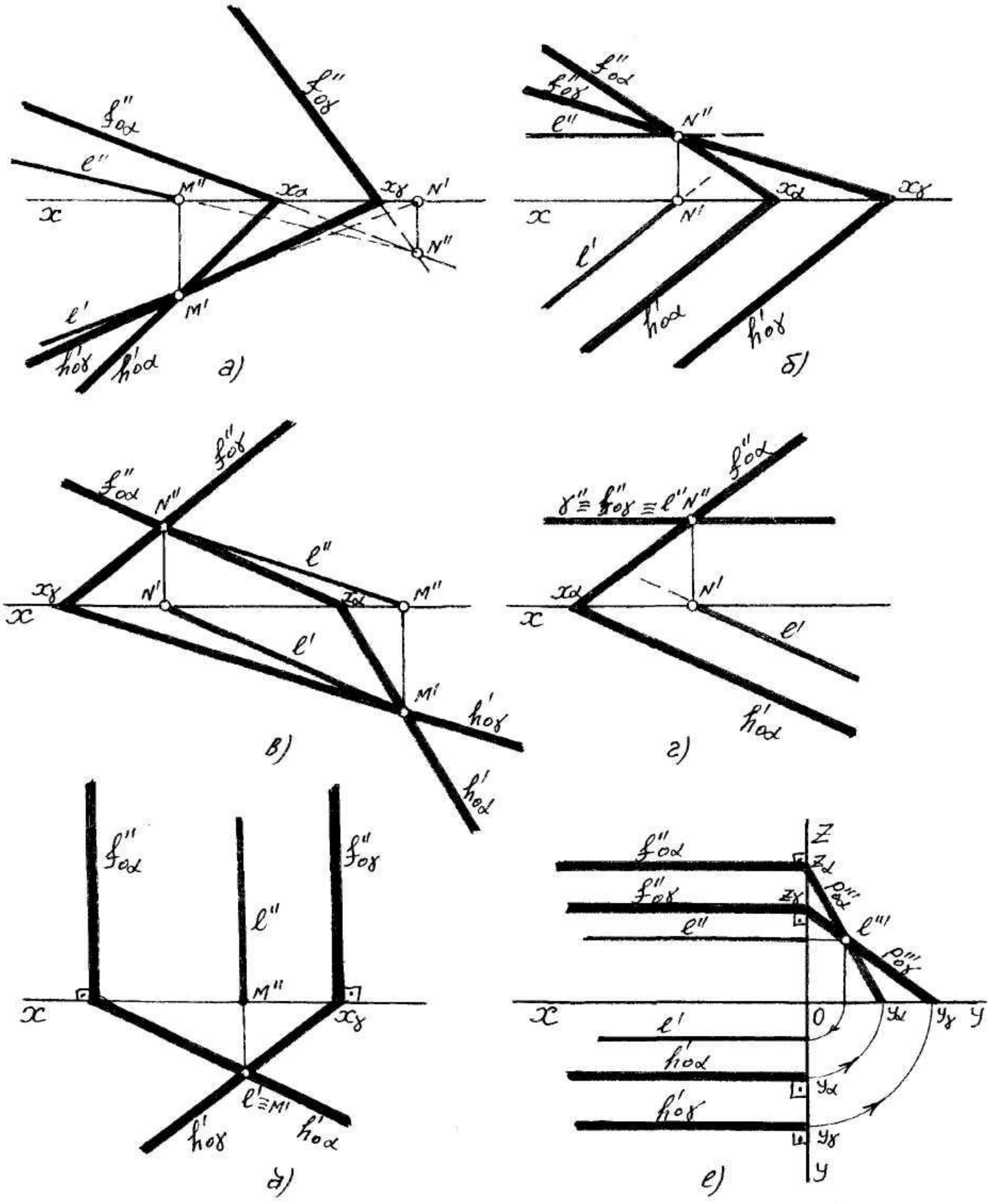
83-сүрөттө кесилишкен α жана γ тегиздиктеринин кесилиш сызыгы өтө турган N чекити тегиздиктердин фронталдык издеринин ($f_{0\alpha} \wedge f_{0\gamma}$), кесилишинен аныктасак, экинчи M чекитин, ошол эле тегиздиктердин горизонталдык ($h_{0\alpha} \wedge h_{0\gamma}$), издеринин кесилишинен аныктайбыз. 83-сүрөттө кесилишкен α жана γ тегиздиктеринин кесилиш сызыгынын эпюру көрсөтүлгөн. 83г-сүрөттө көрүнүп тургандай кесилишкен эки тегиздик экөө тең проекциялануучу болушса, анда ал тегиздиктердин кесилишинен пайда болгон кесилиш сызыгы дагы проекциялануучу болот. Мындай учурда тегиздиктердин бир гана издери кесилишет, ал эми калган издери өз ара параллель жайгашат.83в-сүрөттөгү α жана γ тегиздиктери экөө тең фронталдык проекциялануучу. Демек, сүрөттөгү α жана γ тегиздиктеринин фронталдык издери кесилишип ($f_{0\alpha}$ x $f_{0\gamma}$), горизонталдык жана профилдик издери эпюрда өз ара параллель жайгашышат ($h_{0\alpha} // h_{0\gamma}$; $P_{0\alpha} // P_{0\gamma}$).



83-сүрөт

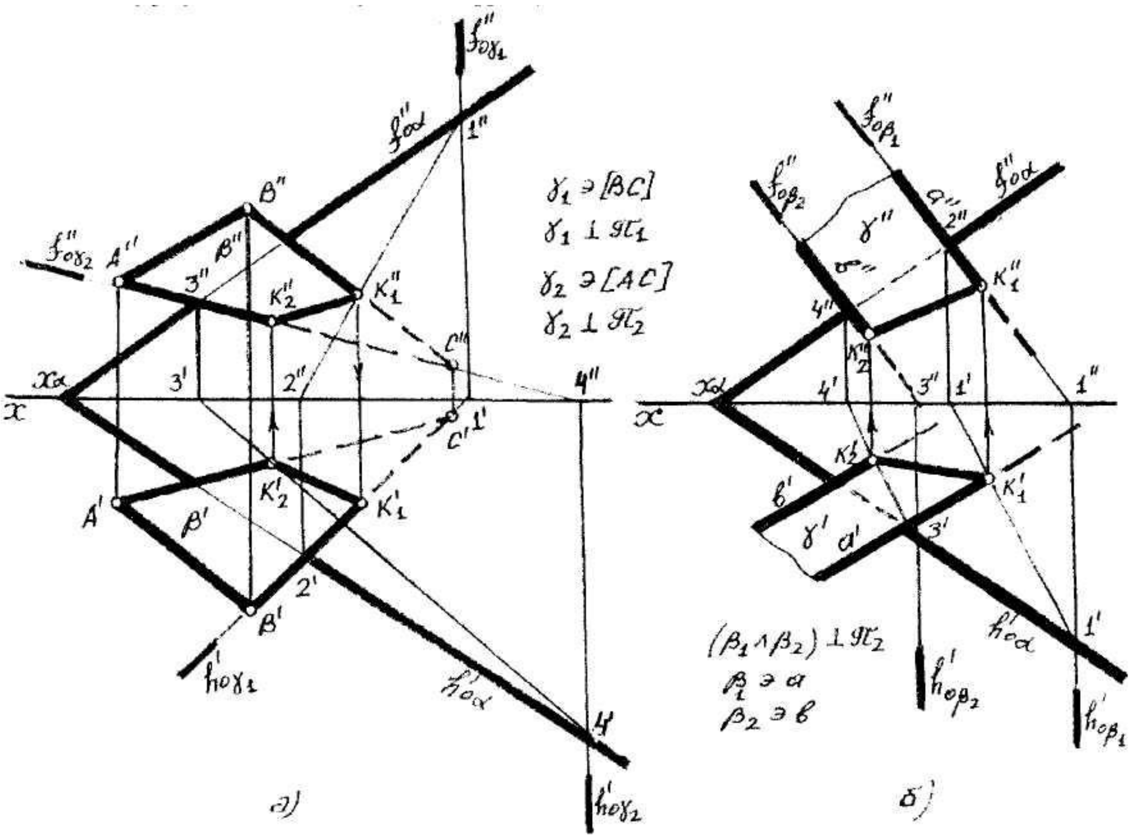
84-сүрөттө мейкиндик тегиздиктеринин издеринин проекциялары аркылуу берилген ар кандай абалдагы эки тегиздиктин кесилиш сызыктарын чиймеге тургузууга бир канча мисалдар көрсөтүлгөн.

Эгерде кесилишкен эки тегиздиктин бири издеринин проекциялары аркылуу, ал эми экинчиси башка (Мисалга АВС үч бурчтугу) ыкма менен берилсе, эки тегиздиктин кесилиш сызыгын чиймеге тургузууда экинчи тегиздикте жаткан каалагандай эки түз сызыктын биринчи тегиздиги менен кесилиш чекиттерин аныктап, андан соң ошол алынган чекиттердин бир аттуу проекцияларын туташтырсак, берилген эки тегиздиктин кесилиш сызыгын чиймеге тургузган болобуз (79-сүрөт).



84-сүрөт

85-сүрөттө α тегиздиги менен АВС үч бурчтугунун кесилиш сызыгын чиймеге тургузууда үч бурчтуктун ВС жана АС жактарынын α тегиздиги менен кесилишкен K_1 ($K_1'K_1''$) жана K_2 ($K_2'K_2''$) чекиттерин аныктаган соң, алынган K_1 жана K_2 чекиттеринин бир аттуу проекцияларын туташтырсак берилген α тегиздиги менен АВС үч бурчтугунун кесилиш сызыгын чиймеге тургузган болобуз. 85б-сүрөттө α тегиздиги менен параллель ***а*** жана ***в*** түз сызыктары аркылуу берилген γ тегиздигинин кесилиш сызыгы деле 78а-сүрөттөгүдөй эле



$\gamma_1 \ni [BC]$

$\gamma_1 \perp \pi_1$

$\gamma_2 \ni [AC]$

$\gamma_2 \perp \pi_2$

$(\beta_1 \wedge \beta_2) \perp \pi_2$

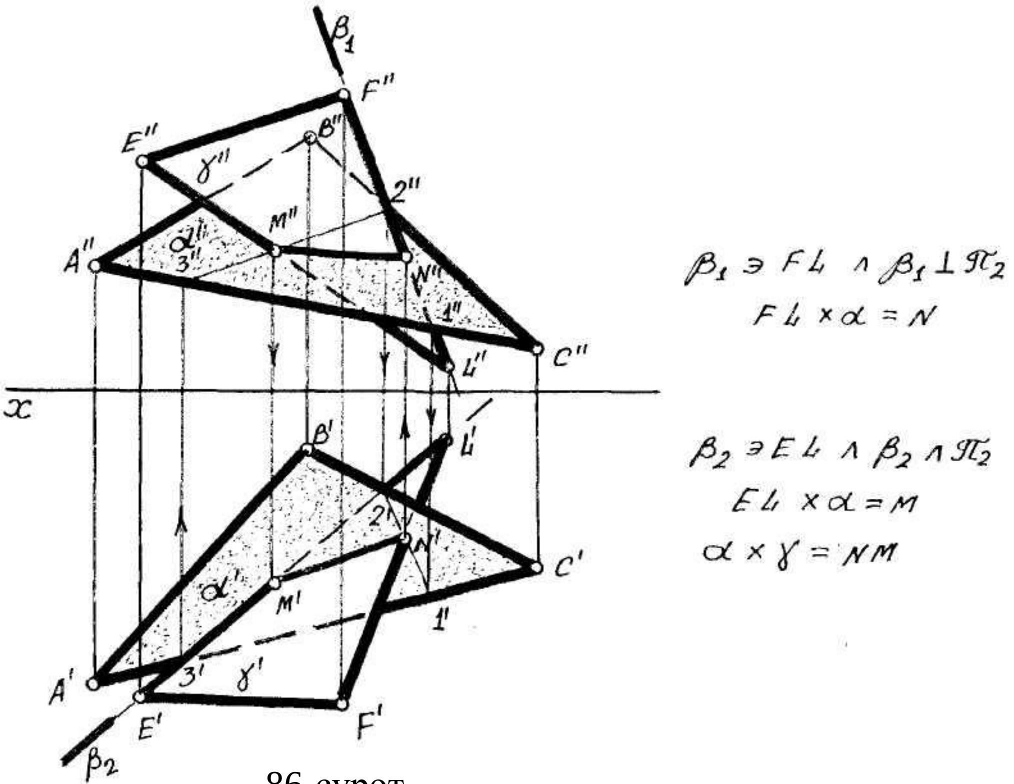
$\beta_1 \ni a$

$\beta_2 \ni b$

а) б)

85-сүрөт

аткарылат. Ушундай эле α жана γ кесилишкен эки тегиздик экөө тең үч бурчтуктар аркылуу берилсе, жогоруда көрсөтүлгөн ыкмаларды жетекчиликке алып аткарабыз. 86-сүрөттө $\alpha(\Delta ABC)$ ал эми $\gamma(\Delta EFL)$ берилсе, төмөндөгү тартип(катар) менен аткаруу сунушталат:



$\beta_1 \ni FL \wedge \beta_1 \perp \pi_2$

$FL \times \alpha = N$

$\beta_2 \ni EL \wedge \beta_2 \wedge \pi_2$

$EL \times \alpha = M$

$\alpha \times \gamma = NM$

86-сүрөт

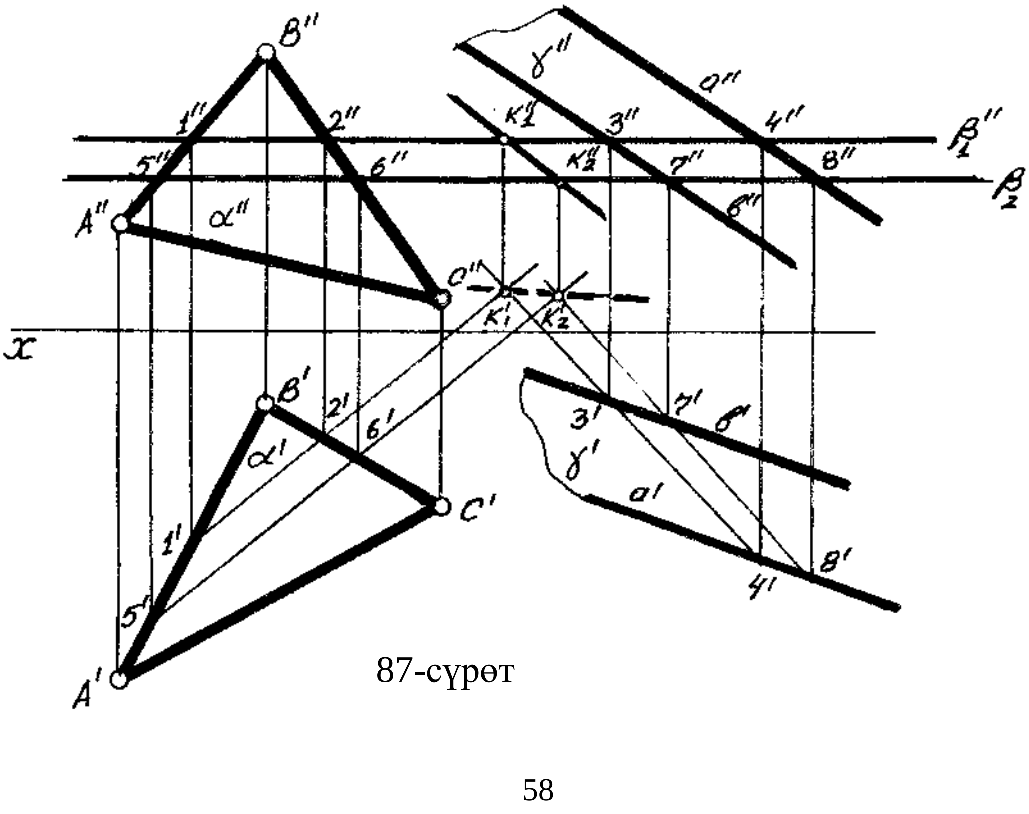
1. EFL үч бурчтугунун FL жагы аркылуу фронталдык проекцияланууучу β_1 тегиздигин жүргүзүп, жүргүзүлгөн тегиздик менен $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздигинин кесилиш сызыгынан EFL үч бурчтугунун FL жагынын $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздиги менен кесилишкен N(N'N'') чекитин аныктайбыз.

2.EFL үч бурчтугунун EL жагы аркылуу горизонталдык проекцияланууучу β_2 тегиздигин жүргүзүп, ошол жүргүзүлгөн β_2 тегиздиги менен $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздигинин кесилиш сызыгынан EFL үч бурчтугунун EL жагынын $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздиги менен кесилишкен M(M'M'') чекитин аныктайбыз.

3.FL үч бурчтугунун FL жана EL жактары $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздиги кесип өткөн N жана M чекиттеринин бир аттуу (N' M'$\wedge$ N'' M'') проекцияларын туташтырсак берилген $\alpha(\Delta ABC)$ жана $\gamma(\Delta EFL)$ тегиздиктеринин кесилиш сызыктарын эпюрдө тургузган болобуз.

Эгерде кесилишкен эки тегиздик издеринин проекциялары аркылуу берилбесе жана ошол берилген чийменин чегинде кесилишпесе анда, мындай абалдагы тегиздиктердин кесилиш сызыктарын чиймеге тургузуу үчүн, кошумча өз ара параллель абалдагы деңгээл тегиздиктерин пайдалануу талап кылынат.

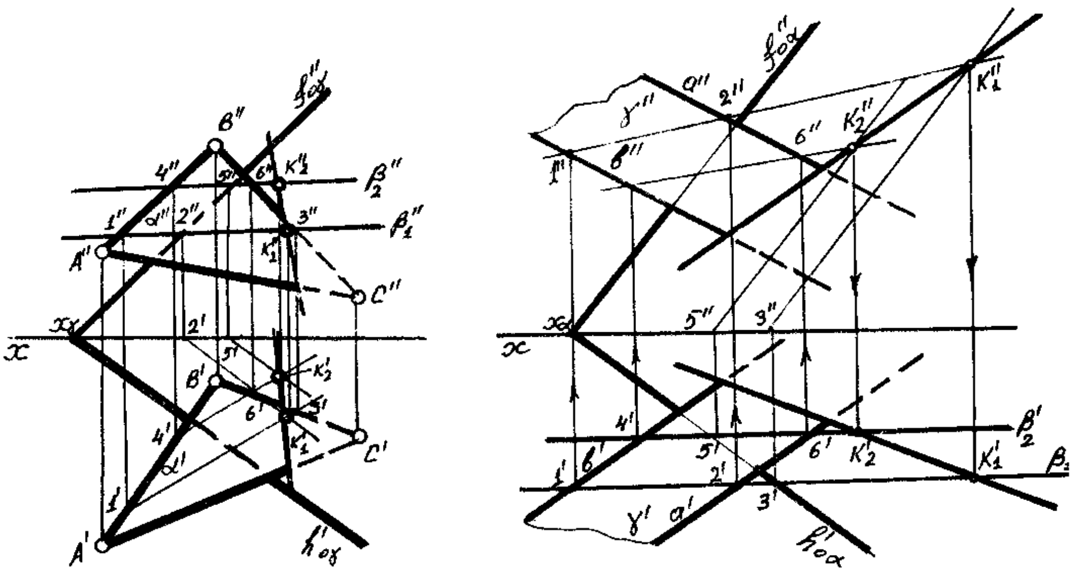
87-Сүрөттө α (ΔABC) жана α (***a***//***b***) тегиздиктеринин кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн бул чиймеде өз ара параллель горизонталдык проекция тегизинин деңгээлиндеги (горизонталь) β_1 жанаβ_2 тегиздиктери пайдаланылган үч тегиздиктин кесилиши чекит болоору белгилүү ошондуктан α,β жана β_1 тегиздиктеринин кесилиш чекити K_1болсо α,β тегиздиктеринин кесилиши K_2 чекити болот.K_1 жанаK_2 чекиттерин туташтырсак берилген α жанаβ тегиздиктеринин кесилиш сызыгын чиймеде тургузган болобуз.



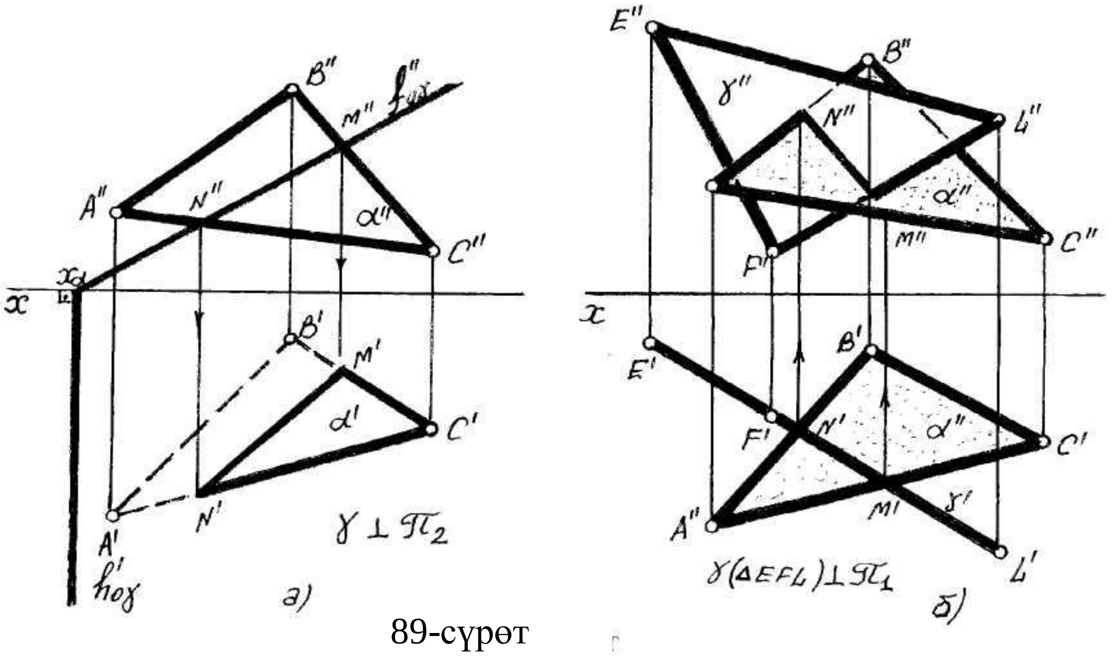
87-сүрөт

87-Сүрөттө көрсөтүлгөн ыкманы бир тегиздик издеринин проекциясы ал эми экинчи тегиздик башка ыкма менен, мисалга; үч бурчтук аркылуу берилген учурда жогорудагы ыкманы пайдаланууга болот (88-сүрөт).

88-сүрөттө α тегиздиги менен АВС үч бурчтугунун кесилиш сызыгын чиймеге тургузууда үч бурчтуктун ВС жана АС жактарынын α тегиздиги менен кесилишкен K_1 ($K_1'K_1''$) жана K_2 ($K_2'K_2''$) чекиттерин аныктаган соң, алынган K_1 жана K_2 чекиттеринин бир аттуу проекцияларын туташтырсак берилген α тегиздиги менен АВС үч бурчтугунун кесилиш сызыгын чиймеге тургузган болобуз. 88б-сүрөттө α тегиздиги менен параллель ***а*** жана ***в*** түз сызыктары аркылуу берилген γ тегиздигинин кесилиш сызыгы деле 88а-сүрөттө көрсөтүлгөндөй эле аткарылат.



88-сүрөт



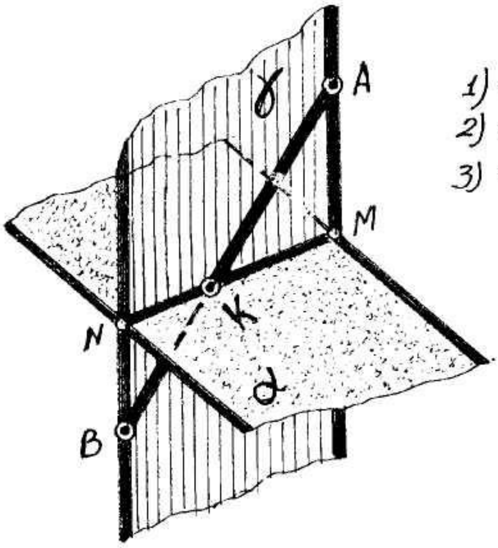
89-сүрөт

Эгерде кесилишкен эки тегиздиктин бири проекцияланууучу болсо анда проекцияланууучу абалдагы тегиздиктин түз сызык болуп проекцияланган проекциясы менен кесилиш сызыктын ошол проекциясы беттешип проекцияланышат. Анткени кесилиш сызык, кесилишкен эки тегиздикке тең таандык экени белгилүү (89-сүрөт).

4.9. Түз сызык менен тегиздиктин өз ара абалдары

Мейкиндикте түз сызык менен тегиздиктер өз ара үч абалда болушат:

1. Түз сызык тегиздикте жатат.
2. Түз сызык тегиздикке параллель.
3. Түз сызык тегиздик менен кесилишет.



$$\gamma \ni [AB] \wedge \gamma \perp \pi_1$$

$$1) \Rightarrow NM \equiv [AB] \Downarrow [AB] \in \alpha$$

$$2) \Rightarrow NM \parallel [AB] \Downarrow [AB] \parallel \alpha$$

$$3) \Rightarrow NM \times [AB] \Downarrow [AB] \times \alpha$$

90-сүрөт

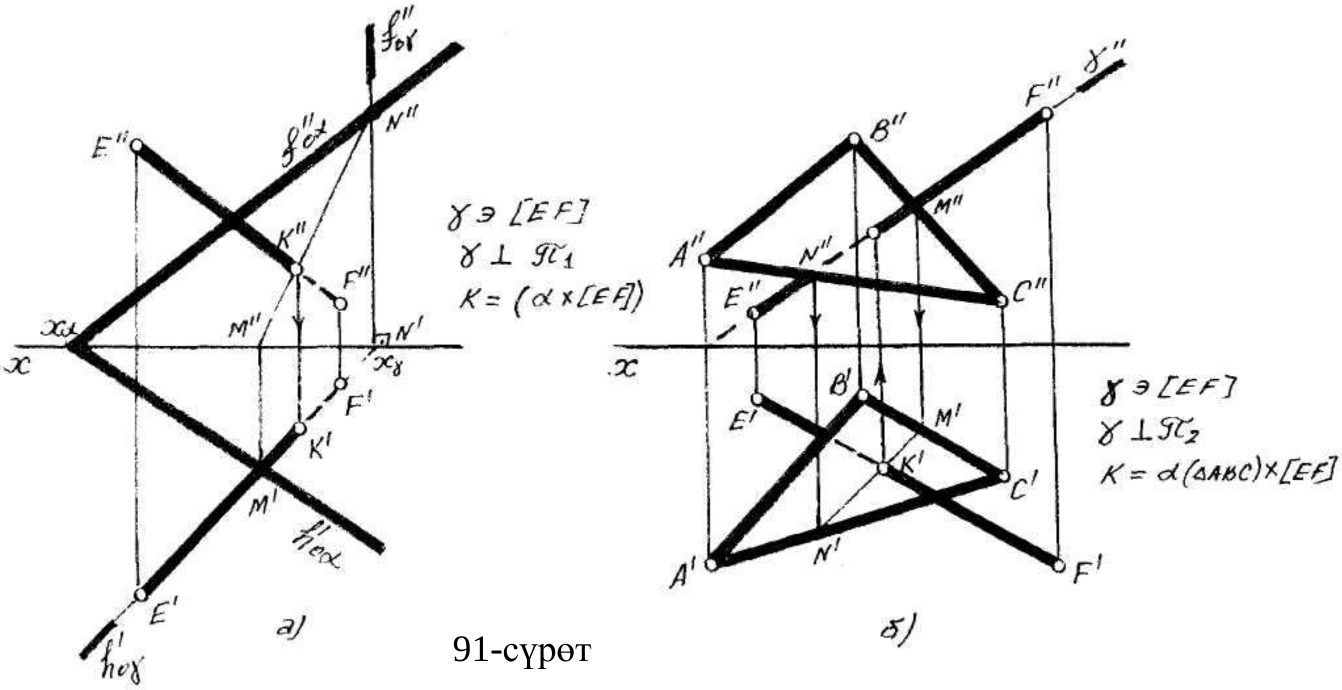
90-сүрөттө көрүнүп тургандай мейкиндикте берилген түз сызык менен тегиздиктин өз ара абалдарын аныктоо үчүн берилген түз сызык аркылуу проекцияланууучу тегиздик жүргүзүп, ошол жүргүзүлгөн тегиздик менен берилген тегиздиктин кесилиш сызыгын тургузабыз дагы, кесилиш сызык менен берилген сызыктын өз ара абалдарына талдоо жүргүзөбүз:

1. Эгерде кесилиш сызык менен берилген түз сызык беттешип калса, анда берилген түз сызык тегиздикте жатат;
2. Эгерде кесилиш сызык менен берилген түз сызык өз ара параллель болсо, анда берилген түз сызык тегиздикке параллель болот;
3. Эгерде кесилиш сызык менен берилген түз сызык өз ара кесилишсе, анда берилген түз сызык тегиздик менен дагы кесилишет.

90-сүрөттө берилген AB кесиндиси, мейкиндик тегиздиги менен кошумча жүргүзүлгөн тегиздиктин кесилиш NM сызыгы кесилишкен, демек жогорудагы эрежеге ылайык AB кесиндиси α тегиздиги менен дагы кесилишет. Ал эми K чекити берилген түз сызыгы менен мейкиндик тигиздигинин кесилиш чекити болот.

Мисал. EF кесиндиси менен α тегиздигинин өз ара абалын аныктоо (91-сүрөт). 91а-сүрөттөгү чийме төмөндөгү тартип менен аткарылды:

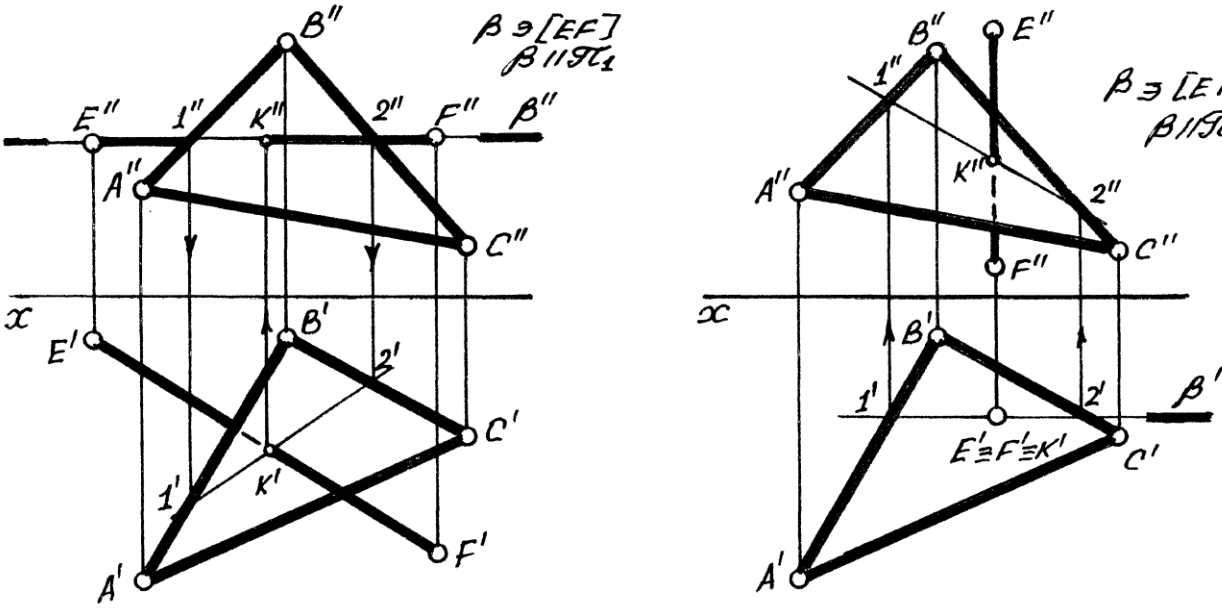
1. EF кесиндиси аркылуу горизонталдык проекциялануучу ($\gamma \perp \pi_1$) **γ** тегиздиги жүргүзүлөт.
2. Жүргүзүлгөн **γ** тегиздиги менен берилген α тегиздигинин кесилиш (NM) сызыгы аныкталат.
3. Кесилиш (NM) сызыгы менен берилген EF кесиндисинин өз ара абалдары аныкталып, кесилиш сызыгы (NM) менен EF кесиндиси К(К'К") чекитинен кесилиши аныкталды. Демек **α** тегиздигин EF кесиндиси К чекитинен кесип өтөт.



91-сүрөт

91б-сүрөттө α тегиздиги АВС үч бурчтугу берилип, ал эми EF кесиндиси менен АВС үч бурчтугунун абалдарын аныктоодо EF кесиндиси аркылуу фронталдык проекциялануучу ($\gamma \perp \pi_2$) **γ** тегиздиги жүргүзүлгөн (γ"≡E"F"). Эгерде берилген кесинди жеке абалда болсо (проекция тегиздиктеринин бирине параллель же перпендикуляр), анда кесинди аркылуу кошумча деңгээл тегиздиктерин жүргүзүү ыңгайлуу.

Эгерде берилген тегиздик менен кесилишкен түз сызык же кесинди деңгээл же проекциялануучу абалда жайгашса, түз сызык менен тегиздиктин кесилиш чекитин аныктоодо берилген түз сызык аркылуу деңгээл (эки проекция тегиздигине перпендикуляр) тегиздигин жүргүзүү ыңгайлуу. 92-сүрөттө EF кесиндиси менен **α** (Δ АВС) тегиздигинин кесилиш чекитин аныктоодо EF кесиндиси аркылуу фронталь ($\beta // \pi_2$) тегиздиги жүргүзүлгөн.

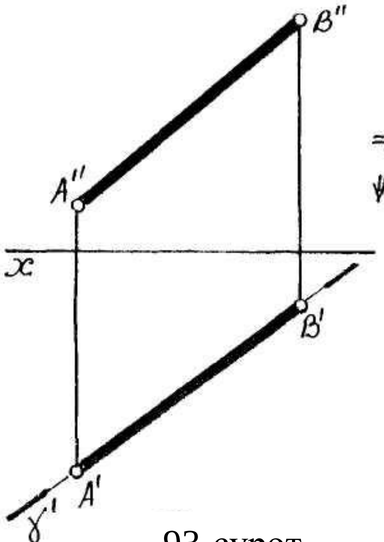


92-сүрөт

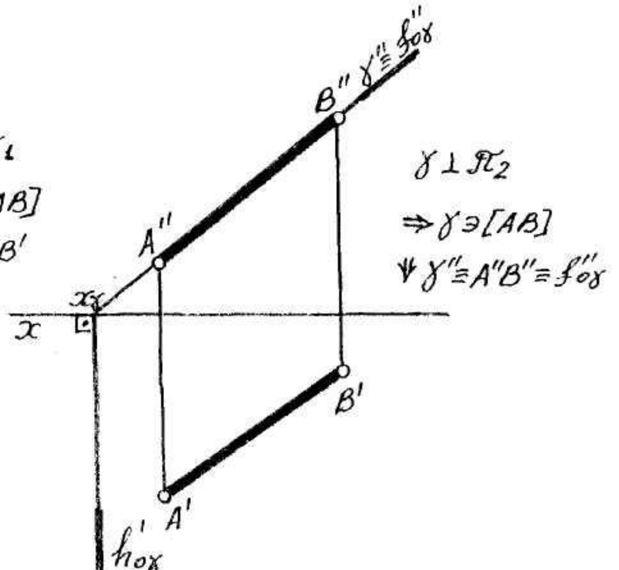
4.10. Түз сызык аркылуу проекциялануучу тегиздиктерди жүргүзүү

Сызма геометрия окуу сабагын окууда, көпчүлүк позициялык чийме маселелерди аткарууда берилген түз сызык же кесинди аркылуу проекциялануучу (бир проекция тегиздигине перпендикуляр абалдагы) тегиздиктерди жүргүзүүгө туура келет. Бул учурда жүргүзүлгөн проекциялануучу тегиздик перпендикуляр болгон проекция тегиздигиндеги проекциясы менен берилген түз сызыктын ошол проекция тегиздигиндеги проекциясы беттешип бир түз сызыкта жатат. Анткени жүргүзүлгөн тегиздик ошол проекция тегиздигине перпендикуляр болуп, түз сызык болуп проекцияланса жана берилген түз сызык ошол тегиздикте жатса , анда алардын ошол проекция тегиздигиндеги проекциялары беттешип бир түз сызык болуп проекцияланышы закон ченемдүүлүк.

Мисалга: Жалпы абалдагы АВ кесиндиси аркылуу горизонталдык проекциялануучу γ тегиздигин жүргүзсөк, анда АВ кесиндисинин горизонталдык (А'В') проекциясы менен жүргүзүлгөн γ тегиздигинин горизонталдык проекциясы (γ') беттешип (А'В'≡γ') бир түз сызыкта жатышат (93-сүрөт). Эгерде түз сызык же кесинди аркылуу 93-сүрөттөгүдөй проекциялануучу тегиздикти, тегиздикеринин берилишинин башка ыкмалары менен жүргүзсөк деле тегиздиктин горизонталдык проекциялары түз сызык болуп проекцияланып, түз сызыктын горизонталдык проекциясы менен беттешип проекцияланат.



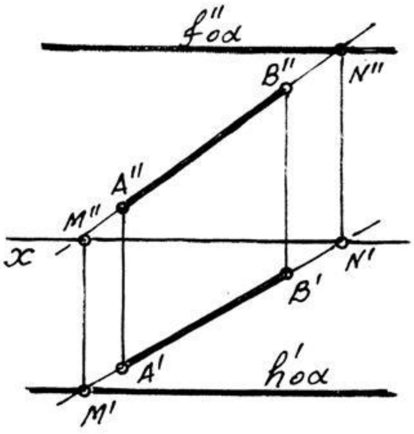
93-сүрөт



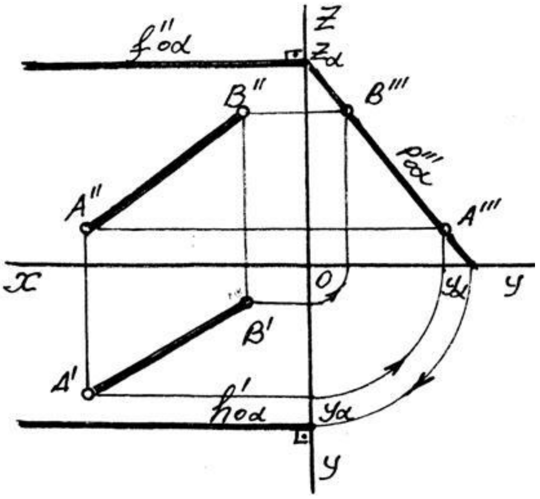
94-сүрөт

94-сүрөттө берилген АВ кесиндиси аркылуу, фронталдык проекциялануучу тегиздигинин чиймеси көрсөтүлгөн. Проекциялануучу тегиздиктер берилген маселенин шартына жана аткаруу ыңгайына жараша жүргүзүлөт. Берилген түз сызык же кесинди профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель жайгашса, көпчүлүк учурда профилдик проекциялануучу тегиздик жүргүзүлөт. Берилген АВ түз сызыгы аркылуу профилдик проекциялануучу тегиздикти эки ыкма менен тургузууга болот.

1. Берилген түз сызыктын горизонталдык(M) жана фронталдык (N) издерин чиймеге тургузуп андан соң, ошол аныкталган издер аркылуу х огуна параллель абалда тегиздиктин горизонталдык ($h_{0\alpha}$) жана фронталдык ($f_{0\alpha}$) издерин чиймеге тургузсак, берилген түз сызык аркылуу профилдик проекциялануучу (π_3 проекция тегиздигине перпендикуляр абалда) тегиздик жүргүзгөн болобуз. Анткени берилген түз сызык жүргүзүлгөн тегиздиктин эки чекити аркылуу өтөт (95 -сүрөт).



95-сүрөт



96 -сүрөт

2. Берилген түз сызыктын же кесиндинин профилдик ($A'''B'''$) проекциясын тургузуп, тургузулган профилдик ($A'''B'''$) проекция аркылуу тегиздиктин профилдик изин тургузуп ($A'''B'''\equiv P'''_{0\alpha}$), андан соң x огуна параллель абалда талап кылынган профилдик проекциялануучу тегиздиктин фронталдык ($f''_{0\alpha}$) жана горизонталдык ($h'_{0\alpha}$)издери чиймеге тургузулат (96-сүрөт).

Берилген түз сызык аркылуу профилдик проекциялануучу тегиздик кандай гана ыкма менен берилбесин, жүргүзүлгөн тегиздиктин профилдик проекциясы, дайыма бир түз сызыкка беттешет. Анткени ар кандай профилдик проекциялануучу тегиздиктин, профилдик проекциясы түз сызык болуп проекцияланат.

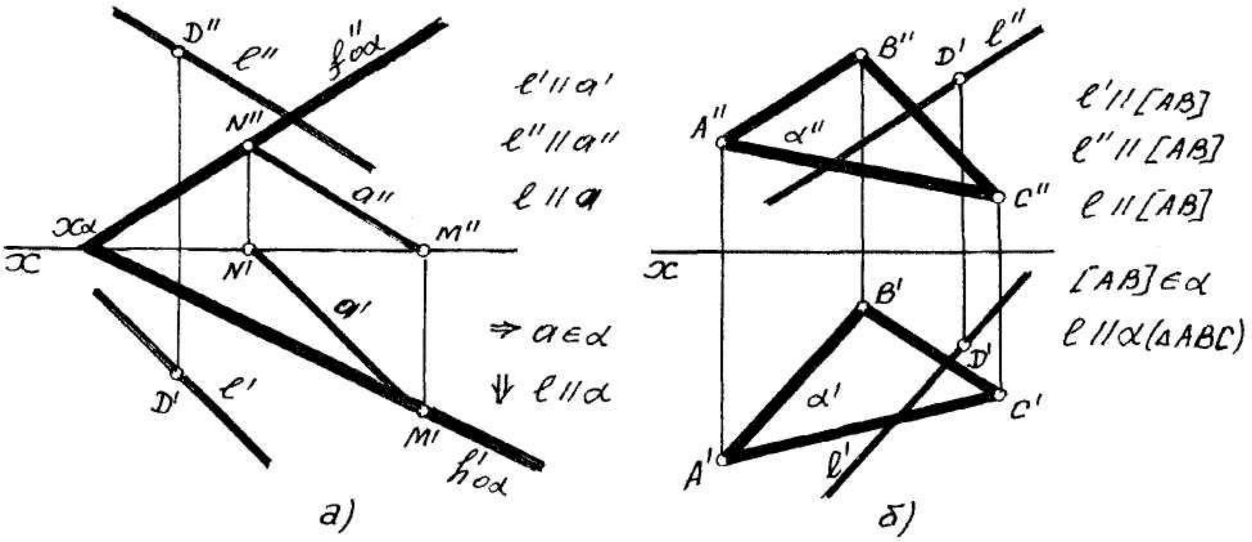
Текшерүү суроолору

1. Мейкиндикте эки тегиздик өз ара кандай абалдарда болушат?
2. Кандай абалда эки тегиздик өз ара параллель болушат?
3. Эки тегиздиктин кесилиш сызыгын кандайча аныктайбыз?
4. Жеке абалдагы тегиздиктердин кесилиш сызыктары негизги проекция тегиздигине салыштырмалуу кандай абалда болушат?
5. Эгерде тегиздиктин издери чийменин чегинде кесилишпесе, алардын кесилиш сызыгын кандайча тургузабыз?
6. Мейкиндикте түз сызык менен тегиздик кандай абалда болушат?
7. Кандай учурда түз сызык тегиздикте жатат?
8. Жалпы абалдагы тегиздик менен жеке абалдагы түз сызыктын кесилиш чекитин кандай тартипте аныктайбыз?
9. Эмне максатта түз сызык аркылуу проекциялануучу тегиздиктер тургузулат?
10. Чийменин чегинде проекциялары кесилишпеген тегиздиктердин кесилиш сызыктары кандай тартипте тургузулат?

4.11.Тегиздикке параллель түз сызыктарды жүргүзүү

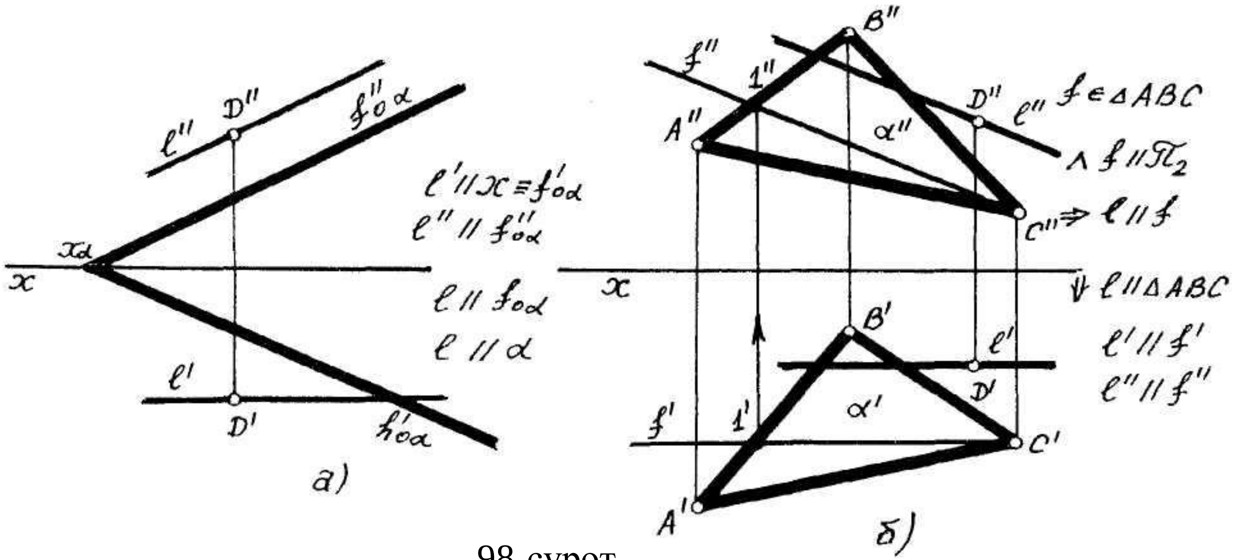
Эгерде түз сызык тегиздикте жаткан түз сызыкка параллель болсо ,анда ал түз сызык тегиздиктин өзүнө дагы параллель болот.Демек мейкиндик тегиздигине параллель абалдагы чексиз түз сызыктарды жүргүзүүгө болот. Бирок, эпюрда (чиймеде) түз сызык берилген тегиздикке параллель болуусу үчүн, ал түз сызык тегиздикке таандык болгон (берилген тегиздикте жаткан) түз сызыкка параллель болуусу шартка ылайык.

Мисалга: D чекити аркылуу α тегиздигине параллель ℓ түз сызыгын жүргүзүү талап кылынса, жогорудагы шартка ылайык биринчи берилген тегиздикте жаткан түз сызык жүргүзүп, андан соң ошол түз сызыкка параллел ℓ түз сызыгын жүргүзсөк, ℓ түз сызыгы дагы берилген тегиздикке параллель болот(97-сүрөт).



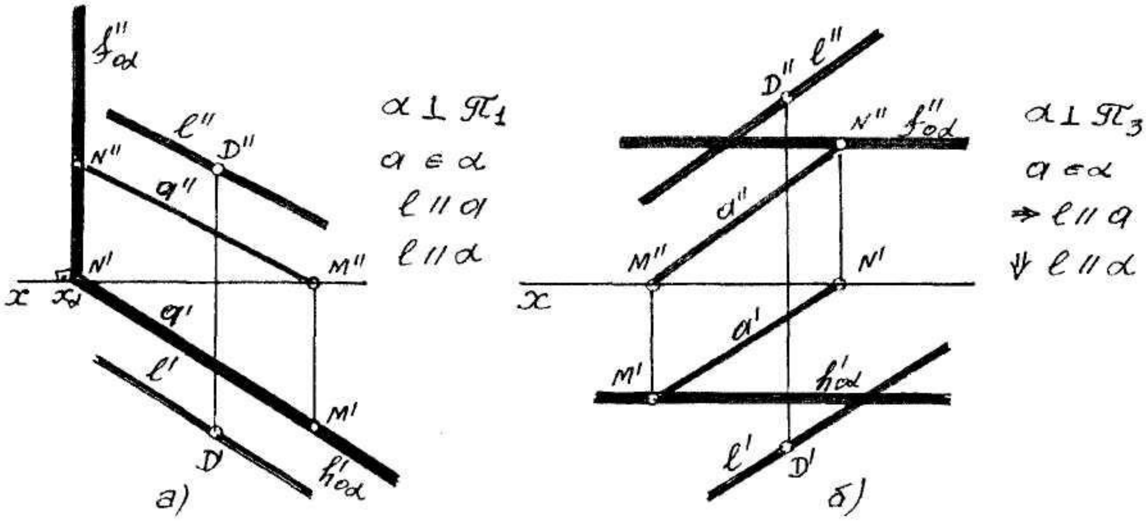
97-сүрөт

97б-сүрөттө АВС үч бурчтугу α тегиздигинде жатат, демек ℓ түз сызыгы үч бурчтуктун каалаган жагына параллель болсо, анда ал түз сызык АВС үч бурчтугу жаткан α тегиздигине дагы параллель болот. Мындай учурда тегиздикте жаткан дагы түз сызыкты жүргүзүүнүн зарылчылыгы жок. Жалпы абалдагы тегиздикке параллель түз сызык ар кандай (жеке) болуусу мүмкүн. 98-сүрөттөрдө α тегиздигине параллель түз сызык фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалда жайгашкан. Демек ар кандай абалдагы мейкиндик тегиздигине параллель болгон, горизонталдык (π_1), фронталдык (π_2) жана профилдик (π_3) проекция тегиздиктерине параллель абалдагы түз сызык жүргүзүүгө болот. Чиймеде мейкиндик тегиздиктеги издерин проекциялары аркылуу берилсе, анда берилген тегиздикте жаткан түз сызык жүргүзүүнүн зарылчылыгы жок. Анткени тегиздиктин издери ошол тегиздикте жаткан жеке абалдагы түз сызыктар экени белгилүү.



98-сүрөт

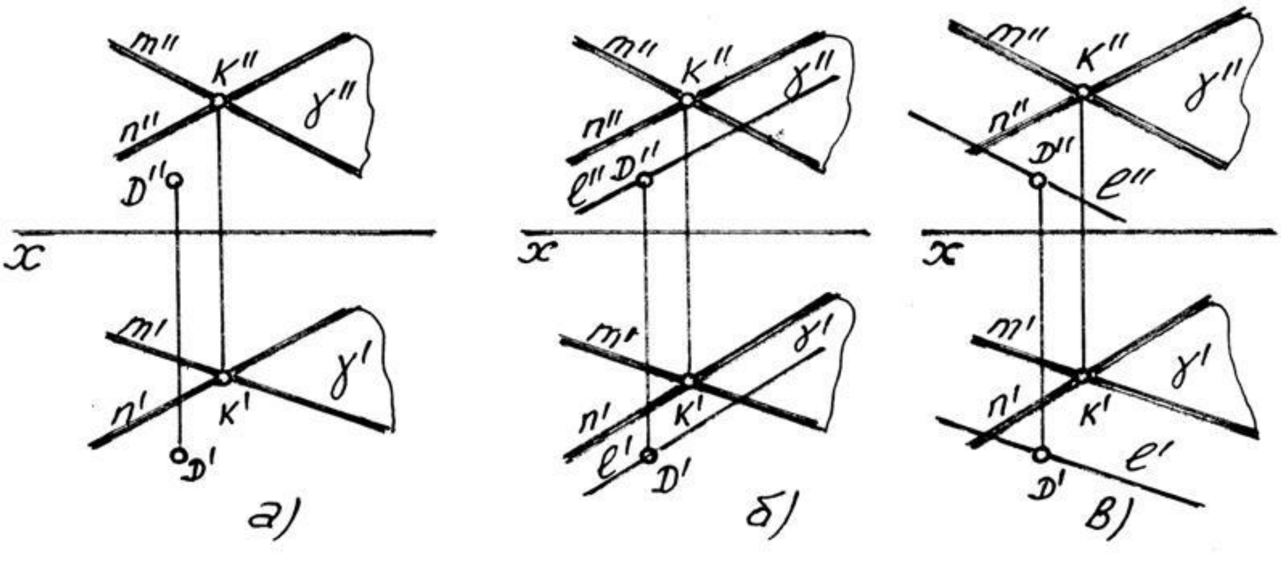
Ал эми жеке абалдагы мейкиндик тегиздигине параллель түз сызык жалпы абалда болуусу мүмкүн (99-сүрөт).



99-сүрөт

Мисал: D чекити аркылуу кесилишкен ***m*** жана ***n*** түз сызыктар аркылуу берилген **γ** тегиздигине параллель ℓ түз сызыгын тургузуу. Бул учурда кесилишкен m жаан n түз сызыктары γ тегиздигинде жатат. Демек D чекити аркылуу өткөн ℓ түз сызыгын m түз сызыгына же n түз сызыгына жүргүзүүгө болот (100-сүрөт).

100а-сүрөттө маселенин берилиши, 100б-сүрөттө D чекити аркылуу өткөн ℓ түз сызыгы ***n*** түз сызыгына параллель болсо, 100в- сүрөттө D чекити аркылуу өткөн ℓ түз сызыгы ***m*** түз сызыгына параллель жүргүзүлгөн. 92б,в-сүрөттөрдө ℓ түз сызыгы берилген γ тегиздигине параллель болот. Анткени ℓ түз сызыгы тегиздикте жаткан түз сызыкка параллель.

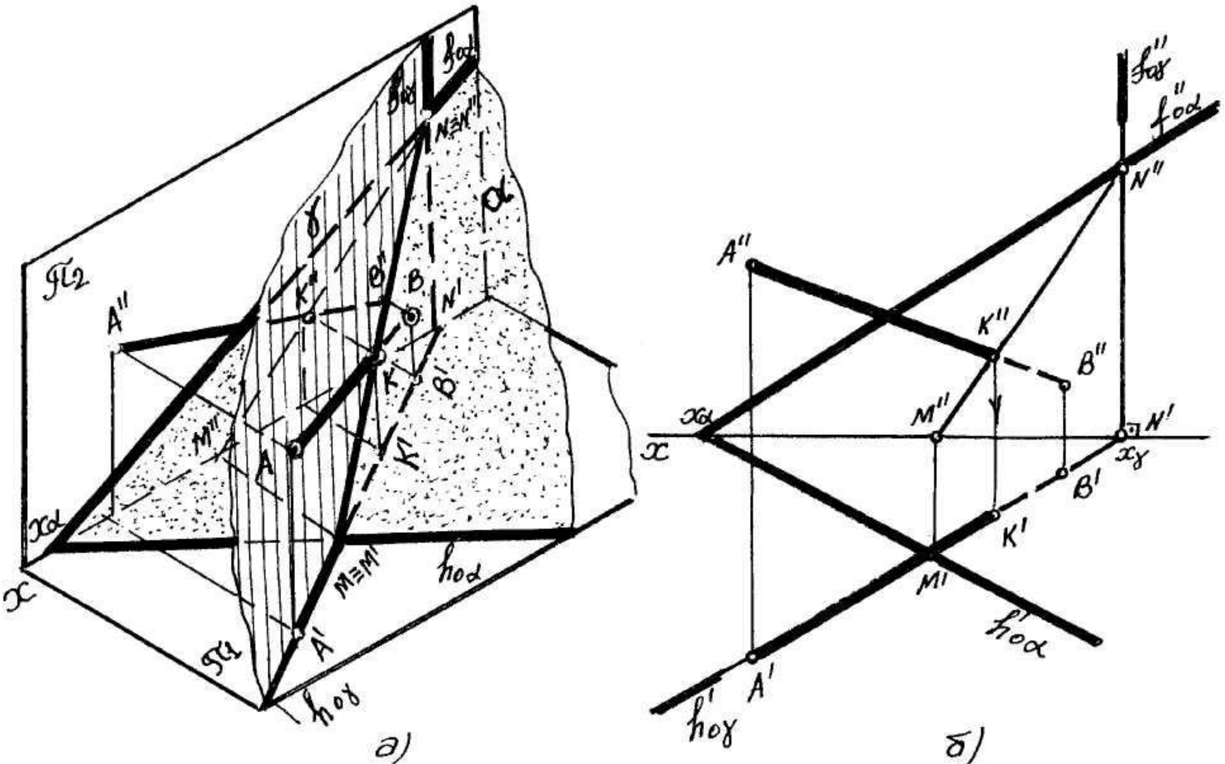


100-сүрөт

4.12. Түз сызык менен жалпы абалдагы тегиздиктердин кесилиши

Ар кандай абалдагы түз сызыктар менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилиш чекитин чиймеге тургузууда, түз сызык менен тегиздиктин өз ара абалдарын аныктоо тартибин жетекчиликке алабыз. Бул учурда чийме (эпюр) төмөндөгү тартип менен аткарылат:

a. Берилген түз сызык аркылуу проекциялануучу (жеке) тегиздик жүргүзөбүз.
b. Жүргүзүлгөн жеке абалдагы тегиздик менен берилген тегиздиктин кесилиш сызыгын тургузабыз.
c. Чиймеде тургузулган кесилиш сызык менен берилген түз сызык менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилиш чекитин аныктайбыз.

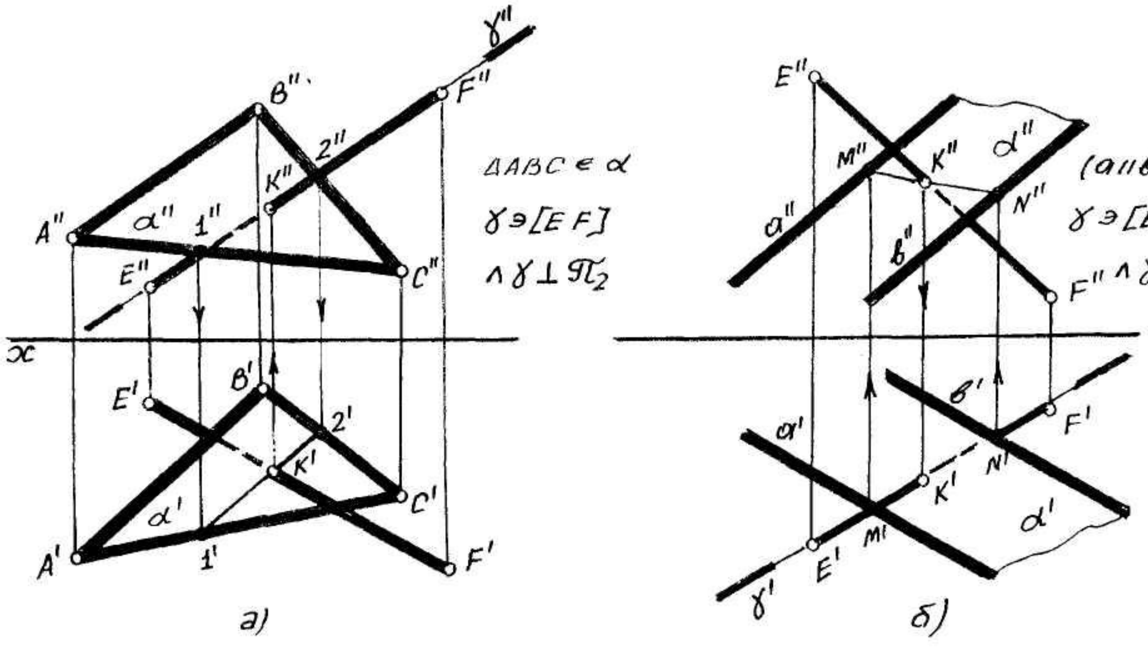


101-сүрөт

101-сүрөттө AB кесиндиси аркылуу горизонталдык проекциялануучу ($\gamma \perp \pi_1$) γ тегиздигин жүргүзүлүп, γ тегиздиги менен берилген жалпы абалдагы α тегиздигинин кесилиш (NM) сызыгы аныкталган соң, ошол кесилиш (NM) сызыгы менен берилген AB кесиндисинин кесилиш K(K'K'') чекитинен α тегиздиги менен AB кесиндисинин кесилиш чекити аныкталган.

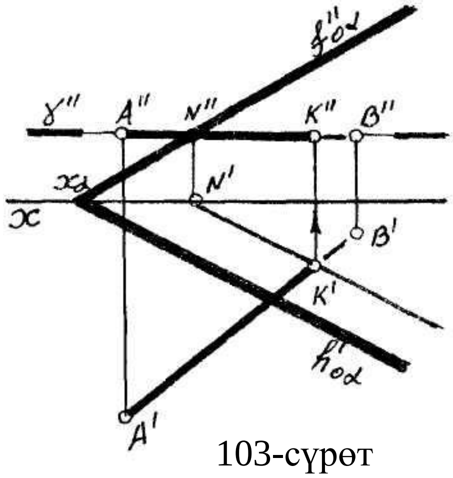
Ушундай эле EF кесиндиси менен α(ΔABC) жана α(*a*//*в*) тегиздигинин кесилиш K(K'K'') чекитин аныктоо 102-сүрөттө көрсөтүлгөн.

Эгерде жалпы абалдагы тегиздик менен деңгээл же проекциялануучу абалдагы түз сызык менен кесилишсе, анда кесилиш чекитти аныктоодо, берилген түз сызык аркылуу деңгээл абалдагы тегиздик жүргүзүү бир кыйла ыңгайлуу (же маселени аткарууну жеңилдетет).

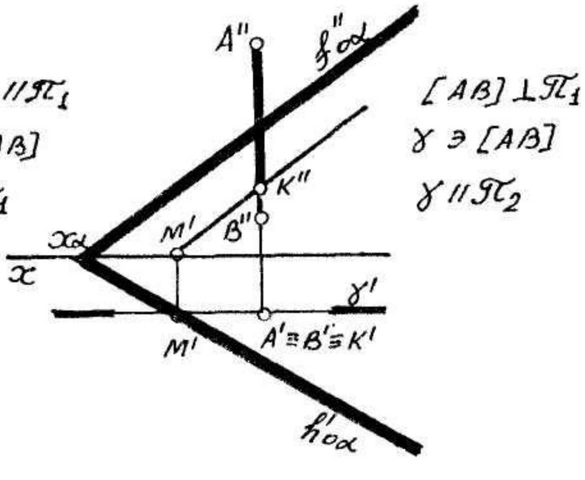


102-сүрөт

103-сүрөттө горизонталь абалдагы AB кесиндиси аркылуу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель γ тегиздиги жүргүзүлсө, 104-сүрөттө горизонталдык проекциялануучу AB кесиндиси аркылуу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель γ тегиздиги жүргүзүлгөн. Чиймеде берилген жалпы абалдагы тегиздик башка ыкмалар менен берилсе деле жогорудагы ыкмалар өз ордун жоготпойт.

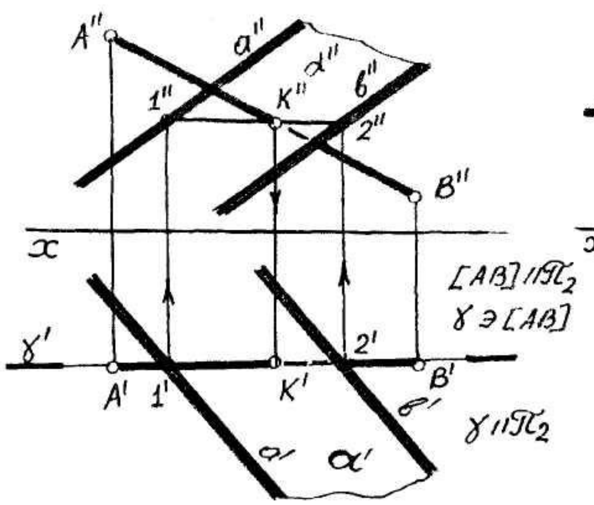


103-сүрөт

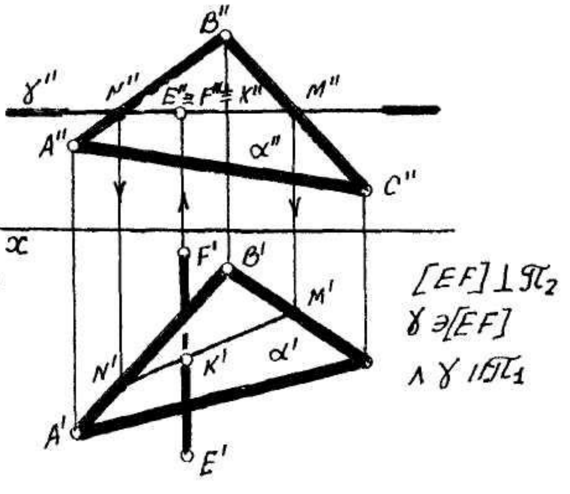


104-сүрөт

105-сүрөттө фронталдык (π_2) проекция тегиздигине AB кесиндиси, параллель түз сызыктар **(а∧в)** аркылуу берилген α тегиздиги менен кесилишсе, 106-сүрөттө фронталдык проекциялануучу EF кесиндиси ABC үч бурчтугу аркылуу берилген α тегиздиги менен кесилишкен.



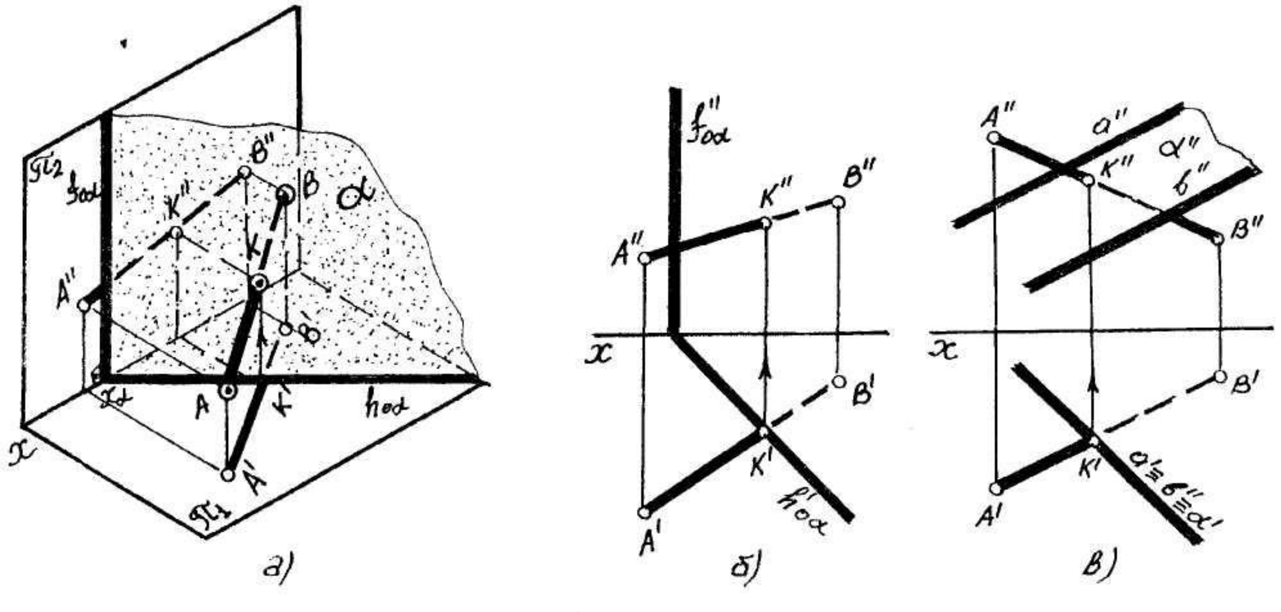
105-сүрөт



106-сүрөт

4 .13. Жалпы абалдагы түз сызык менен бир же эки проекция тегиздигине перпендикуляр тегиздиктин кесилиши.

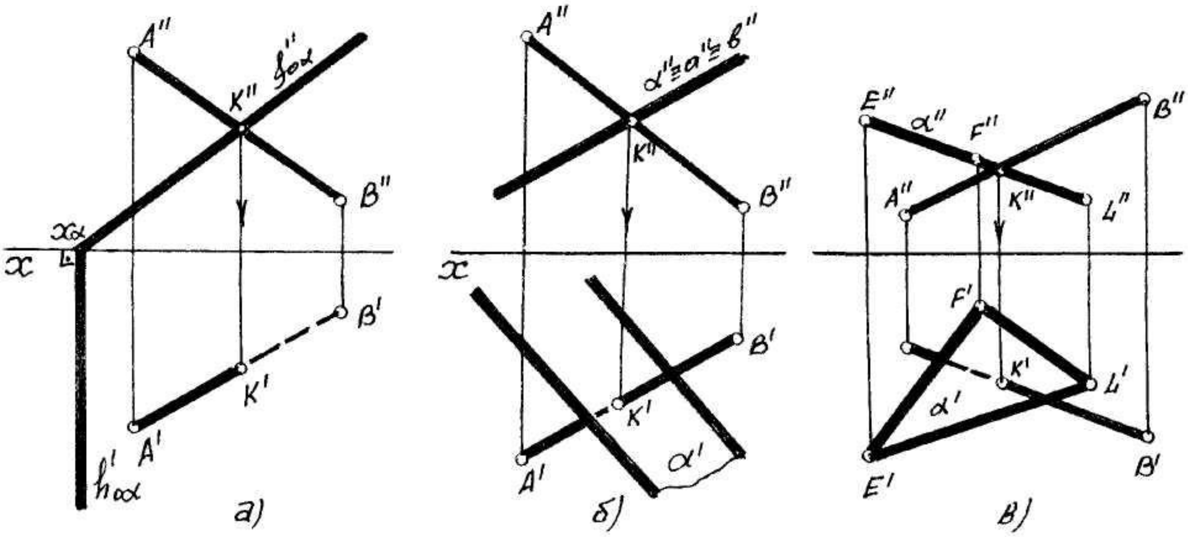
Ар кандай мейкиндик тегиздиги кайсы проекция тегиздигине перпендикуляр болсо, ошол проекция тегиздигинде түз сызык болуп проекцияланышы мүмкүн. Мындай учурда жеке абалдагы тегиздик менен жалпы абалдагы түз сызыктын кесилиш чекитин тегиздиктин түз сызык болуп проекцияланган проекциясы менен берилген түз сызыктын ошол проекция тегиздигиндеги проекциясынан аныктап, андан соң байланыштыруучу түз сызыктын жардамы менен кесилиш чекиттин экинчи проекциясын аныктайбыз.



107-сүрөт

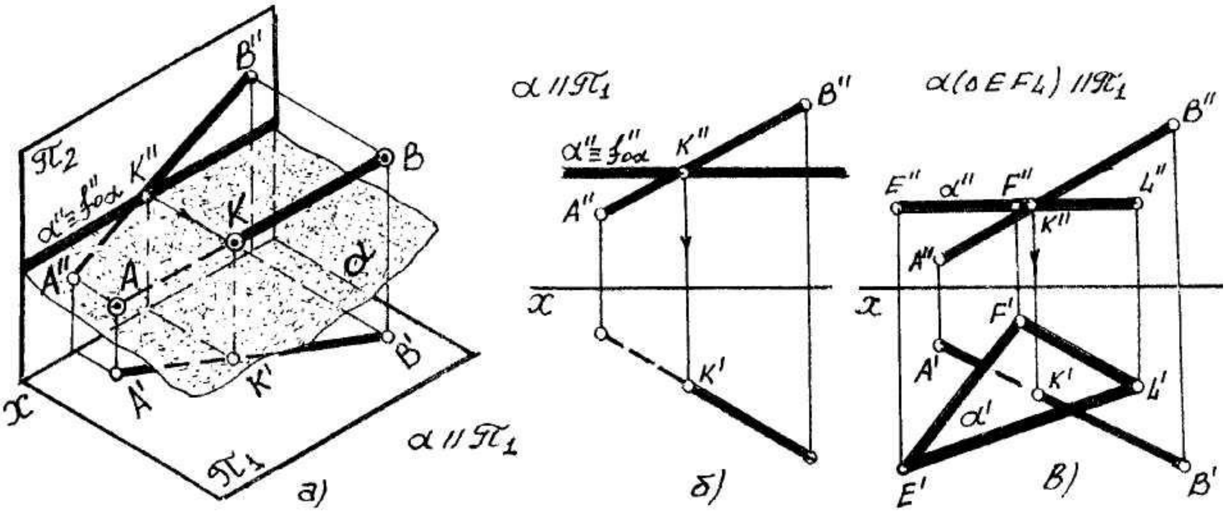
107-сүрөттө жалпы абалдагы AB кесиндиси менен горизонталдык проекциялануучу α тегиздигинин ($\alpha \perp \pi_1$) кесилиш чекитин аныктоо берилген.

α тегиздигинин горизонталдык ($\alpha'\equiv h'_{0\alpha}$) проекциясы менен AB кесиндисинин горизонталдык (A'B') проекциясынын кесилишинен, кесилиш чекитин горизонталдык (K') проекциясын аныктап андан соң, байланыштыруучу түз сызык жүргүзүп, кесилиш чекитин фронталдык (K'') проекциясын аныктайбыз. 108-сүрөттө ар кандай ыкма менен берилген фронталдык проекцияланууучу α тегиздиги ($\alpha\perp\pi_2$) менен жалпы абалдагы AB кесиндисинин кесилиш чекитин аныктоо көрсөтүлгөн. Түз сызык менен кесилишкен тегиздик проекция тегиздиктеринин бирине же экөөнө перпендикуляр жайгашса, анда ал түз сызык менен берилген тегиздиктин кесилиш чекитин аныктоодо, ошол түз сызык аркылуу кошумча проекцияланууучу тегиздикти жүргүзүүнүн зарылчылыгы жок. Анткени эки жеке абалдагы тегиздиктин кесилиш сызыгы дагы жеке абалда болот (проекция тегиздиктеринин бирине же экөөнө параллель).



108-сүрөт

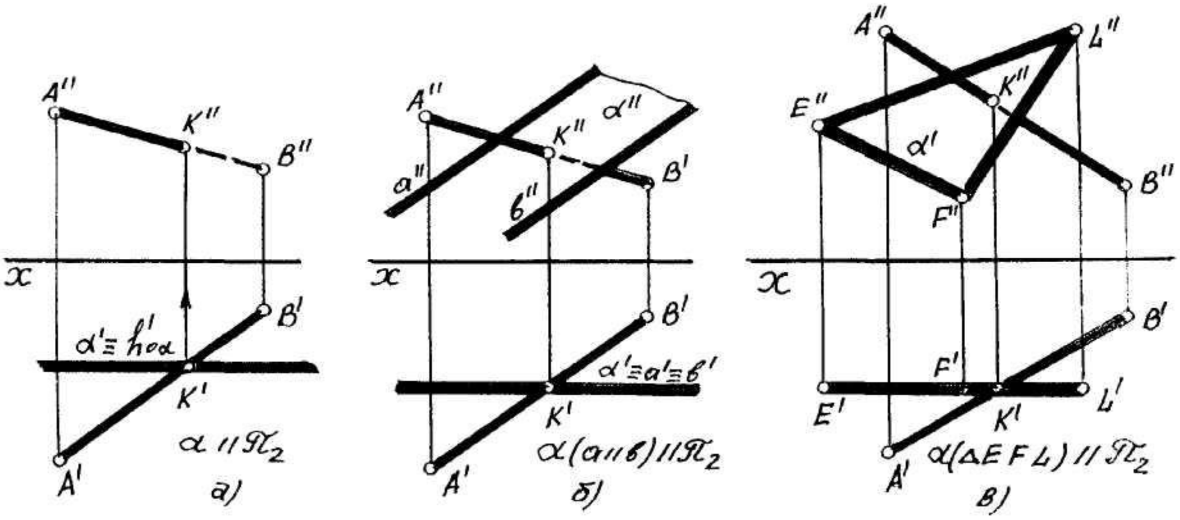
Эгерде мейкиндик тегиздиги бир проекция тегиздигине параллель абалда жайгашса, калган эки проекция тегиздигине перпендикуляр болот. Мындай учурда дагы жогорудагы ыкмага ылайык жалпы абалдагы түз сызык менен



109-сүрөт

тегиздиктин кесилиш чекитинин бир проекциясын берилген тегиздиктин түз сызык болуп проекцияланган проекциясы менен түз сызыктын дал келген проекцияларынын кесилишинен аныктайбыз. Ал эми экинчи жана үчүнчү проекциялары байланыштыруучу түз сызыктардын жардамы менен аныкталат.

109-сүрөттө жалпы абалдагы АВ кесиндиси менен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель $(\alpha // \pi_1 \wedge \alpha \perp (\pi_2 \wedge \pi_3))$ α тегиздигинин кесилиш чекитин аныктоодо, кесилиш чекитин фронталдык (К'') проекциясын аныктап, андан соң байланыштыруучу сызыктын жардамы менен кесилиш чекитин горизонталдык (К') проекциясы аныкталат.



110-сүрөт

110-сүрөттө жогорудагыдай эле АВ кесиндиси менен фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель $(\Rightarrow \alpha // \pi_2 \Downarrow \alpha \perp (\pi_2 \wedge \pi_3))$ абалдагы α тегиздигинин кесилиш чекитин аныктоо көрсөтүлгөн.

Эгерде жалпы абалдагы түз сызык же кесинди менен кесилишкен тегиздик профилдик проекциялануучу абалда жайгашса жогорудагы тартипте алардын үчүнчү профилдик проекцияларынын кесилишинен кесилиш чекитин профилдик проекциясын аныктап, андан соң байланыштыруучу түз сызыктардын жардамы менен калган горизонталдык жана фронталдык проекциялары аныкталат же болбосо берилген түспөлдөрдүн эки проекциялары аркылуу, кошумча проекциялануучу тегиздиктердин жардамы менен кесилиш чекиттерди аныктоого болот.

Текшерүү суроолор

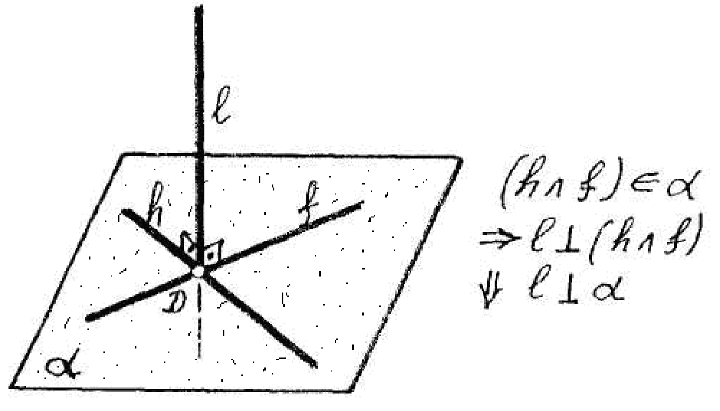
1. Кандай шартта түз сызык тегиздикке параллель болот?
2. Тегиздик издеринин проекциялары аркылуу берилсе, ага параллель түз сызыкты кандайча жүргүзөбүз (мисал көрсөткүлө)?
3. Бир проекция тегиздигине параллель түз сызыктарды кандайча жүргүзөбүз?
4. Деңгээл тегиздигине параллель түз сызыктар кандайча жүргүзүлөт?

5. Түз сызык менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилиш чекити кандай тартипте аткарылат?
6. Бир проекция тегиздигине перпендикуляр тегиздик менен ар кандай абалдагы түз сызыктардын кесилиш чекити кандай аныкталат (мисал көрсөткүлө)?
7. Деңгээл тегиздиги менен жалпы абалдагы түз сызыктардын кесилиш чекити кандай тартипте аныкталат (мисал көрсөткүлө)?

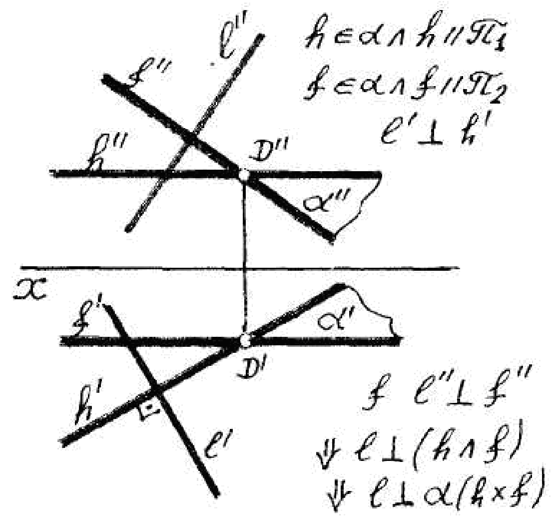
4.14. Тегиздикке перпендикуляр түз сызык жүргүзүү

Түз сызык тегиздик менен ар кандай бурчтар менен кесилишет, алардын изинен өзгөчө белгилей турган абалы, түз сызыктын тегиздикке перпендикулярдуулугу.

Эгерде бир түз сызык тегиздикте жаткан кесилишкен эки түз сызыктын экөөнө тең перпендикуляр болсо, анда ал түз сызык ошол кесилишкен түз сызыктар жаткан тегиздикке дагы перпендикуляр болот. Мындан тегиздикке перпендикуляр түз сызык жүргүзүү үчүн, берилген тегиздикте жаткан кесилишкен эки түз сызык жүргүзүп, андан соң ошол жүргүзүлгөн эки түз сызыктын экөөнө тең перпендикуляр үчүнчү түз сызыкты жүргүзсөк, ал түз сызыгыбыз берилген тегиздикке дагы перпендикуляр болот (111-сүрөт)



111-сүрөт



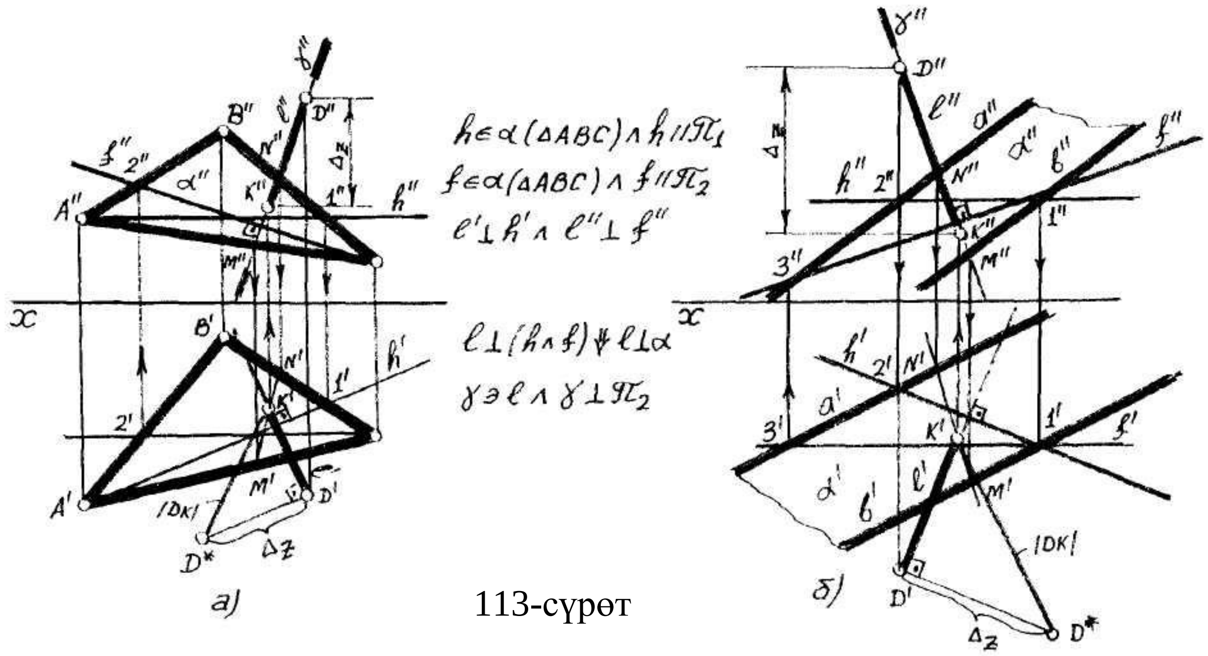
112-сүрөт

Бирок 112-сүрөттө көрүнүп тургандай эпюрдө берилген тегиздикке перпендикуляр түз сызык жүргүзүүдө тегиздикте жаткан кесилишкен эки түз сызык өзгөчө абалда болуусу тийиш (бири горизонталдык ал эми экинчи фронталдык проекция тегиздигине параллель), анткени тегиздикте жаткан кесилишкен түз сызыктар берилген тегиздиктин горизонталы жана фронталы болбосо, жүргүзүлгөн ℓ түз сызыгынын тегиздикке перпендикулярдуулугун аныктоого мүмкүн эмес. Бизге жогоруда белгилүү болгондой кесилишкен эки түз сызыктын бири проекция тегиздиктеринин бирине параллель болсо, анда тегиз бурчтун ошол проекция тегиздигиндеги проекциясы өзгөрүлбөй проекцияланарын эске алуубуз зарыл. 103-сүрөттө берилген тегиздиктин горизонталь сызыгынын горизонталдык (h') проекциясына, тегиздикке перпендикуляр түз сызыктын горизонталдык (ℓ') проекциясы, тегиздиктин фронталь сызыгынын фронталдык (f'') проекциясына перпендикуляр түз сызыктын фронталдык (ℓ'') проекциясы перпендикуляр, жыйынтыкта ℓ түз сызыгы берилген тегиздиктин горизонталь (h) жана фронталь (f) сызыктарына перпендикуляр болгондуктан тегиздиктин өзүнө дагы перпендикуляр.

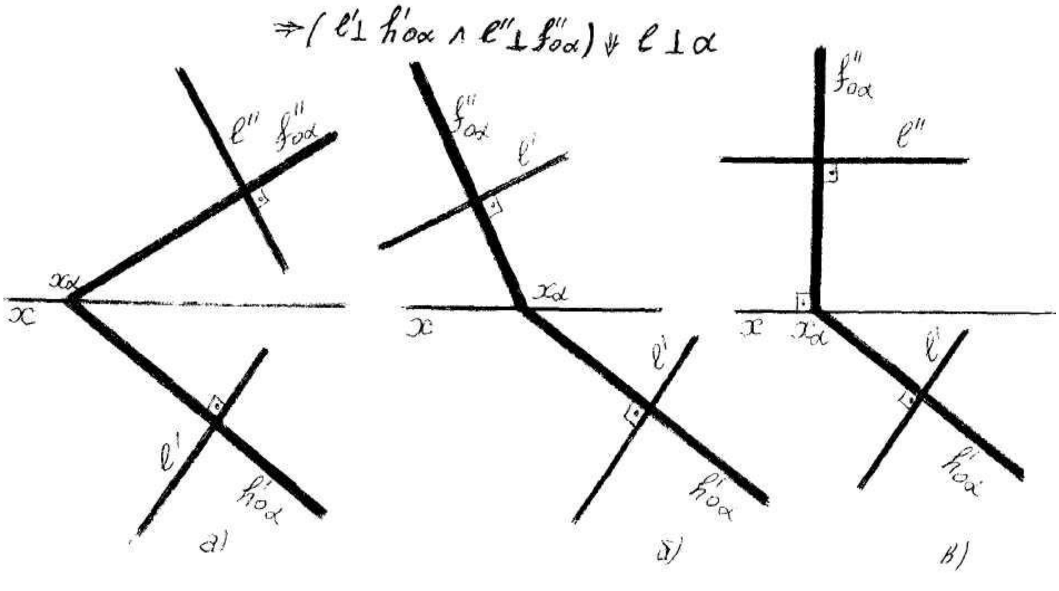
Мисалы: D чекитинен $\alpha(\Delta ABC)$ жана α (*а//в*) тегиздигине чейинки эң кыска аралыкты аныктоо талап кылынса, анда бул чийме маселе төмөндөгү тартипте аткарылат(113- сүрөттө):

1. Берилген мейкиндик тегиздигинин мейкиндиктеги абалына талдоо жүргүзгөн соң, ошол тегиздикте жаткан тегиздиктин горизонталь (h) жана фронталь (f) сызыктарын жүргүзөбүз.
2. Берилген D чекитинен α тегиздигине перпендикуляр түз сызык жүргүзөбүз. Бул учурда жүргүзүлгөн перпендикуляр түз сызыктын горизонталдык (ℓ') проекциясы, тегиздиктин горизонталь сызыгынын горизонталдык (h') проекциясына, ал эми перпендикулярдын фронталдык (ℓ'') проекциясы тегиздиктин фронталь сызыгынын фронталдык (f'') проекциясына перпендикуляр болуусу зарыл.
3. Перпендикуляр түз сызык аркылуу кошумча проекциялануучу тегиздик жүргүзөбүз. (Мисалда ℓ түз сызыгы аркылуу фронталдык проекциялануучу $(\gamma \ni \ell \wedge \gamma \perp \pi_2)$ тегиздик жүргүзүлгөн).
4. Берилген α тегиздиги менен кошумча жүргүзүлгөн γ тегиздиктеринин кесилиш (NM) сызыктарын чиймеге тургузабыз.
5. Эки тегиздиктин кесилиш (NM) сызыгы менен перпендикуляр ℓ түз сызыгын кесилиш (K) чекитин аныктайбыз. K'(K'K'') чекити перпендикуляр ℓ түз сызыгы менен берилген α тегиздигинин кесилиш чекити болот.
6. Чиймеде тургузулган DK кесиндисинин чыныгы чоңдугун тик бурчтуу үч бурчтук ыкмасы менен аныктасак, талап кылынган D чекитинен α тегиздигине чейинки эң кыска аралыкты аныктаган болобуз $(K'D^*=|DK|)$

Эгерде чиймеде берилген мейкиндик тегиздиги издеринин проекциялары аркылуу берилсе, анда мындай ыкма менен берилген тегиздикке перпендикуляр түз сызык жүргүзүүдө тегиздиктин горизонталь жана фронталь сызыктарын жүргүзүүнүн зарылчылыгы жок. Анткени тегиздиктин издери жеке абалдагы түз сызыктар болуп, горизонталдык изи тегиздиктин горизонталь сызыгынын, фронталдык изи, тегиздиктин фронталь сызыгынын жана профиль изи ошол тегиздиктин профиль сызыгынын кызматын аткарат. Демек мындай учурда берилген тегиздикке перпендикуляр түз сызыктын горизонталдык проекциясы тегиздиктин горизонталдык изине, ал эми түз сызыктын фронталдык проекциясы тегиздиктин фронталдык изине перпендикуляр болсо жогоруда белгилеп кеткендей жүргүзүлгөн түз сызык берилген тегиздикке перпендикуляр болот $\ell' \perp h'_{0\alpha} \wedge \ell'' \perp f''_{0\alpha} \Downarrow \ell \perp \alpha$ (114-сүрөт).



113-сүрөт



114-сүрөт

Мисал: D чекитинен ABC үч бурчтугу аркылуу берилген α тегиздигине чейинки эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугун аныктоо (115-сүрөт).

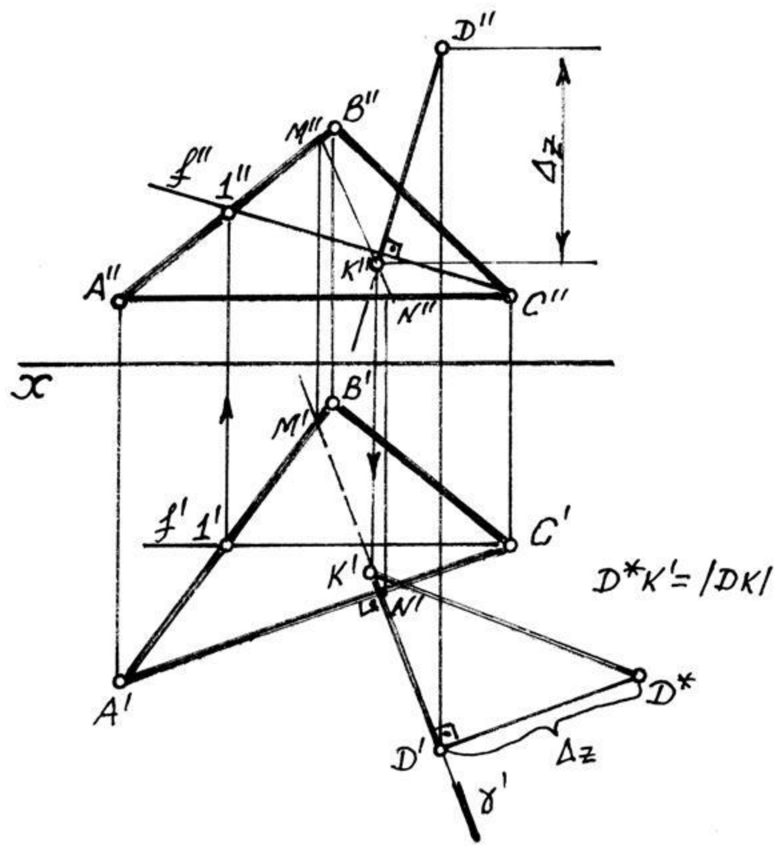
Чекиттен тегиздикке чейинки эң кыска аралык, бул ошол чекиттен берилген тегиздикке түшүрүлгөн перпендикуляр түз сызык экени белгилүү, ошондуктан берилген чиймени төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат;

1) Берилген координата боюнча D жана A, B, C чекиттеринин керектүү проекцияларын чиймеге тургузабыз (115-сүрөттөгү мисалда горизонталдык жана фронталдык проекциялары чиймеге тургузулган). Андан соң A, B, C чекиттеринин бир аттуу проекцияларын туюк туташтырып ABC үч бурчтугунун горизонталдык (A'B'C') жана фронталдык (A''B''C'') проекцияларын алабыз.

2) ABC үч бурчтугу таандык болгон α тегиздигинде жаткан горизонталь (*h*) жана фронталь (*f*) түз сызыктарын жүргүзөбүз (115- сүрөттөгү мисалда үч бурчтуктун AC жагы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашкандыктан, бул чиймеде горизонталь (*h*) түз сызыгын жүргүзүүнүн зарылчылыгы жок. Анткени горизонталь түз сызыгынын кызматын үч бурчтуктун AC жагы аткарып калат (AC≡h)). Ал эми фронталь (*f*) түз сызыгын, чиймедеги белгилердин санын азайтуу максатында C(C'C'') чекити аркылуу жүргүзөбүз. ($f''//x$).

3. Берилген D чекитинен α тегиздигине перпендикуляр ℓ(ℓ'ℓ'') түз сызыгын жүргүзөбүз. Мында жүргүзүлгөн перпендикулярдын горизонталдык проекциясы (ℓ'), горизонталь түз сызыгынын горизонталдык проекциясына (A'C'), ал эми фронталдык проекциясы (ℓ''), фронталь түз сызыгынын фронталдык (f'')проекциясына перпендикуляр болуусу талапка ылайык ($\ell' \perp A'C' \wedge \ell' \perp f''$).

4. Жүргүзүлгөн перпендикуляр (ℓ) аркылуу кашумча проекциялануучу тегиздик жүргүзүп, D чекитинен α тегиздигине түшүрүлгөн перпендикууляр түз сызык менен α(ΔABC) тегиздигинин кесилиш чекити k чекитин аныктайбыз (мисада перпендикуляр түз сызык аркылуу горизонталдык проекциялануучу γ тегиздиги



115-сүрөт

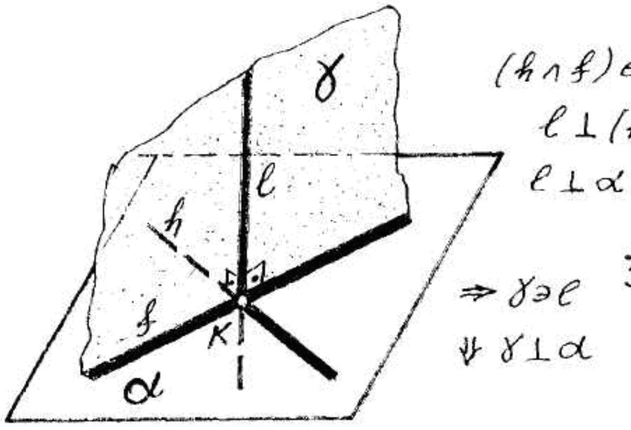
Ушул эле 115-сүрөттө берилген чийме маселенини берилген ABC үч бурчтугунун издери аркылуу дагы, аныктоого болот. Бул учурда берилген ABC үч бурчтугунун горизонталдык жана фронталдык издеринин чиймеге тургузуп, андан соң берилген D чекитинене чиймеге тургузулган издердин дал келген проекцияларына перпендикуляр түз сызык жүргүзүү менен аныкталат ($\ell' \perp h'_{0\alpha} \Delta \ell'' \perp f''_{0\alpha}$)

жүргүзүлгөн ($\gamma' \equiv \ell'$)). Жыйынтыкта D чекитинен $\alpha(\Delta ABC)$ тегиздикке чейинки эң кыска аралыктын горизонталдык (D'k') жана фронталдык (D''k'') проекцияларын чиймеге тургузабыз.

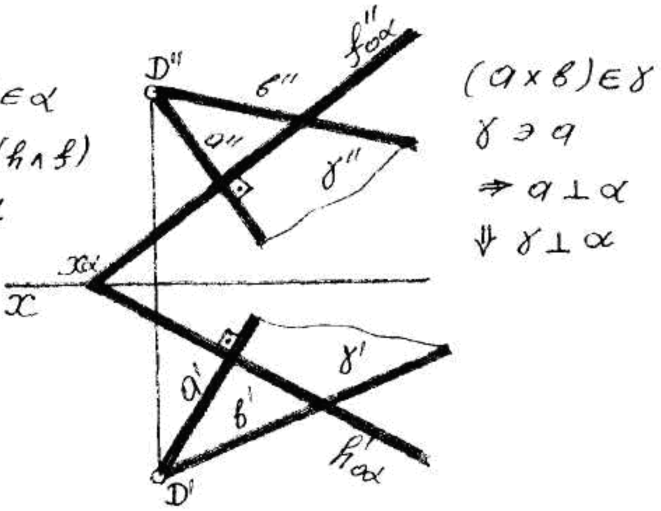
5. Dk кесиндисинин чыныгы чоңдугун, чиймеге тургузуу менен берилген маселенин шартындагы талапты аныктайбыз (D*k'= Dk). Чиймеде эң кыска аралыкты аныктоодо тик бурчтуу үч бурчтук ыкмасы колдонулду (кесиндинин чыныгы чоңдугун аныктоонун башка ыкмаларын колдонууга деле болот).

4.15. Өз ара перпендикуляр тегиздиктер

Өз ара перпендикуляр тегиздиктерди жүргүзүүдө, бир тегиздикте жаткан түз сызык экинчи тегиздикке перпендикуляр болсо, анда ал тегиздиктер өз ара перпендикуляр болушат (116-сүрөт). Ушул эрежени эске алып өз ара перпендикуляр тегиздиктерди эки ыкма менен чиймеге тургузууга болот:



116-сүрөт

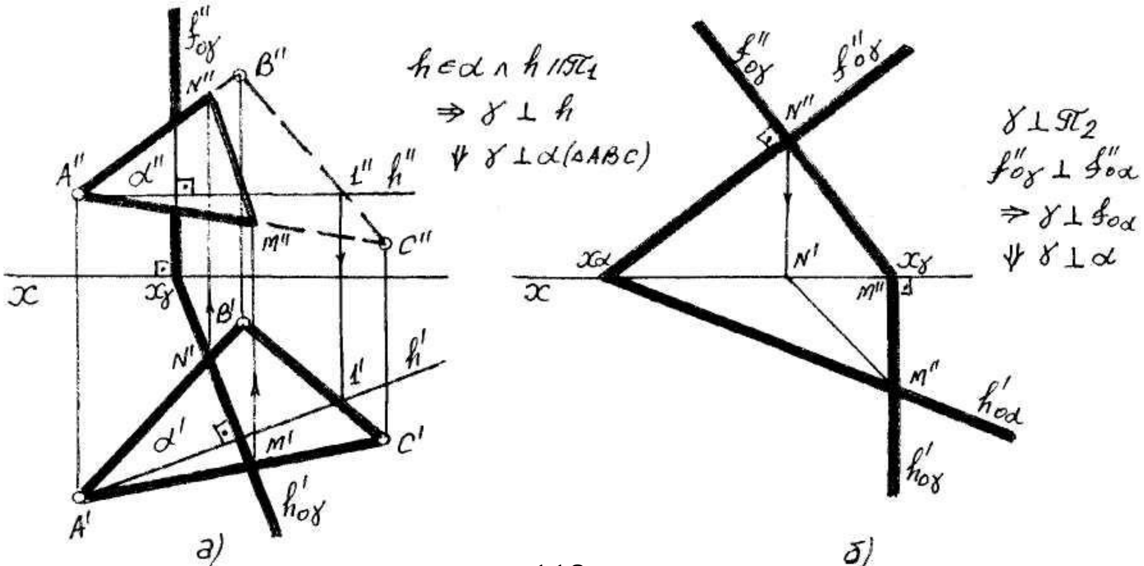


117-сүрөт

1. Берилген тегиздикке перпендикуляр түз сызык аркылуу (117-сүрөт).
2. Тегиздикте жаткан түз сызыкка перпендикуляр тегиздик жүргүзүү менен (118-сүрөт).

Эгерде өз ара перпендикуляр жалпы абалдагы мейкиндик тегиздиктери издеринин проекциялары аркылуу берилсе, анда алардын чиймедеги бир аттуу издеринин проекциялары өз ара перпендикуляр болуусу зарыл (119-сүрөт).

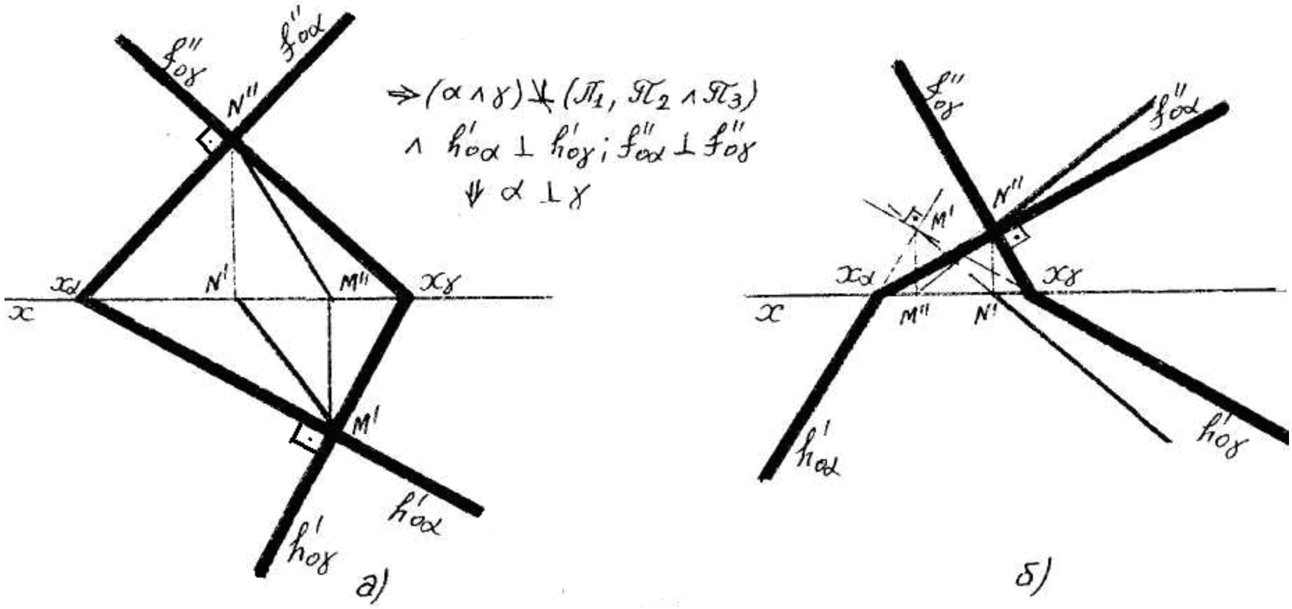
Эгерде өз ара перпендикуляр жалпы абалдагы мейкиндик тегиздиктери издерин проекциялары аркылуу берилсе, анда алардын чиймедеги бир аттуу издеринин проекциялары өз ара перпендикуляр болуусу зарыл (119-сүрөт).



$h \in \alpha \wedge h // \pi_1$
$\Rightarrow \gamma \perp h$
$\Downarrow \gamma \perp \alpha(\Delta ABC)$

$\gamma \perp \pi_2$
$f''_{0\gamma} \perp f''_{0\alpha}$
$\Rightarrow \gamma \perp f_{0\alpha}$
$\Downarrow \gamma \perp \alpha$

118-сүрөт

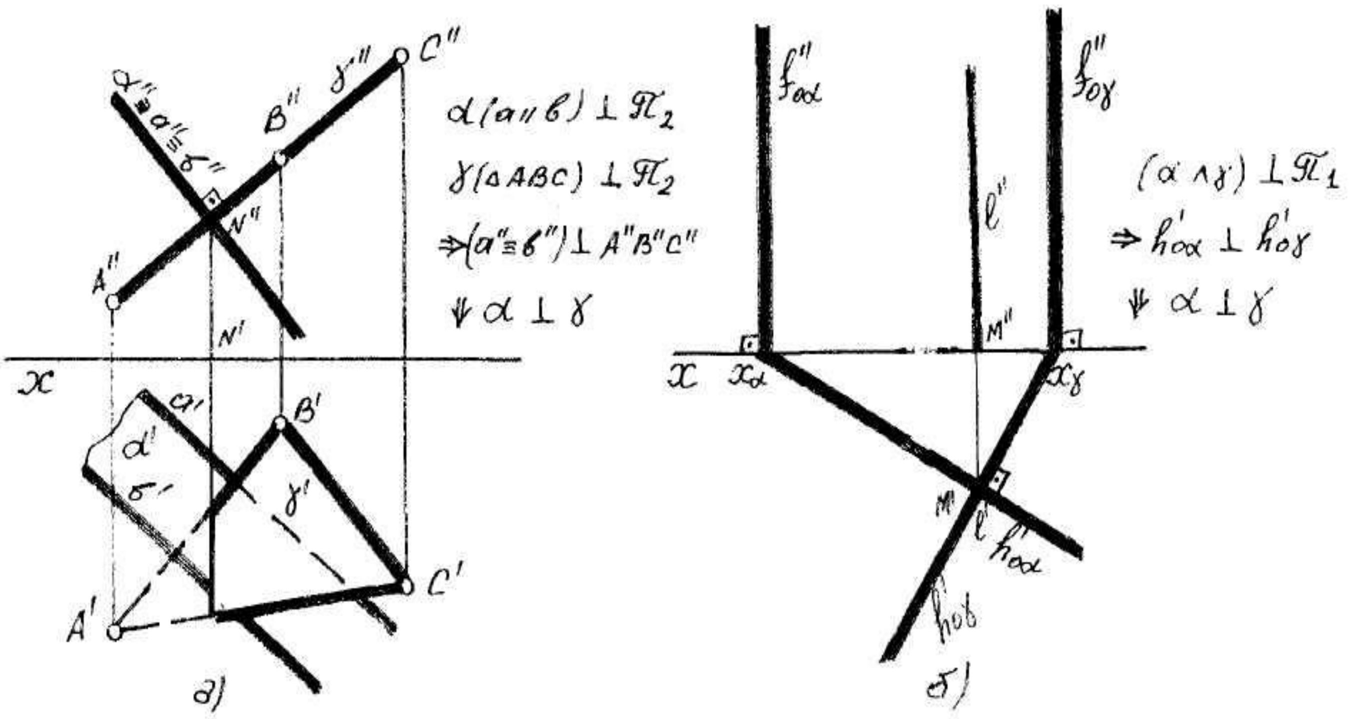


$\Rightarrow (\alpha \wedge \gamma) \not\perp (\pi_1, \pi_2 \wedge \pi_3)$
$\wedge\ h'_{0\alpha} \perp h'_{0\gamma};\ f''_{0\alpha} \perp f''_{0\gamma}$
$\Downarrow \alpha \perp \gamma$

119-сүрөт

Проекциялануучу тегиздиктер өз ара перпендикуляр болушса анда алардын проекция тегиздигине түз сызык болуп проекцияланган проекциялары же ошол тегиздиктер перпендикуляр болгон проекция тегиздиктериндеги издери өз ара перпендикуляр болуусу талапка ылайык (120-сүрөт).

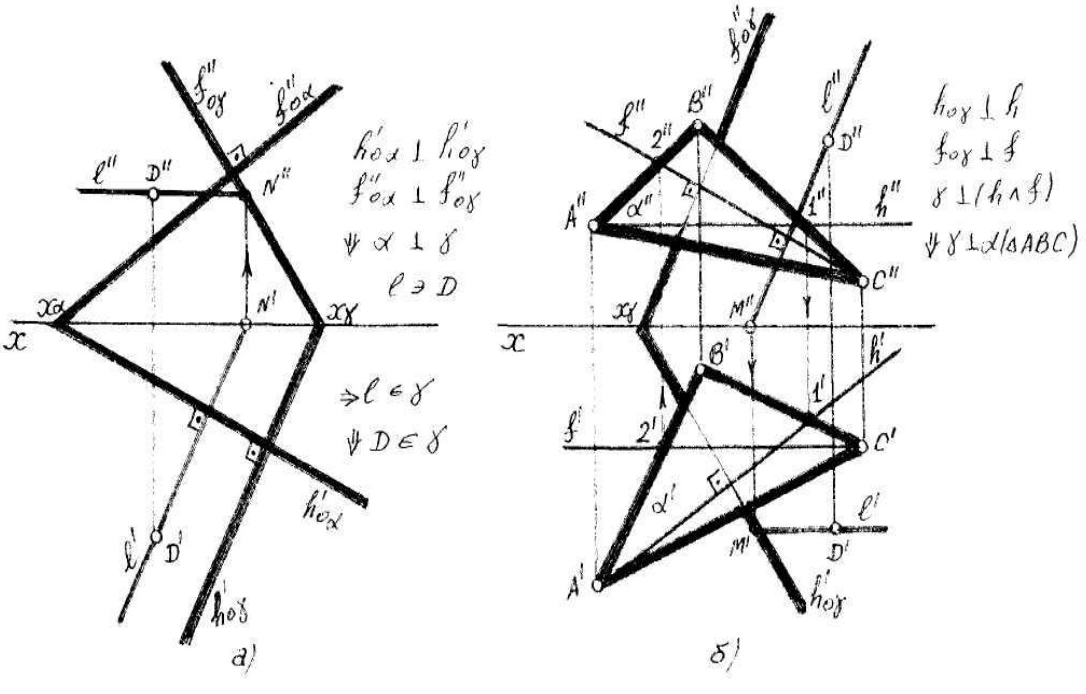
120а-сүрөттө параллель түз сызыктар аркылуу берилген α(а // в) жана АВС үч бурчтугу менен берилген γ тегиздиги, экөө тең фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр болгондуктан, алардын түз сызык болуп проекцяланган фронталдык проекциялары өз ара перпендикуляр болушат ($\alpha''(\boldsymbol{a}'' \equiv \boldsymbol{в}'') \perp \gamma''$(A"B"C")).



120-сүрөт

Мисал: D чекити аркылуу α тегиздигине перпендикуляр γ тегиздигин жүргүзүү (121-сүрөт): Бул чийме маселени жогорудагы каралган шарттарга таянып төмөндөгү тартипте аткарабыз:

1. D чекити аркылуу берилген α тегиздигине перпендикуляр ℓ түз сызыгын жүргүзөбүз



121-сүрөт

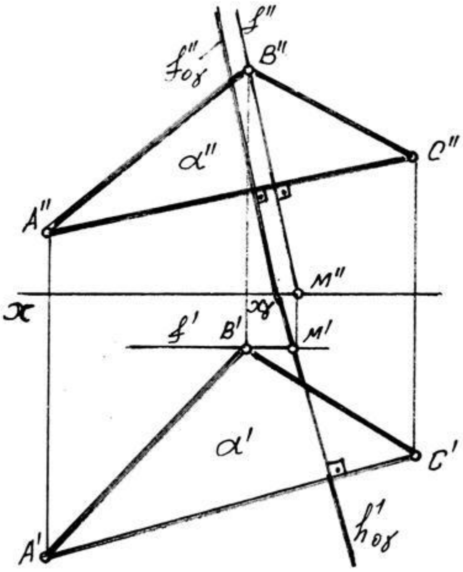
2. ℓ түз сызыгы аркылуу берилген тегиздиктин горизонталь сызыгына перпендикуляр абалда экинчи тегиздиктин горизонталдык жана фронталдык

издерин чиймеге тургузабыз. Жыйынтыкта ℓ түз сызыгы **γ** тегиздигине жатты, ал эми ℓ түз сызыгында D чекити жатты, демек **α** тегиздигине перпендикуляр **γ** тегиздиги берилген D чекити аркылуу өттү.

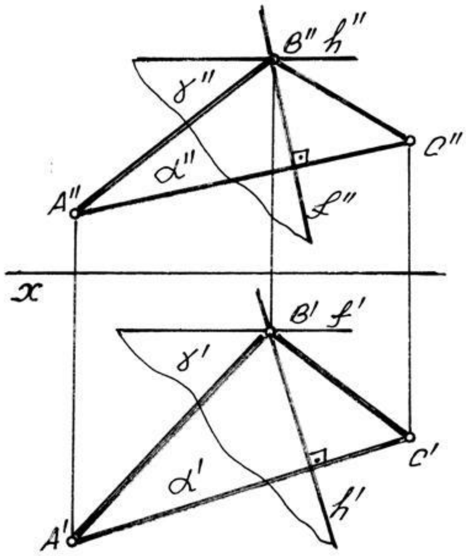
Мисал: α(ΔABC) тегиздигинин B чекити аркылуу, берилген ABC үч бурчтугунун AC жагына перпендикуляр **γ** тегиздигин жүргүзүү талап кылынса, жогорудагы көрсөтмөлөрдү жетекчиликке алып, ABC үч бурчтугунун B чекити аркылуу AC жагына перпендикуляр горизонталь же фронталь түз сызыгын жүргүзөбүз.122–сүрөттө B чекити аркылуу AC жагына перпендикуляр фронталь (*f*) түз сызыгы жүргүзүлгөн (f э B∧ $f \perp$ AC). Бул учурда фронталь түз сызыгынын фронтальдык (f'') проекциясы B чекитинин фронталдык (B'') проекциясы аркылуу жүргүзүлүп, AC жагынын фронталдык ($A''C''$) проекциясына перпендикуляр болуусу талап кылынат.

(f'' э B'' ∧ $f'' \perp A''C''$). Андан соң фронталь (*f*) түз сызыгынын горизонталдык изи (M') аныкталып, ошол издин горизонталдык (M') проекциясы аркылуу AC жагынын горизонталдык ($A'C'$) проекциясына перпендикуляр абалда, талап кылынган γ тегиздигинин горизонталдык ($h'_{0\gamma}$) изи чиймеге тургузулуп, ($h'_{0\gamma}$э M'∧ $h'_{0\gamma} \perp A'C'$) аныкталган x_γ чекитинен фронталь (*f*) түз сызыгынын фронтальдык (f'') проекциясына параллель абалда γ тегиздигинин фронталдык изи чиймеге тургузулат. $f''_{0\gamma}$// f'' ∧ $f''_{0\gamma} \perp A''C''$). Жыйынтыкта издеринин проекциясы аркылуу берилген ABC үч бурчтугунун B чекити аркылуу өткөн AC жагына перпендикуляр болгон γ тегиздигин чиймеге тургузган болобуз. Бирок **γ** тегиздиги α(ΔABC) тегиздигине дагы перпендикуляр анткени **γ** тегиздиги α тегиздигинде жаткан ABC үч бурчтугунун AC жагына перпендикуляр болууда. 123–сүрөттө α(ΔABC) тегиздигинин B чекити аркылуу өткөн жана AC жагына перпендикуляр абалдагы **γ** тегиздиги кесилишкен (*h*^*f*) түз сызыктары аркылуу берилген.

Ушундай эле ыкма менен ар кандай ыкма менен берилген тегиздиктерди жүргүзүүгө болот.



122-сүрөт

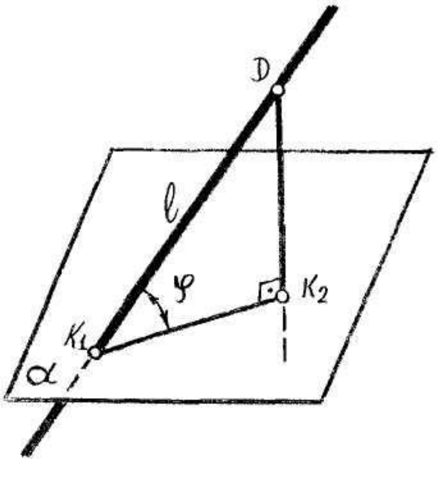


123-сүрөт

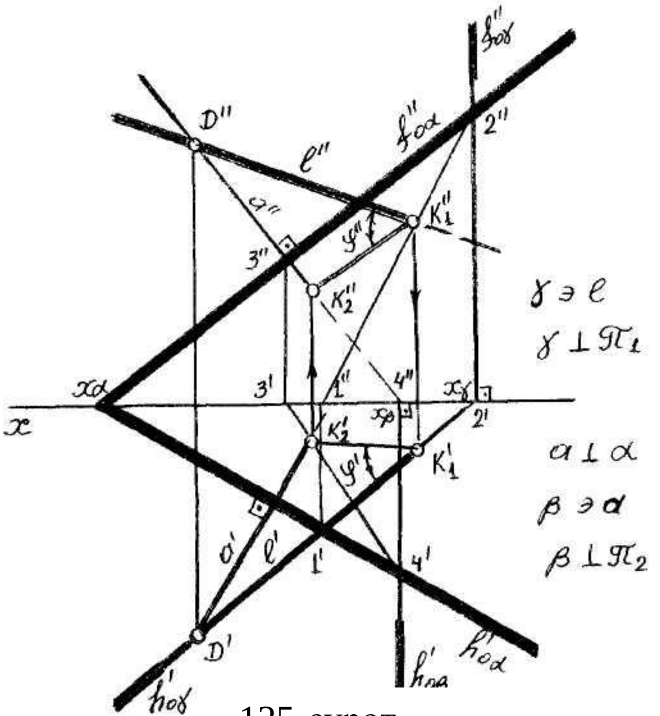
4.16. Түз сызык менен тегиздиктин арасындагы бурчтун проекциясы

Мейкиндикте берилген тегиздик менен эркин абалдагы түз сызыктын арасындагы бурч төмөндөгү катар менен аткарылат (124-сүрөт):

1) Берилген тегиздик менен түз сызыктын кесилиш чекити (K_1) аныкталат.
2) Берилген түз сызыктан эркин чекит алынып, ошол чекиттен мейкиндик тегиздигине перпендикуляр түз сызык жүргүзүлөт.
3) Жүргүзүлгөн перпендикуляр менен мейкиндик тегиздигинин кесилиш (K_2) чекити аныкталат.
4) Берилген түз сызык менен тегиздиктин кесилиш чекити (K_1) менен жүргүзүлгөн перпендикуляр түз сызыгынын кесилиш (K_2) чекиттерин туташтырабыз.
5) Туташтырылган K_1K_2 кесиндиси менен берилген түз сызыгынын арасындагы φ бурчу, мейкиндик тегиздиги менен берилген түз сызыктын арасындагы бурчту берет.



124-сүрөт

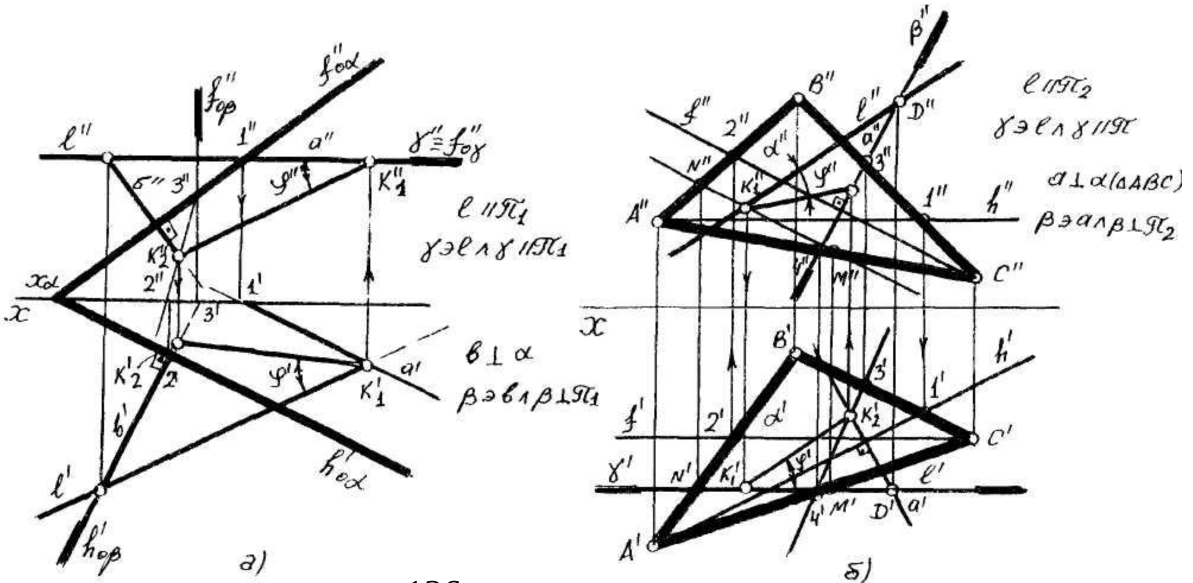


125-сүрөт

125-сүрөттө ℓ түз сызыгы менен жалпы абалдагы α тегиздигинин арасындагы (φ) бурчтун проекциясын чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн. Мындай чийме маселени аткарууда түз сызык менен тегиздиктин кесилиш чекитин чиймеге тургузуу ыкмаларын пайдаланып аткарабыз. 125-сүрөттөгү чийме төмөндөгү катарда аткарылат:Берилген ℓ түз сызыгы аркылуу горизонталдык проекциялануучу γ тегиздиги жүргүзүлүп ($\gamma\perp\pi_1$) ***в*** түз сызыгы менен α тегиздигинин кесилиш K_1($K'_1K''_1$) чекити аныкталды

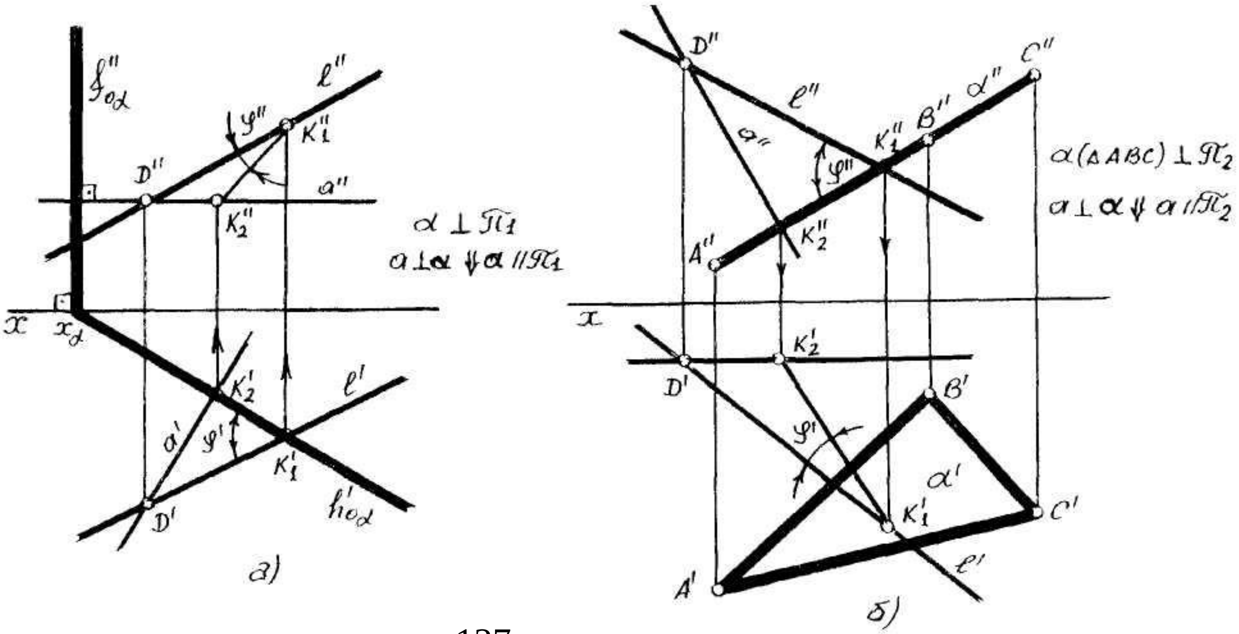
1. ℓ түз сызыгынан эркин абалда D(D'D") чекити алынып, ошол чекиттен берилген α тегиздигине перпендикуляр түз сызык жүргүзөбүз.
2. Жүргүзүлгөн перпендикуляр аркылуу фронталдык проекцияланууучу ***β*** тегиздигин ($\beta\perp\pi_2$) жүргүзөбүз.
3. ***β*** тегиздиги менен **α** тегиздигинин кесилиш сызыгынан жүргүзүлгөн перпендикуляр менен **α** тегиздигинин кесилиш $K_2(K'_2K''_2)$ чекитин чиймеге тургузабыз.
4. Чиймеде алынган K_1 жана K_2 чиймелеринин бир аттуу проекцияларын $(K'_1K'_2)$, $(K''_1K''_2)$ туташтырабыз. Жыйынтыкта D K_1K_2 үч бурчтугун алабыз. Бул учурда $K_1(K'_1K''_1)$ чекиттериндеги ички бурч берилген ℓ түз сызыгы менен α тегиздигинин арасындагы φ(φ',φ") бурчту берет. Эгерде тегиздик издеринин проекциялары аркылуу берилбей, башка ыкмалар менен берилсе, анда дагы берилген мейкиндик тегиздиги менен түз сызыктын арасындагы бурчтун проекциясы жогорудагы берилген катар менен аткарылат.

Жалпы абалдагы тегиздик менен жеке абалдагы (деңгээл) түз сызыктын арасындагы бурчтун проекциясын чиймеге (эпюргө) тургузууда, берилген түз сызык аркылуу деңгээл тегиздигин жүргүзүү менен берилген түз сызык менен тегиздиктин кесилиш K_1 чекитин аныктоо ыңгайлуу. Ал эми берилген түз сызык менен кесилишип, берилген тегиздикке перпендикуляр түз сызык менен мейкиндик тегиздигинин K_2 чекити жогоруда көрсөтүлгөн ыкмалардай эле аныкталат (126-сүрөт).



126-сүрөт

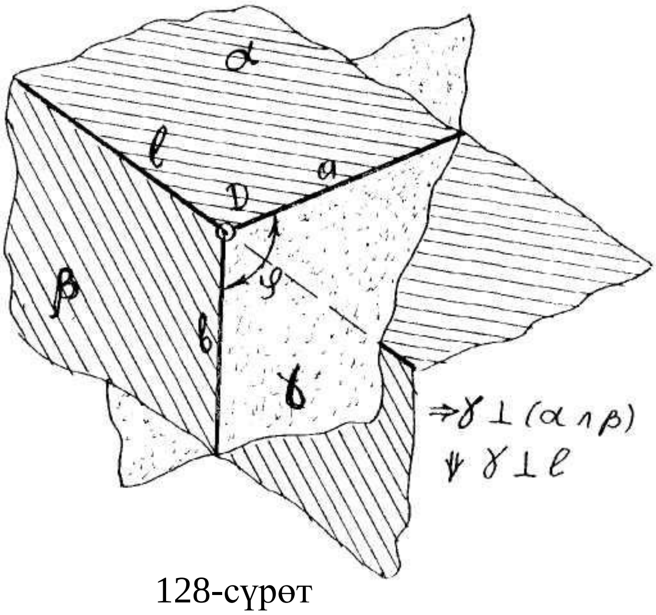
Мейкиндик тегиздиги жеке абалда жайгашса, анда мындай абалдагы тегиздиктер менен жалпы абалдагы түз сызыктардын арасындагы бурчтун проекциясын чиймеге (эпюргө) тургузуу жогоруда каралган эрежелерге ылайык аткарылат (127-сүрөт). Бирок берилген жалпы абалдагы жана берилген түз сызык менен кесилишкен мейкиндик тегиздигине перпендикуляр түз сызык аркылуу кошумча тегиздиктерди жүргүзүү талап кылынбайт. Түз сызык менен мейкиндик тегиздигинин арасындагы бурчтун проекциясын аныктаган соң, ошол бурчтун чыныгы чоңдугун проекцияны өзгөртүп түзүүнүн ыкмаларынын бири менен аныктоо ыңгайлуу.



127-сүрөт

4.17. Кесилишкен тегиздиктин арасындагы бурчтун проекциясы

Кесилишкен эки тегиздиктин арасындагы эки тегиздиктин экөөнө тең перпендикуляр болгон үчүнчү тегиздик жүргүзүп, жүргүзүлгөн тегиздик менен берилген эки тегиздиктердин кесилиш сызыктарын чиймеге тургузабыз. Берилген эки тегиздиктин үчүнчү тегиздик менен кесилиш сызыктары бир чекитте кесилишкен тегиз бурчту пайда кылат. Ошол тегиз бурчтун проекциясы берилген эки тегиздиктин арасындагы эки беттүү бурчтун проекциясын берет (128-сүрөт).



128-сүрөт

128-сүрөттө α жана β тегиздиктери кесилишкен. Ал эми γ тегиздиги α жана β тегиздиктеринин кесилиш ℓ сызыгына перпендикуляр. Демек γ тегиздиги берилген α жана β тегиздиктеринин экөөнө тең перпендикуляр. Чиймедеги ***а*** жана ***в*** түз сызыктарынын арасындагы φ бурчу, берилген α жана β тегиздиктеринин арасындагы эки беттүү бурчту берет.

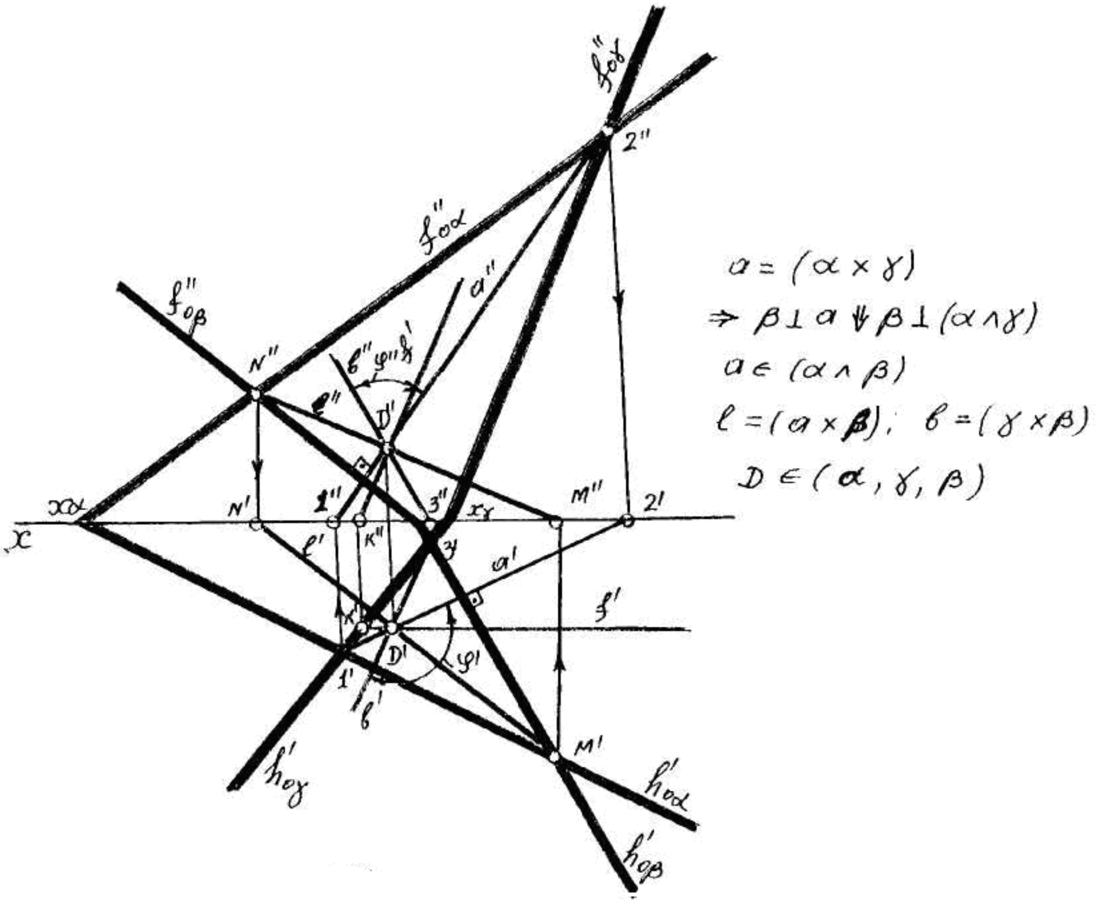
Мейкиндикте кесилишкен эки тегиздик мейкиндик негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу кандай гана абалда жайгашпасын алардын арасындагы бурчтун проекциясын чиймеге тургузуу төмөндөгү тартипте аткарууну сунуштоого болот (129-сүрөт):

1. Берилген эки $(\alpha \wedge \beta)$ мейкиндик тегиздиктеринин кесилиш $\ell(\ell'\ell'')$ сызыктары аныкталат.
2. Эгерде тегиздикте жаткан түз сызык экинчи тегиздикке перпендикуляр болсо, анда ал тегиздиктер өз ара перпендикуляр болушат деген эрежеге таянып, берилген эки тегиздиктин кесилиш ℓ сызыгынан эркин D чекитин алып, ошол чекит аркылуу ℓ түз сызыгына перпендикуляр γ тегиздигин жүргүзсөк, жүргүзүлгөн γ тегиздиги берилген α жана β тегиздиктерине перпендикуляр γ тегиздигин жүргүзгөн болобуз. Анткени γ тегиздиги берилген α жана β тегиздиктеринин экөөнө тең перпендикуляр болот.
3. α тегиздиги менен γ тегиздигинин кесилиш сызыгын тургузуп ***а*** түз сызыгын алабыз.
4. β тегиздиги менен γ тегиздигинин кесилиш сызыгын чиймеге тургузуп ***в*** түз сызыгын чиймеге тургузабыз.

Жыйынтыкта үч тегиздиктин кесилиш сызыктары D чекитинде кесилишет. 128-сүрөттө көрсөтүлгөндөй ***а*** жана ***в*** кесилиш сызыктарынын арасындагы тегиз бурчтун проекциясы, берилген α жана β тегиздиктеринин арасындагы эки беттүү бурчтун проекциясын берет. Алынган эки беттүү бурчтун чыныгы чоңдугун проекцияны өзгөртүп түзүүнүн тигил же бул ыкмалары менен аныктоо ыңгайлуу.Эгерде кесилишкен эки тегиздиктин бири проекцияланууучу болуп, ал эми экинчиси жалпы абалда болсо кесилишкен эки тегиздиктин арасындагы эки беттүү бурчтун проекциясы жогорудагы 129-сүрөттө көрсөтүлгөн тартипте аныктоого болот.

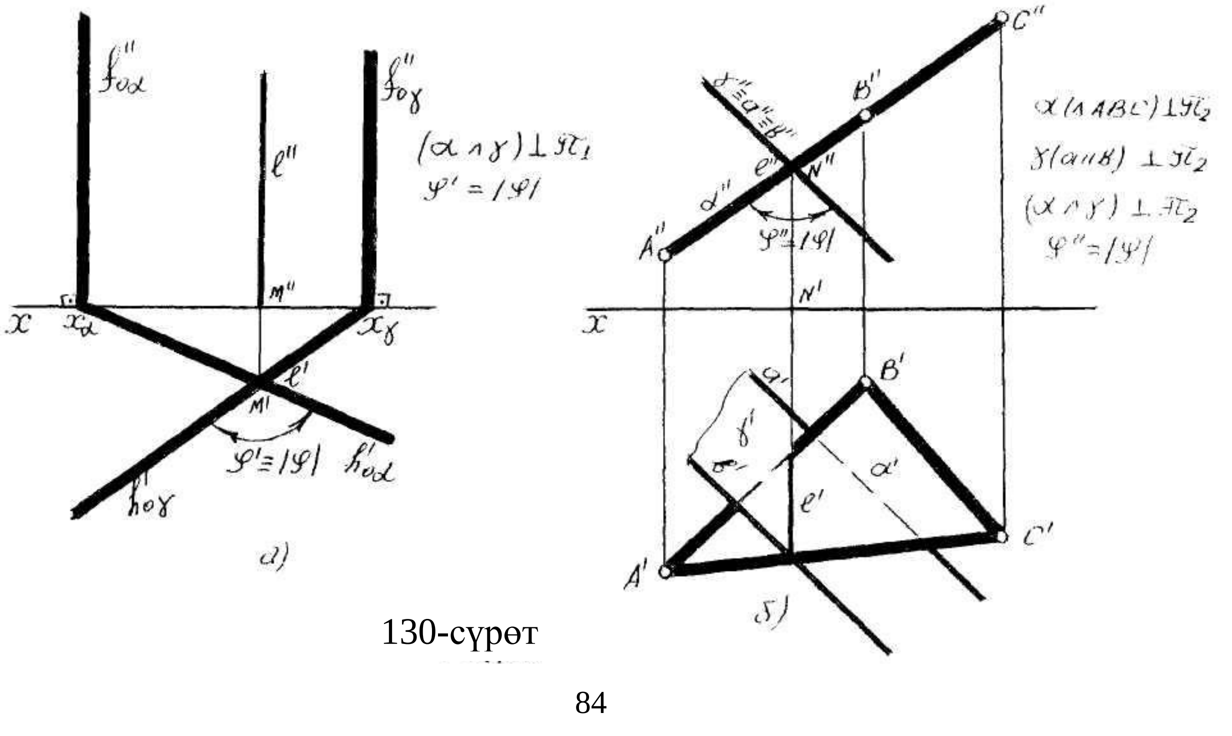
Демек мейкиндикте берилген жалпы абалдагы кесилишкен эки тегиздик ар кандай ыкма менен берилбесин, эки тегиздиктин арасындагы эки беттүү бурчтун проекциясы жогорудагы эле ыкма менен аныкталат.

Проекцияланууучу эки тегиздик, экөө тең бир проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашса анда, мындай абалдагы тегиздиктердин арасындагы эки беттүү бурчтун проекциясы, ошол бурчтун чыныгы чоңдугуна барабар болуп, берилген тегиздиктердин түз сызык болуп проекцияланган проекциясынын арасындагы бурчка барабар болушат (130-сүрөт). 130-сүрөттө көрсөтүлгөндөй α жана β тегиздиктери горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болсо,ал эки тегиздиктин кесилиш сызыгы дагы горизоеталдык (π_1) прокция тегиздигине перпендикуляр болот. Ошондуктан жогоруда көрсөтүлгөндөй мындай абалдагы тегиздиктердин арасындагы эки беттүү бурчтун горизонталдык (φ_1) проекциясы өзгөрүлбөй чыныгы чоңдугу менен проекцияланат (φ_1=[φ]). Эгерде кесилишкен эки тегиздик фронталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашса, анда кесилишкен эки тегиздиктин фронталдык проекциялары түз сызык болуп проекцияланышат.



129-сүрөт

Ошол түз сызыктын арасындагы бурч фронталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болгон, кесилишкен эки тегиздиктин арасындагы бурчту берет. Кесилишкен эки тегиздиктин бири деңгээл, ал эми экинчиси проекциялануучу абалда жайгашса, анда эки тегиздиктин арасындагы эки беттүү бурчтун проекциясын жогорудагы эле ыкма менен аныктоого болот.



130-сүрөт

Текшерүү суроолору

1. Түз сызык тегиздикке кандай шартта перпендикуляр болот?
2. Өз ара перпендикуляр тегиздиктерди кандай тартипте жүргүзөбүз?
3. Жалпы абалдагы өз ара перпендикуляр тегиздиктердин бир аттуу издери өз ара кандай абалда болушат?
4. Проекциялануучу өз ара перпендикуляр тегиздиктердин бир аттуу издери кандай абалда болушат?
5. Түз сызык менен мейкиндик тегиздигинин арасындагы бурчтун проекциясы кандай тартипте аныкталат?
6. Жалпы абалдагы мейкиндик тегиздиги менен деңгээл абалдагы түз сызыктын арасындагы бурчтун проекциясы кандайча аныкталат?
7. Эки мейкиндик тегиздигинин арасындагы эки беттүү бурчтун проекциясын кандай тартипте чиймеге түшүрөбүз?
8. Жеке абалдагы тегиздиктердин арасындагы бурчтун проекциясы кандайча аныкталат?

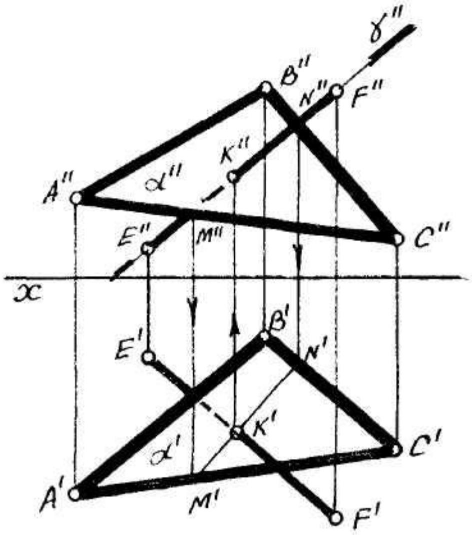
5. Проекцияны өзгөртүп түзүү ыкмалары

Геометриялык түспөлдөрдүн эки ортогоналдык (тик бурчтуу) проекциясы, алардын мейкиндиктеги абалын горизонталдык π_1 жана фронталдык π_2 проекция тегиздиктерине салыштырмалуу аныкталат. А бирок дайыма эле мейкиндикте берилген геометриялык түспөлдөрдүн эки ортогоналдык проекциялары ар кандай позициялык жана чендик (метрдик) чийме маселелерди аткарууга ыңгайлуу шартты түзө бербейт. Анткени алардын мейкиндиктеги жайгашкан абалына жараша алардын (түспөлдөрдүн) чиймедеги сүрөттөлүшү өзгөрүп проекцияланат. Ошондуктан мейкиндиктеги түспөлдү негизги (π_1,π_2 $\wedge$ π_3) проекция тегиздигине салыштырмалуу жеке абалга өзгөртүп түзүү, ар кандай чийме маселелерди аткарууну бир канча деңгээлде жеңилдетет.

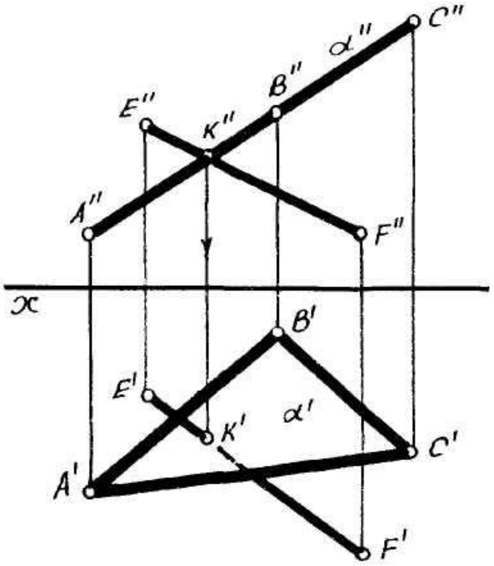
Демек проекцияны өзгөртүп түзүүнүн негизги максаты мейкиндикте берилген түспөлдү жалпы абалдан, жеке абалга өзгөртүп түзүү. Бул учурда берилген геометриялык түспөл өзүнүн баштапкы абалын өзгөртпөйт.

Мисалга жалпы абалдагы EF кесиндиси менен жалпы абалдагы ABC (131-сүрөт) жана жеке абалдагы (проекциялануучу) ABC (132-сүрөт) үч бурчтугу менен кесилиш чекитин (K) аныктай турган болсок: 132 -сүрөттө эч кандай кошумча тургузууну колдонбостон эле аныкталгандыгы көрүнүп турат.
Графикалык чийме маселелерге болгон ар түрдүү талаптар позициялык жана чендик чийме маселелерди аткарууну жеңилдетүүнүн зарыл шарты болуп эсептелет да, түспөлдөрдүн эки берилиши боюнча, кошумча проекция тегиздиктерин же башка кошумча тургузууну талап кылат. Кошумча проекция тегиздиктери же башка проекцияны өзгөртүүчү кошумча тургузуулар берилген

геометриялык түспөлдөрдүн чыныгы чоңдуктарын же тубаса (чыныгы) проекцияларын алууга жардам берет.



131-сүрөт



132-сүрөт

Мындай проекцияны өзгөртүп түзүүлөр төмөнкү ыкмалар менен аткарылышы мүмкүн:

1) Проекция тегиздиктерин алмаштыруу – бул ыкмада каралып жаткан түспөлдү же анын бөлүкчөлөрү жана проекция тегиздиктерине салыштырмалуу жеке (// же ⊥) абалдардын биринде болушу шартка ылайык. Бул учурда жаңы алмаштырылган проекция тегиздиги, негизги (π_1,π_2∧π_3) проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр болуусу тийиш.

2) Айландыруу (көчүрүү же жылдыруу) ыкмасы – бул учурда каралып жаткан геометриялык түспөлдү берилген чийме маселенин шартына ылайык, негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу кандайдыр жеке (// же ⊥) абалга ээ болгондой мейкиндикте айландыруу же көчүрүү жолу менен жылдыруу. Мындай учурда айландыруучу ок негизги проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр же параллель болуусу шартка ылайык.

3) Проекция багытын алмаштыруу, – берилген проекция тегиздиктер системасын калтыруу менен бирге эле, жаңы проекция тегиздиктер системасын киргизүү менен өзгөртүп түзүү

5.1. Проекциялык чиймени проекция тегиздигин алмаштыруу менен өзгөртүп түзүү

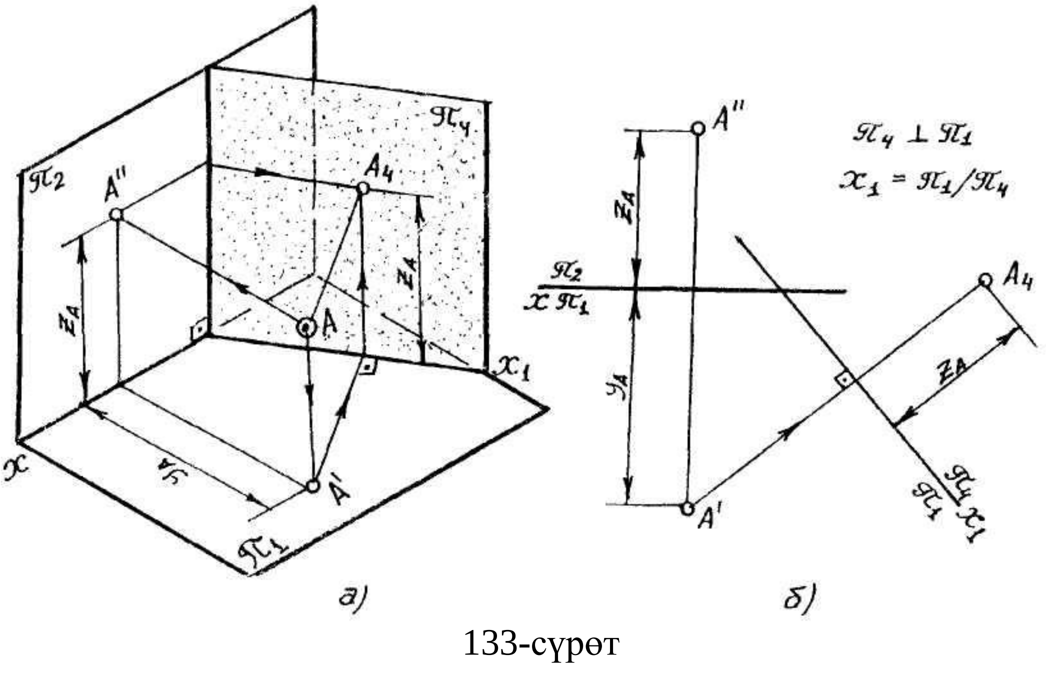
Өз ара перпендикуляр болгон горизонталдык π_1 жана фронталдык π_2 проекция тегиздиктери берилген геометриялык түспөлдүн же нерсенин үстүнөн жана бет маңдайынан көрө билүүгө мүмкүнчүлүк берет. Бирок айрым учурларда окуу жана өндүрүштүк чиймелерди аткарууда берилген буюмду башка жагынын (негизги проекция тегиздиктерине перпендикуляр эмес багытта) да көрүү (кароо) зарылчылыгы келип чыгат.

Геометриялык чийме маселелерди аткарууда, берилген геометриялык түспөлдүн чиймеси дайыма эле ыңгайлуу боло бербейт. Ошондуктан ал чийме маселелердин шартына ылайык, маселенин аткарылышын бир кыйла жеңилдете турган чиймелерге келүү үчүн, кошумча чиймелерди өзгөртүп тургузууга туура келет. Түспөлдөрдүн мындай чиймелери проекция тегиздиктер системасын алмаштыруу ыкмасы менен чийилиши мүмкүн. Бул учурда берилген түспөлдүн мейкиндиктеги баштапкы абалы өзгөрүүсүз калат, тек гана проекция тегиздиктеринин абалын өзгөртүшөт. Өзгөртүүдө эки проекция тегиздигинин өз ара перпендикулярдуулугу дайыма сакталат. Негизги проекция тегиздиктеринин бири, проекция тегиздиктеринин жаңы эки системасы үчүн тең жалпы кызмат кылат. Геометриялык түспөлдөрдүн негизги проекция тегиздиктериндеги чиймелерин пайдалануу менен алардын кошумча проекция тегиздиктер системасындагы чиймесин жеңил эле тургузууга болот.

Геометриялык түспөлдөрдүн негизги проекция тегиздиктер системасындагы баардык касиеттери, анын кошумча түзүлгөн проекция тегиздиктер системасында өзгөрүүсүз толугу менен сакталат.

Мындагы А чекитинин горизонталдык π_1 жана фронталдык π_2 тегиздиктер системасындагы проекциясын карасак, А чекитинин π_1 жана π_2 тегиздиктер системасындагы ортогоналдык проекциялары болуп горизонталдык (А') жана фронталдык (А'') проекциялары эсептелет(133-сүрөт).

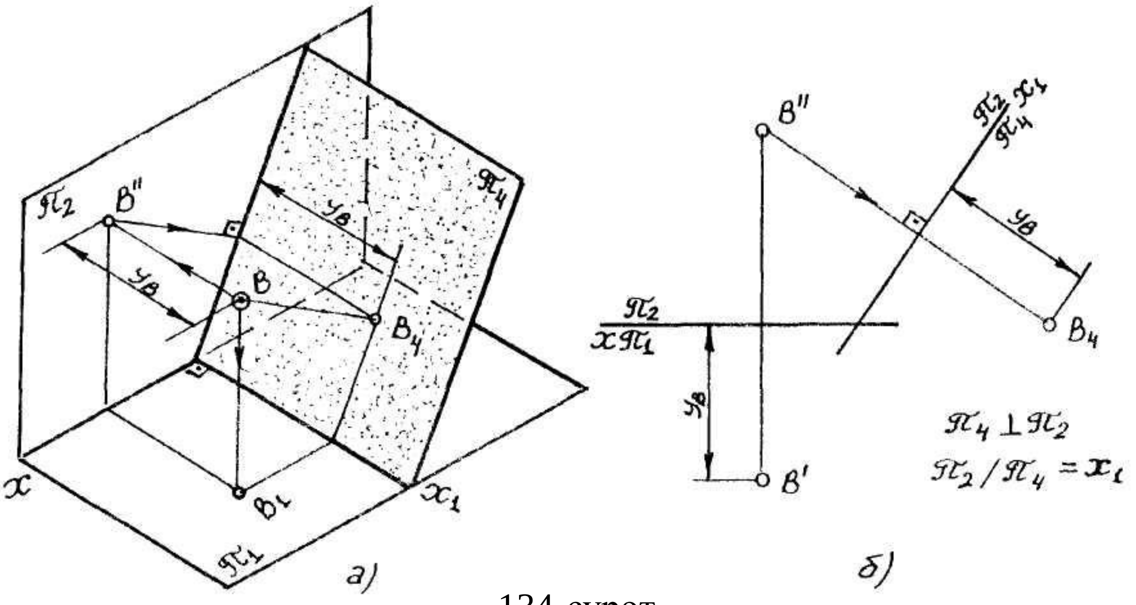
Горизонталдык π_1 тегиздигине перпендикуляр болгон π_4 кошумча проекция тегиздигин алсак, А чекитин ошол π_4 проекция тегиздигине проекциялайбыз, анан жаңы (π_1 / π_4) системадагы A_4 проекциясын алабыз. π_4 проекция тегиздигин алуу менен проекция тегиздиктеринин эки системасын алабыз; Негизги π_1 жана π_2 кошумча π_1 жана π_4.



133-сүрөт

Биринчи проекция тегиздиктер системасынан экинчи проекция тегиздиктер системасына өтүп жатканда, А чекитинин апликатасы (Z_A) жана анын горизонталдык (А') проекциясы өзгөрүүсүз калаары белгилүү. π_1 проекция тегиздиги эки система үчүн жалпы тегиздик болуп саналат. Демек А чекитинин π_4 проекция тегиздигиндеги проекциясын алуу үчүн, жаңы x_1 огуна перпендикуляр болгон байланыштыруучу түз сызыкты А чекитинин горизонталдык (А') проекциясынан жүргүзүп, x_1 огунан А чекитинин апликатасын (Z_A) же А чекитинен горизонталдык проекциясына чейинки аралыкты ченеп коёбуз, себеби π_2 жана π_4 проекциялары экөө тең горизонталдык π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр.

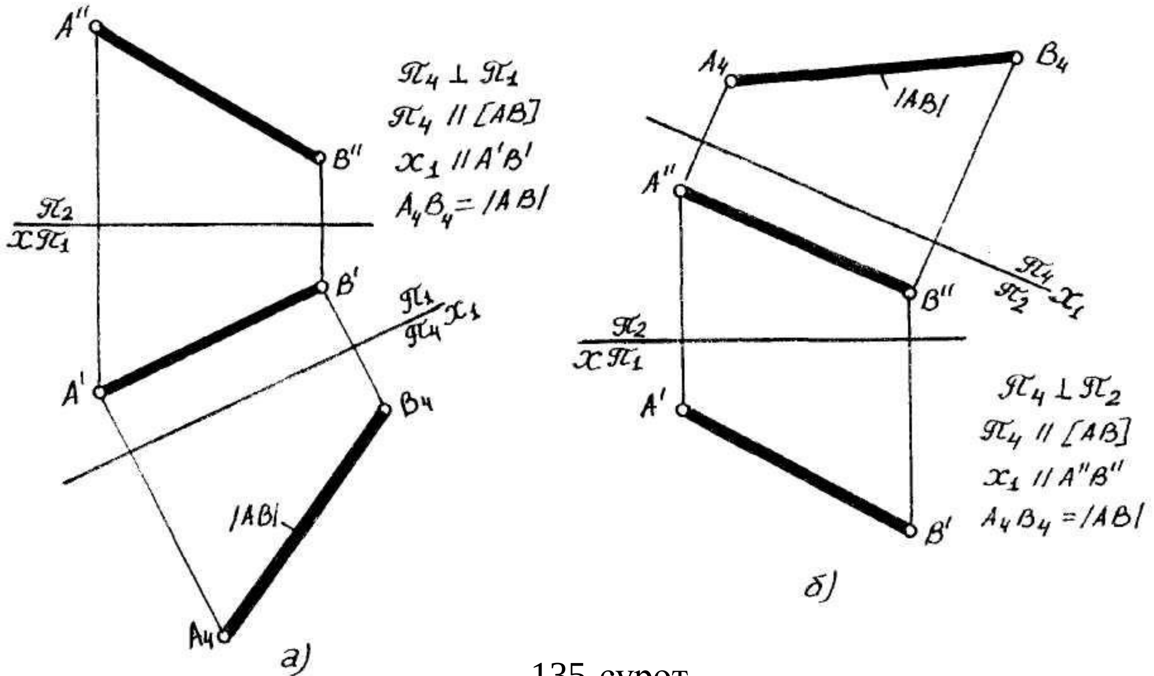
134-сүрөттө кошумча алынган алмаштырылуучу π_4 проекция тегиздиги фронталдык π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр алынган. Мындай учурда берилген В чекитин π_4 проекция тегиздигиндеги проекциясын алууда берилген В чекитинин фронталдык В" проекциясынан x_1 огуна перпендикуляр байланыштыруучу түз сызык жүргүзүп, $В_4$ үчүн x_1 огунан В чекитинин ординатасын ($У_В$) ченеп коёбуз.



134-сүрөт

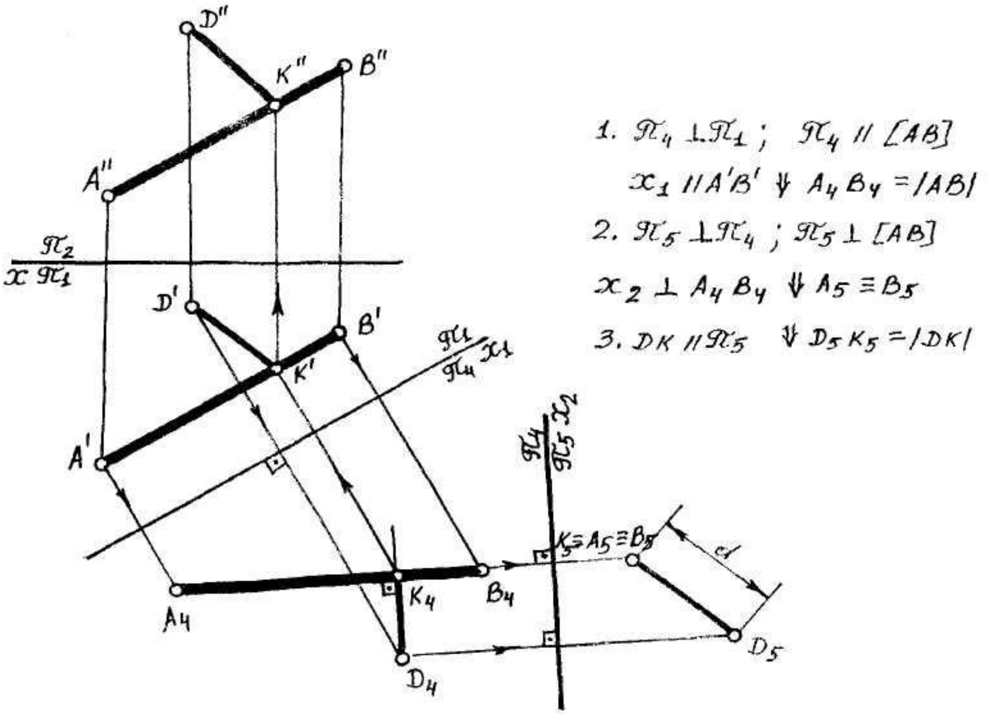
Проекция тегиздиктерин алмаштыруу менен бир канча чийме маселелерди аткарууну карап көрөлү:

1-Мисал: Жалпы абалдагы АВ кесиндисинин чыныгы чоңдугун аныктоо; мындай чийме маселени аткарууда кошумча алынган π_4 проекция тегиздиги негизги π_1 жана π_2 проекция тегиздиктеринин бирине сөзсүз перпендикуляр, ал эми берилген кесиндиге параллель алынат (135-сүрөт). Проекция тегиздиктеринин бирөөсүн алмаштыруу менен, дайыма эле коюлган чийме маселени аткарууга мүмкүн боло бербейт. Айрым учурларда эки же андан көп проекция тегиздиктерин алмаштырууга туура келет.



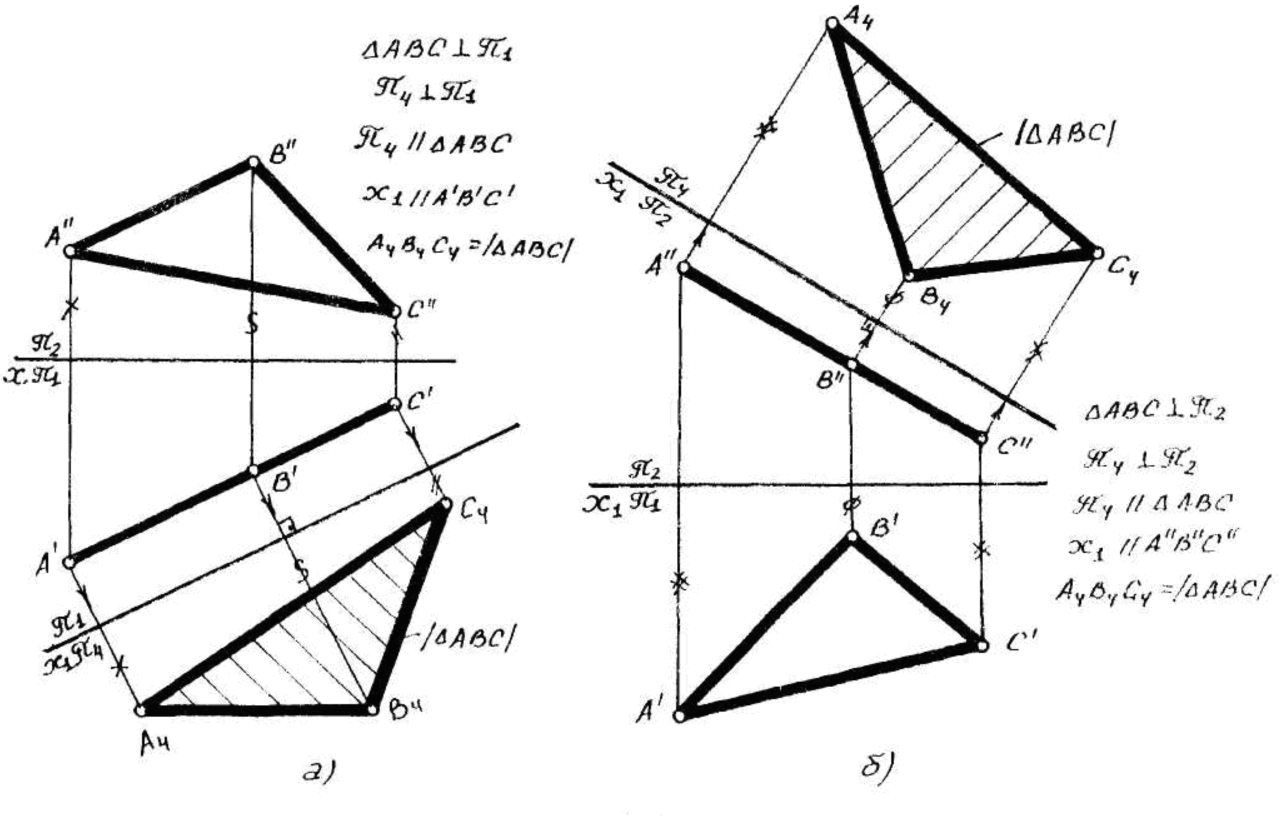
135-сүрөт

2-Мисал: D(D'D'') чекитинен жалпы абалдагы AB(A'B',A''B'') түз сызыгынын кесиндисине чейинки эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугун аныктоо (136-сүрөт).



136-сүрөт

Чыгаруу: D чекитинин AB кесиндисине чейинки эң кыска аралык, чекиттен кесиндиге түшүрүлгөн перпендикуляр кесиндиси менен аныкталат. Эгерде берилген түз сызыктын кесиндиси жалпы абалда болсо, жогорудагы чийме маселени аткарууда берилген кесиндини чекит болуп проекцияланганга чейин проекция тегиздиктерин алмаштырабыз 136– сүрөттө, AB кесиндисин чекитке айландыруу үчүн эки алмаштырылуучу (π_4 жана π_5) проекция тегиздиктерин алабыз. Биринчи AB кесиндисине параллель π_4 проекция тегиздигин алсак жаңы (π_1 / π_4) системасында AB кесиндиси деңгээл абалга келет ($A_4B_4=|AB|$). Экинчи берилген AB кесиндисине перпендикуляр π_5 проекция тегиздигин алабыз ($\pi_5 \perp [AB]$) жыйынтыкта AB кесиндиси π_5 проекция тегиздигинде чекит болуп проекцияланат ($A_5 \equiv B_5$). Ал эми D чекити π_4 жана π_5 проекция тегиздигине чекит бойдон проекцияланат. Биз аныктоочу D чекитинен AB кесиндисине чейинки эң кыска аралык D_5 чекитинен $A_5 \equiv B_5$ чекитине чейинки аралыкты берет. Кайрадан тескери проекциялоо менен D чекитинен AB кесиндисине чейинки эң кыска аралыктын π_1 / π_2 системасындагы проекциясын алууга болот. Бул учурда AB кесиндиси π_5 проекция тегиздигине перпендикуляр, ал эми AB кесиндисине перпендикуляр болгон DK кесиндиси π_5 проекция тегиздигине параллель болот, демек DK кесиндиси π_5 проекция тегиздигине узундугу боюнча өзгөрбөй проекцияланат ($D_5K_5 = | DK |$).



а)

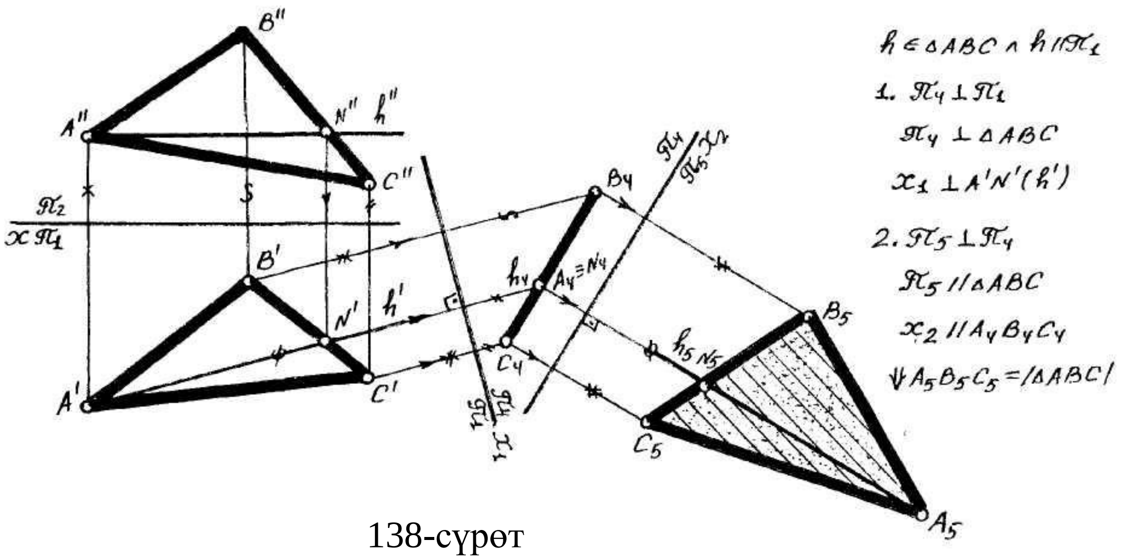
б)

137-сүрөт

3-Мисал: Проекция тегиздиктеринин алмаштыруу ыкмасы менен проекциялануучу (проекция тегиздигинин бирине перпендикуляр) абалдагы ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун аныктоо (137-сүрөт).

Мындай чийме маселени аткарууда берилген ABC үч бурчтугу горизонталдык проекциялануучу ($\Delta ABC \perp \pi_1$) абалда жайгашса, кошумча алынган π_4 проекция тегиздиги, горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине (137а-сүрөт) ал эми ABC үч бурчтугу фронталдык проекциялануучу ($\Delta ABC \perp \pi_2$) абалда жайгашса, кошумча алынган проекция тегиздиги фронталдык π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр (137б-сүрөт) жана берилген ABC үч бурчтугуна параллель алынат.137а-сүрөттөгү чийме маселени аткарууда кошумча π_4 проекция тегиздигин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр, ал эми берилген ABC үч бурчтугуна параллель алабыз дагы, жаңы π_4 проекция тегиздигине проекциялайбыз. ABC үч бурчтугунун жаңы $A_4B_4C_4$ проекциясы, ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун берет.137 а - сүрөттө ABC үч бурчтугунун жаңы проекциясы үчүн ар бир чекиттен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине чейинки аралыкты жаңы x_1 огунан ченеп коёбуз. 137б-сүрөттө ушундай эле шарттагы чийме маселеде берилген ABC үч бурчтугу фронталдык проекциялануучу ($\Delta ABC \perp \pi_2$) абалы каралган.

4-Мисал: Эгерде жалпы абалдагы ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун чиймеге түшүрө турган болсо, анда эки алмаштырылуучу проекция тегиздиги колдонулат. Биринчисин π_4 пайдалануу менен ABC үч бурчтугун проекциялануучу абалга келтирсек, экинчи π_5 проекция тегиздигин алуу менен ABC үч бурчтугун деңгээл абалга алып келебиз (138-сүрөт). Бул учурда π_1 проекция тегиздиги ABC үч бурчтугуна перпендикуляр алынса, π_5 проекция тегиздиги ABC үч бурчтугуна параллель алынат дагы, жыйынтыкта ABC үч бурчтугун π_5 проекция тегиздигиндеги ($A_5B_5C_5$) проекциясы ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугуна барабар болот ($A_5B_5C_5 = |\Delta ABC|$).



138-сүрөт

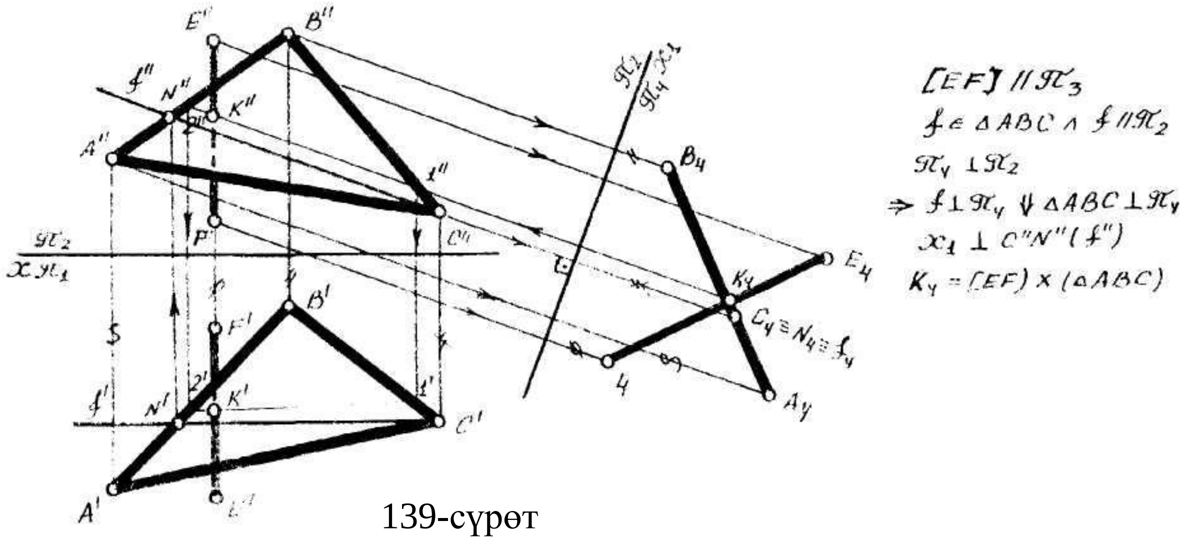
5-Мисал: Профилдик EF кесиндиси менен ABC үч бурчтугунун кесилиш чекити аныктай турган болсок, берилген түспөлдөрдүн үчүнчү профилдик проекциялары аркылуу аныктоого туура келет. Ошондуктан бул чийме маселени аткаруу кошумча проекция тегиздиктерин колдонуу менен аткаруу ыңгайлуу (139-сүрөт).

Чыгаруу: а) Чийменин берилишине талдоо жүргүзгөн соң кошумча проекция тегиздиктер системасын тандап алып, андан соң чийме маселени төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат:

б) АВС үч бурчтугунун горизонталь h (h' h'') сызыгын жүргүзөбүз.

в) Горизонталь (h) сызыгын горизонталдык (h') проекциясына перпендикуляр абалда π_1 / π_4 системасынын огу болгон x_1 түз сызыгын жүргүзөбүз.

г) x_1 огуна перпендикуляр багытында берилген түспөлдү аныктаган чекиттердин горизонталдык (A'B'C'∧E'F') проекцияларынан байланыштыруучу



139-сүрөт

түз сызыктарды жүргүзүп, x_1 огунан ошол чекиттердин аппликаталарын ченеп койсок, АВС үч бурчтугунун жана EF кесиндисинин кошумча алынган π_4 проекция тегиздигиндеги проекцияларын алабыз ($A_4B_4C_4$=E_4F_4). Проекциялоонун жыйынтыгында АВС үч бурчтугунун π_4 проекция тегиздигиндеги проекциясы түз сызык болуп проекцияланып, EF кесиндисинин π_4 тегиздигиндеги проекциясы менен K_4 чекитинде кесилишет, андан соң ал кесилиш чекитин горизонталдык (К') жана фронталдык (К'') проекцияларын чиймеге тургузабыз. Жыйынтыкта К чекити АВС үч бурчтугу менен EF кесиндисинин кесилиш чекити болуп саналат.

Мейкиндик тегиздиктери чиймеде ар кандай ыкма менен берилишине карабай, берилген маселенин шартына ылайык, проекцияны өзгөртүп түзүүдө алардын проекциялануучу же деңгээл абалга өзгөртүп түзүү шартка ылайык.

6-Мисал: Издеринин проекциялары аркылуу берилген α($h_{0\alpha}$ ∧ $f_{0\alpha}$) тегиздиги менен АВ кесиндисинин кесилиш чекитин аныктоодо берилген тегиздикти проекциялануучу абалга өзгөртүп түзүү жетиштүү (140-сүрөт). Мындай чийме маселелерди аткаруу төмөндөгү катар менен аткаруу сунушталат.

а) Кошумча проекция тегиздиктер системасын тандап алабыз. Берилген чийме маселеде π_2/π_4 системасын тандасак, анда жаңы алынган π_4 проекция тегиздигиндеги бир эле учурда фронталдык π_2 проекция тегиздигине жана берилген α тегиздигине перпендикуляр болуусу талап кылынат. π_4 проекция тегиздиги α тегиздигине перпендикуляр болуусу үчүн, берилген α тегиздигинин фронталь сызыгына перпендикуляр болуусу зарыл, ошондуктан α тегиздигинин сызыгы катары анын фронталдык ($f_{0\alpha}$) изин тандап алабыз (анткени ар кандай тегиздиктин фронталь сызыгы, ошол тегиздиктин фронталдык изине параллель). Жыйынтыкта π_2 / π_4 системасында пайда болгон

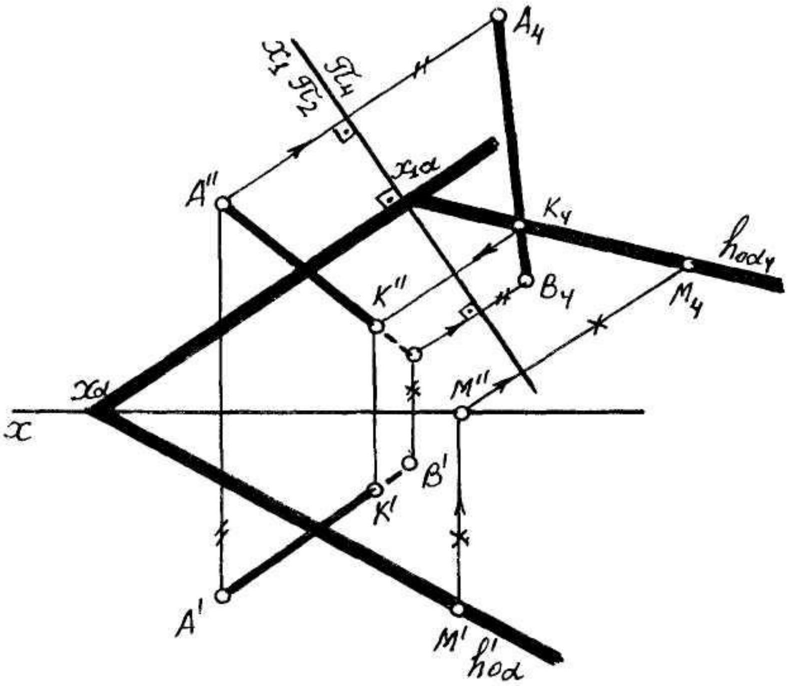
x_1 огу **α** тегиздигинин фронталдык ($f_{0\alpha}$) изине перпендикуляр жүргүзүлөт ($f_{0\alpha} \equiv f''_{0\alpha}$).

б) Проекция тегиздиктер π_2 / π_4 системасын тандап алган соң, α тегиздигинин горизонталдык ($h_{0\alpha}$) изинде жаткан M(M'M'') чекитин алып, аны π_4 проекция тегиздигине проекциялап, анын жаңы M_4 проекциясын алабыз.

в) $x_{1\alpha}$ чекити менен M_4 чекитин туташтырсак α тегиздигинин $h_{0\alpha 4}$ алабыз жана α тегиздигинин π_2/π_4 системасында проекциялануучу абалга келтиребиз.

г) AB кесиндисин π_4 проекция тегиздигине проекциялайбыз, же берилген кесиндинин π_4 проекция тегиздигиндеги A_4B_4 проекциясы менен **α** тегиздигинин $h_{0\alpha 4}$ изинин кесилиш чекитинен AB кесиндиси менен **α** тегиздигинин π_4 проекция тегиздиги кесилиш K_4 чекитин аныктайбыз, андан соң байланыштыруучу сызыктардын жардамы менен кесилиш чекитин фронталдык (K') жана горизонталдык (K'') проекцияларын алабыз.

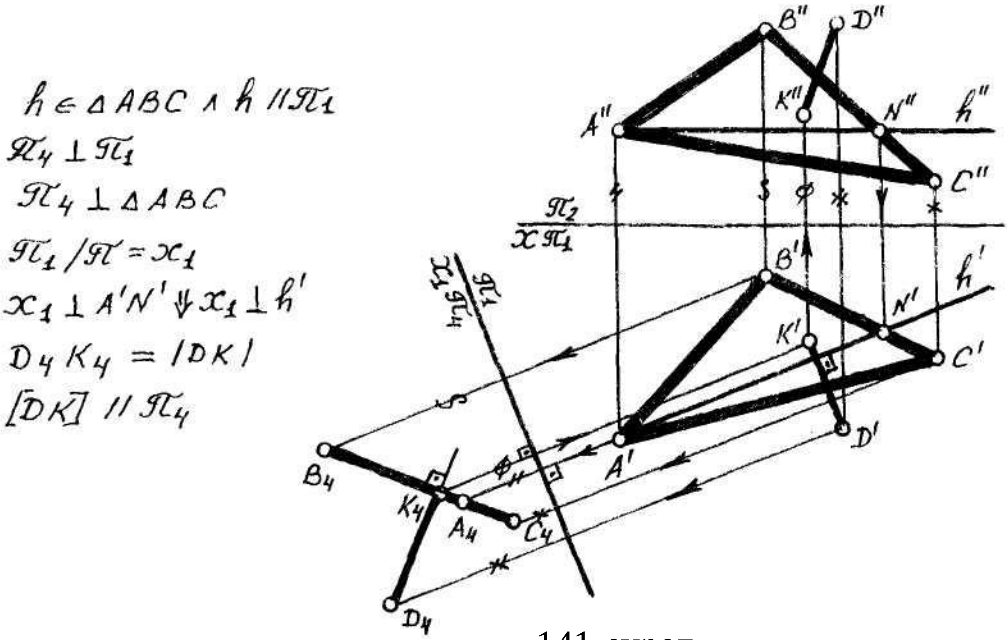
Сызма геометрияда чийме маселелерди аткарууда ушундай эле кошумча проекция тегиздиктерин, профилдик (π_3) проекция тегиздигине дагы перпендикуляр алууга дагы болот. Мындай учурда берилген түспөл профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель жайгашса.



$$\pi_4 \perp \pi_2$$
$$\pi_4 \perp \alpha \Downarrow x_1 \perp f''_{0\alpha}$$
$$K = [AB] \times \alpha$$

140-сүрөт

7-Мисал: 141-сүрөттө D чекитинен ABC үч бурчтугуна чейинки эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугун чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн. Бул чиймеде деле жогорудагы көрсөтүлгөндөй берилген тегиздикти проекциялануучу абалга келтирүү менен аткарылат.



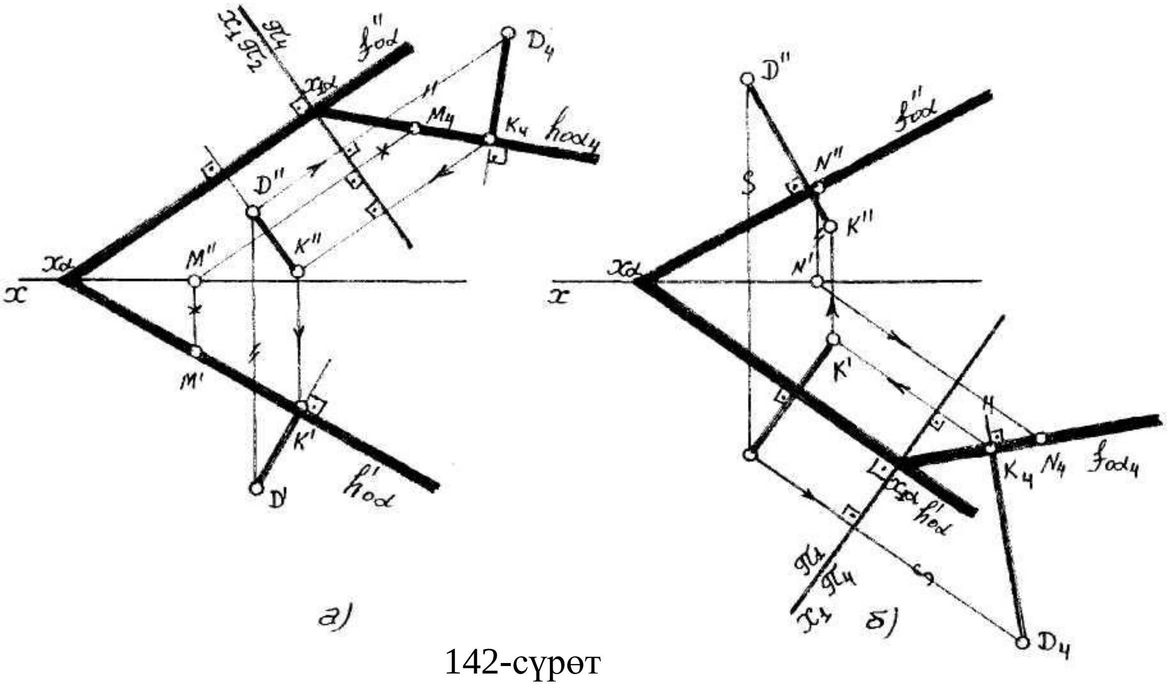
141-сүрөт

141-сүрөттө ABC үч бурчтугуна жана горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр π_4 проекция тегиздиги алынып ABC үч бурчтугу π_2/π_4 системасында проекциялануучу абалга келтирилген. D_4 чекитинен ABC үч бурчтугунун π_4 проекция тегиздигиндеги түз сызык болуп проекцияланган $A_4B_4C_4$ проекциясына перпендикуляр түшүрүп K_4 чекитин алабыз. Тургузуудагы D_4K_4 кесиндиси, маселенин шартындагы D чекитинен ABC үч бурчтугуна чейинки эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугун берет ($D_4K_4 = |DK|$).

8-Мисал: Жогорудагыдай эле шарттагы D чекитинен, издеринин проекциялары аркылуу берилген α тегиздигине чейинки түшүрүү 142-сүрөттө көрсөтүлгөн. Бул чиймени аткарууда жогоруда көрсөтүлгөн 140-141-сүрөттөгү чийме маселелерди аткарууну жетекчиликке алып аткарылат.

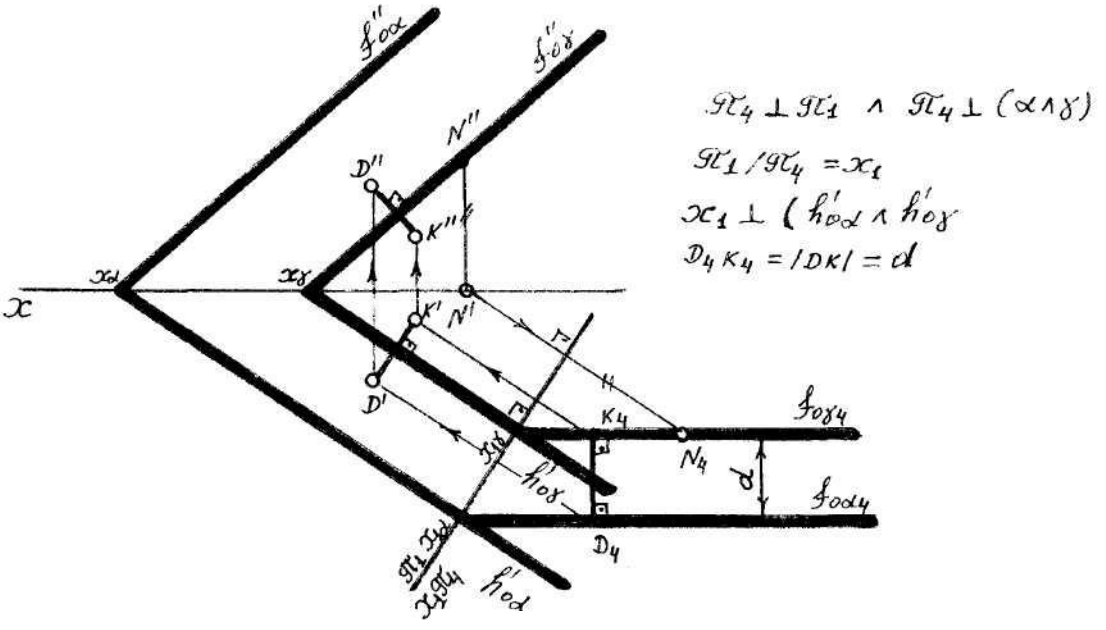
9-Мисал: Жалпы абалдагы издеринин проекциялары аркылуу берилген өз ара параллель α жана γ тегиздиктеринин арасындагы эң жакын аралыкты аныктоо (143-сүрөт).

Бизге белгилүү болгондой, эгерде α жана γ тегиздиктери өз ара параллель болушса, анда ал тегиздиктердин бир аттуу издери дагы өз ара параллель болушат ($h'_{0\alpha}$ // $h'_{0\gamma}$, $f''_{0\alpha}$ // $f''_{0\gamma}$), демек берилген мейкиндик тегиздиктеринин π_4 проекция тегиздигиндеги издери дагы өз ара параллель болушат (Мисалга $f_{0\alpha4}$ // $f_{0\gamma4}$). Эгерде кошумча алынган π_4 проекция тегиздигин, горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр алсак, анда берилген α жана γ тегиздиктерине дагы перпендикуляр алабыз.



142-сүрөт

Бул учурда берилген α жана γ тегиздиктеринин π_4 проекция тегиздигиндеги издеринин ($f_{0\alpha 4} \wedge f_{0\gamma 4}$) арасындагы эң жакын аралык, өз ара параллель α жана γ тегиздиктеринин арасындагы эң жакын аралыкка барабар. Себеби α жана γ тегиздиктери π_4 проекция тегиздигине перпендикуляр болгондугуна байланыштуу, параллель эки тегиздиктин арасындагы эң жакын аралык π_4 проекция тегиздигинде өзгөрбөй проекцияланат.



143-сүрөт

Өз ара параллель эки мейкиндик тегиздиги чиймеде кандай гана ыкмалар менен берилбесин алардын арасындагы эң жакын аралыкты аныктоодо жогоруда көрсөтүлгөн кошумча проекция тегиздиктерин пайдалануу менен аныктоо жеңил жана ыңгайлуу.

Текшерүү суроолору

1. Проекциялык чиймелерди өзгөртүп түзүүнүн негизги максаты эмнеде?
2. Проекциялык чиймелерди өзгөртүп түзүүдө кандай ыкмаларды колдонууга болот?
3. Кошумча проекция тегиздиктери негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу кандай абалда алынат жана эмне максатта?
4. Кесиндинин чыныгы чоңдугун аныктоодо, эмне үчүн кошумча проекция тегиздиги кесиндиге параллель абалда алынат?
5. Чекиттен жалпы абалдагы чекиттин арасындагы эң кыска аралыкты аныктоодо канча кошумча проекция тегиздиги пайдаланылат?
6. Чекиттен жалпы абалдагы тегиздикке чейинки аралыкты, кошумча проекция тегиздиктерин колдонууда кандай тартипте аныктайбыз.
7. Жалпы абалдагы үч бурчтуктун чыныгы чоңдугу, кошумча проекция тегиздиктерин колдонууда кандай катар менен аныкталат.
8. Эмен үчүн параллель эки түз сызыктын кесиндисинин арасындагы эң кыска аралыкты аныктоодо эки кошумча проекция тегиздиги колдонулат?
9. Эмен үчүн параллель эки мейкиндик тегиздигинин арасындагы эң жакын аралыкты аныктоодо, кошумча проекция тегиздиги берилген мейкиндик тегиздиктерине перпендикуляр абалда алынат?

5.2. Айландыруу ыкмасынын негизи

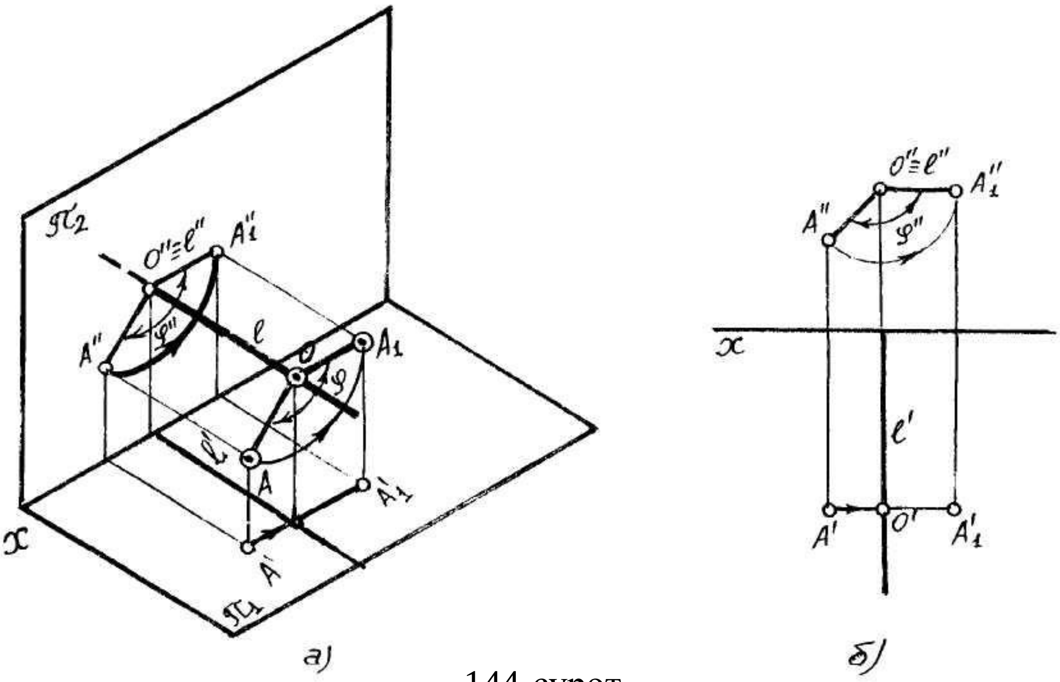
Мейкиндикте берилген ар кандай геометриялык түспөлдөрдү кандайдыр бир кыймылсыз түз сызыктын (айландыруу огунун) тегерегинде айландыруу, айлануучу фигуранын ар бир чекити айландыруу огуна перпендикуляр абалда тегиздик боюнча жылат.

Айландырууда чекит айлананын жаасы боюнча жылат, ал эми айлананын радиусу, айлануу чекитинен айландыруу борборуна чейинки аралыкка барабар. Эгерде кандайдыр бир системада чекит айлануу огунда жайгашса, ал чекит айланууда кыймылсыз абалга ээ.

Берилген проекциялык чиймени өзгөртүп түзүүдө айландыруу огу берилет же берилген чийме маселенин ыңгайына салыштырмалуу тандалып алынат. Ал эми айландыруу огун негизги проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр же параллель алуу шартка ылайык, себеби бул учурда маселени аткарууну бир кыйла жеңилдетет.

144-сүрөттө, айландыруу огу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр, демек чекиттин айлануу тракториясы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигинде түз сызыктын кесиндиси катары проекцияланат.

Эгерде айландыруу огун горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр алсак, чекиттин айлануу тракториясынын проекциясы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигинде өзгөрүүсүз проекцияланат.



144-сүрөт

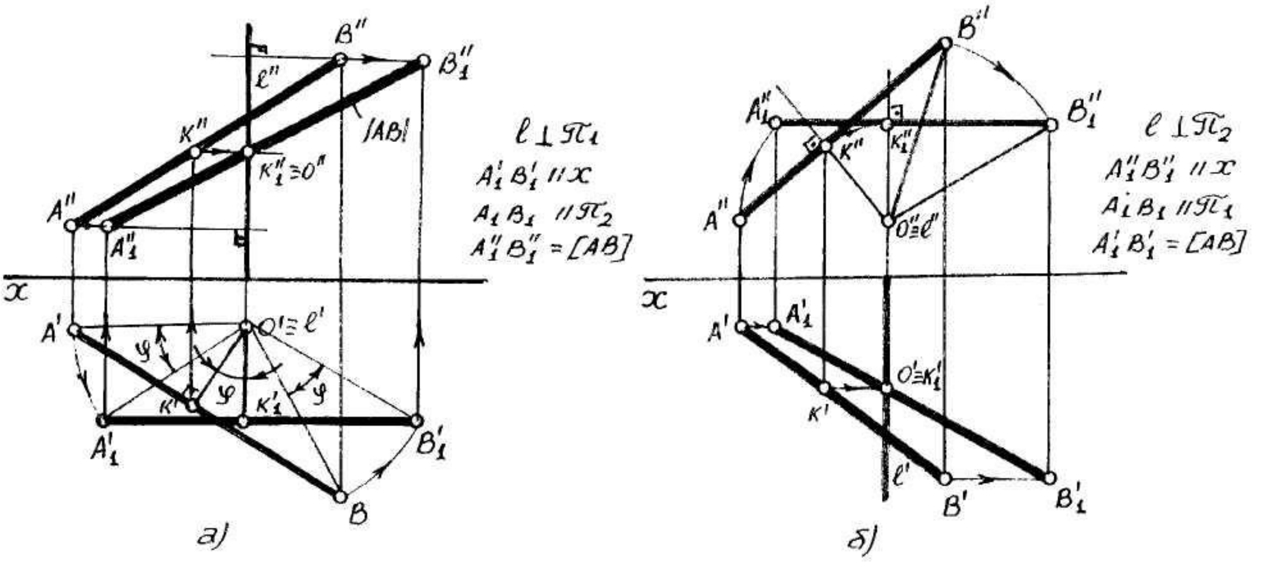
5.3. Берилген түспөлдү проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр октун тегерегине айландыруу

Проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр болгон октун тегерегине ар кандай геометриялык түспөлдү каалагандай бурчка айландырууга болот. Айландыруунун негизги максаты мейкиндикте берилген түспөлдү негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу жалпы абалдан жеке абалга алып келүү же берилген маселенин шартына ылайык абалга келтирүү. Ошентип чекиттерди, түз сызыктардын кесиндилерин жана мейкиндик тегиздиктерин талап кылган абалга чейин айландыруу менен сызма геометрияда аткарылуучу көпчүлүк позициялык жана чендик (өлчөмдүк) чийме маселелерди аткарууну жеңилдетебиз.

Берилген негизги проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр болгон октун тегерегинде айландырууга бир канча мисал карап көрөлү.

1-Мисал: AB(A'B',A"B") кесиндисинин чыныгы чоңдугун проекция тегиздигинин бирине перпендикуляр абалдагы берилген октун тегерегинде айландыруу менен чиймеге түшүрүү (145-сүрөт).

145а-сүрөттө горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр ок (ℓ) берилсе, берилген октон AB кесиндисин айландыруучу борборун 0(0'0") алып, берилген кесиндини фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырабыз. Бул учурда айлануу борборунан берилген кесиндиге перпендикуляр абалдагы, айландыруу радиусун фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр абалга чейин айландырабыз.

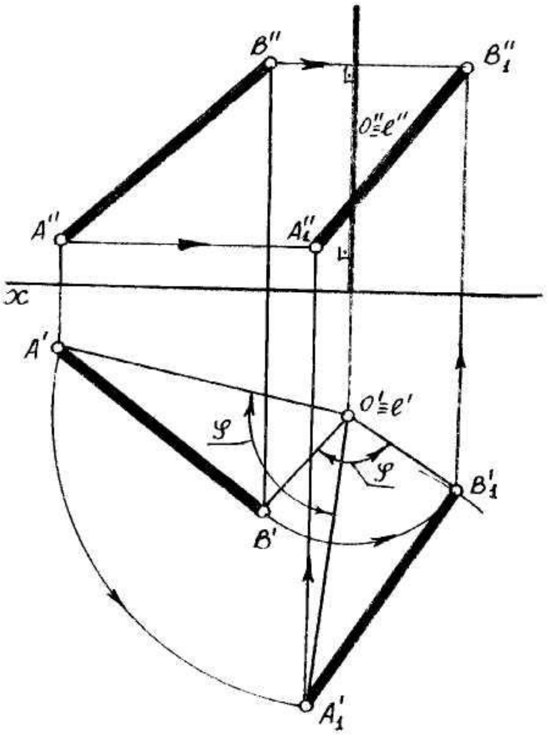


145-сүрөт

145б-сүрөттө, ушул эле АВ кесиндисинин чыныгы чоңдугун фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр октун тегерегинде айландыруу менен аныкталышы көрсөтүлгөн. Мындай учурда берилген кесиндинин фронталдык (А"В") проекциясы *x* огуна параллель абалга чейин айландырылат. Жыйынтыкта АВ кесиндиси горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель болуп, анын айландыргандан кийинки горизонталдык ($A'_1B'_1$) проекциясы берилген кесиндинин чоңдугуна барабар болот ($A'_1B'_1 = |AB|$).

2-Мисал: 146-сүрөттө АВ түз сызыгынын кесиндисин берилген ℓ огунун тегерегинде φ бурчуна $A_1B_1(A'_1B'_1, A''_1B''_1)$ абалга чейин айландыруу талап кылынса, тандап алынган багыт боюнча А жана В чекиттерин айландыруу дегенди билдирет. Эгерде айландыруу огу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр берилсе, АВ кесиндисинин горизонталдык А' жана В' проекциялары О'А' жана О'В' радиустары менен φ бурчуна айландырып A'_1 жана B'_1 абалдарына ээ болгон соң, АВ кесиндисинин фронталдык проекциялары берилген окко перпендикуляр абалда жылат. A'_1 жана B'_1 чекиттеринен байланыштыруучу түз сызыкты жүргүзүп АВ кесиндисинин фронталдык проекциясынын жаңы $A''_1B''_1$абалдарын аныктайбыз.

Жогорудагы каралган мисалды карап берилген кесиндини белгилүү φ бурчуна айландыруунун дагы бир абалдагы ыкмасын түзүүгө шарт түзөт. 147-сүрөттө жалпы абалдагы АВ кесиндисинин φ бурчуна айландырууда берилген ок фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр болсо, О чекитинен кесиндинин фронталдык (А"В") перпендикуляр түз сызык жүргүзсөк К" чекитин алабыз.



146-сүрөт

Бул чиймеде АВ кесиндисинин горизонталдык (A'B') проекциясынын чоңдугу, айлангандан кийин дагы өзгөрүүсүз калуусу талапка ылайык.

$$(A'B' = A'_1B'_1).$$

$$\ell \perp \pi_1$$

$$\ell'A' = \ell'A'_1;\ \ell'B' = \ell'B'_1$$

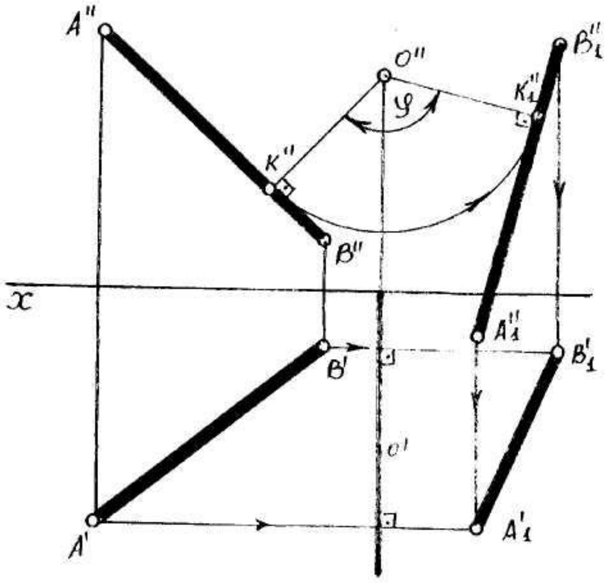
$$A'B' = A'_1B'_1$$

(К"- перпендикуляр менен А"В" проекциясынын кесилиш чекити). К" чекитин белгилүү φ бурчуна айландырабыз. К"$_1$ чекитинен, О"С"$_1$ радиусуна перпендикуляр түз сызык жүргүзүп, АВ кесиндисинин жаңы абалынын багытына ээ болобуз, андан соң К"$_1$ чекитинен, К"А" жана К"В" аралыктарын ченеп коёбуз К"$_1$А"$_1$ жана К"$_1$В"$_1$ аралыктарын алабыз. Жыйынтыкта А"В" проекциясынан А"$_1$В"$_1$ проекциясынан алабыз. А"$_1$В"$_1$ чекиттеринен байланыштыруучу түз сызык жүргүзүп, АВ кесиндисинин горизонталдык (A'B') проекциясын айлануу огуна перпендикуляр түз сызык аркылуу жылдырып, АВ кесиндисинин жаңы A'$_1$B'$_1$ горизонталдык проекциясына ээ болобуз.

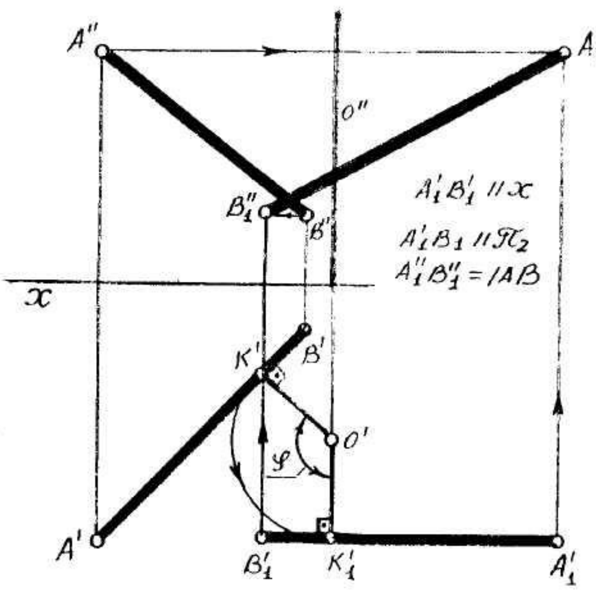
148-сүрөттө көрсөтүлгөн ыкма менен жалпы абалдагы кесиндини деңгээл (бир проекция тегиздигине параллель) абалга дагы келтирүүгө болот (139-сүрөт). Бул чиймеде АВ кесиндисинин жаңы А"$_1$В"$_1$ проекциясы берилген АВ кесиндисинин чыныгы чоңдугуна барабар болот($A''_1B''_1 = |AB|$). Анткени айландыруунун негизинде АВ кесиндиси фронталдык(π_2) проекция тегиздигине параллель абалга келет.

Жогорудагы каралган ыкмаларды пайдалануу менен ар кандай тегиз фигураларды дагы белгиленген φ бурчуна айландырууга болот.

Эгерде мейкиндик тегиздиги издеринин проекциялары аркылуу берилсе, ал тегиздикти проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр берилген октун тегерегинде айландырууда тегиздиктин издеринин бири гана айландырылат (горизонталдык же фронталдык), ал эми экинчи изи тегиз параллель көчөт.

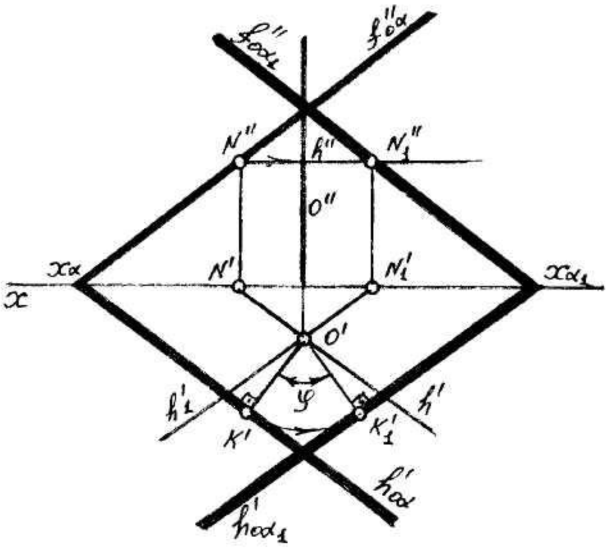


147-сүрөт

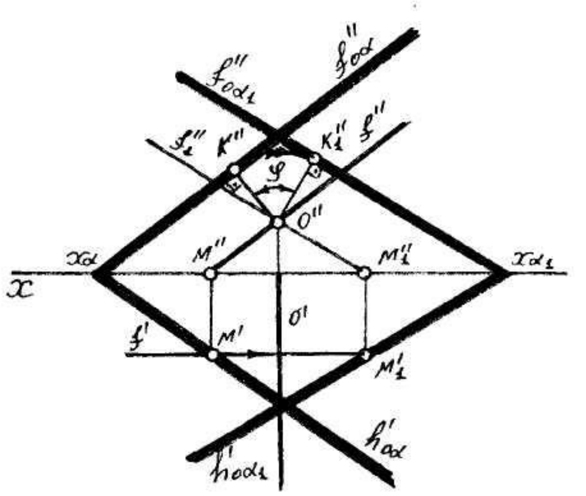


148-сүрөт

Жалпы абалдагы α тегиздигин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр берилген октун тегерегинде айландырсак, α тегиздигинин горизонталдык$(h_{0\alpha} = h'_{0\alpha})$ изи айланат (149-сүрөт). Ал үчүн горизонталдык $(h'_{0\alpha})$ изден айлануу огуна эң жакын К чекитин алабыз $(O'K' \perp h'_{0\alpha})$. K' чекитин O' чекитине туташтыруу менен айландыруучу радиусту алабыз. K' чекитин белгиленген φ бурчуна айландырып K'_1 чекитин алабыз жана $O'A'_1$ түз сызыгына перпендикуляр багытта α тегиздигинин горизонталдык изинин жаңы $(h'_{0\alpha 1})$ абалын жүргүзөбүз. α тегиздигинин айландыргандан кийинки



149-сүрөт

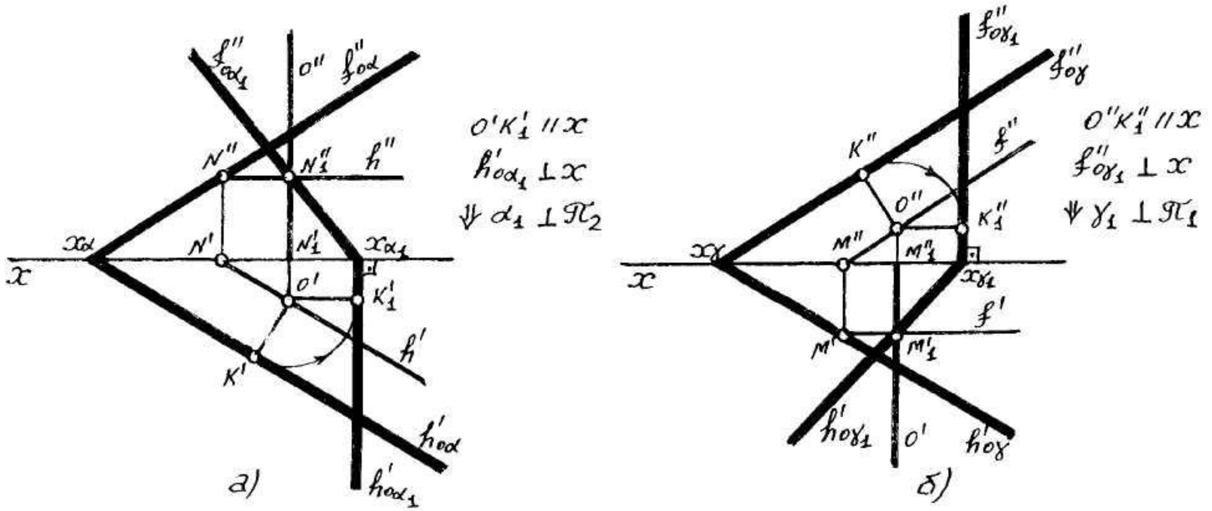


150-сүрөт

фронталдык $(f_{0\alpha})$ изин тургузуу үчүн α тегиздигинде жаткан N(N'N'') чекити аркылуу айландыруу огу менен кесилишкен горизонталь сызыгын жүргүзүп, горизонталь сызыгынын жаңы NF(N'F',N''F'') айландыргандан кийинки абалын тургузуп, ал горизонталь сызыгы аркылуу α тегиздигинин фронталдык $(f_{0\alpha})$

изинин айландырылгандан кийинки ($f''_{0\alpha1}$) изин жүргүзөбүз. Ушундай эле тегиздикти фронталдык перпендикуляр октун тегерегинде дагы айландырууга болот (149-сүрөт).

Эгерде издеринин проекциялары аркылуу берилген мейкиндик тегиздигин проекциялануучу абалга чейин айландыруу талап кылынса, (негизги проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр) жогорудагы 149-150-сүрөттөрдөгү ыкмаларды колдонуу менен аткарылат. Мындай учурда айландырылуучу изди x огуна перпендикуляр абалга чейин айландырсак, айландыруучу радиус x огуна параллель абалга чейин айландырылат (151-сүрөт).



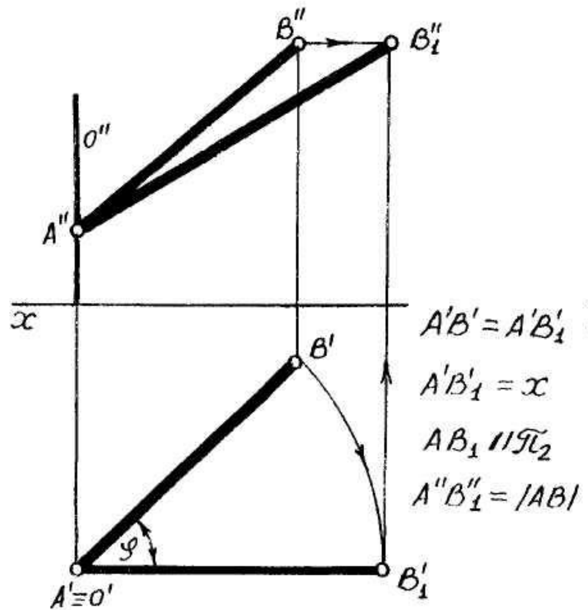
151-сүрөт

5.4. Тандалып алынган октун тегерегинде айландыруу

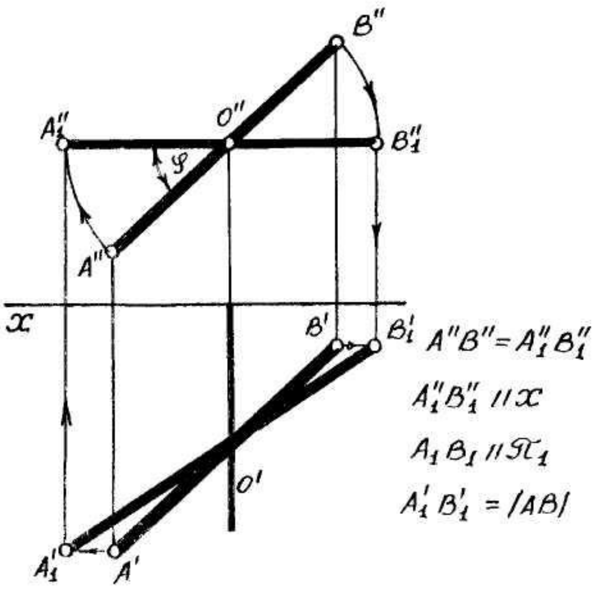
Мейкиндикте берилген геометриялык түспөлдөрдү, проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр октун тегерегине айландырууда, чийме маселеде айландыруу огу берилбесе маселенин шартына ылайык айландыруучу окту тандап алуу ыңгайлуу. Айландыруу огун тандап алуу менен кээ бир кошумча тургузууларды кыскартабыз жана маселени аткаруу бир кыйла жеңилдейт.

Мисал: Жалпы абалдагы AB кесиндисинин чыныгы чоңдугун аныктоо. Мындай чийме маселелерди аткарууда айландыруучу окту берилген кесинди же кесиндини чектеген чекиттердин бири аркылуу алган ыңгайлуу. 152-сүрөттө жалпы абалдагы AB кесиндисин айландырууда, айландыруу огун A чекити аркылуу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр абалы тандалып алынган.

Айландыруунун жыйынтыгында AB кесиндиси фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырган. Бул учурда AB кесиндисинин айлангандан кийинки горизонталдык ($A'B'_1$) проекциясы x огуна параллель, ал эми фронталдык ($A''B''_1$) проекциясы AB кесиндисинин чыныгы чоңдугуна барабар болот ($A''B''_1 = |AB|$). Айландыруу огу A чекити аркылуу өткөндүгүнө байланыштуу A чекити ордунан жылбайт. Ал эми B чекити AB кесиндисинин горизонталдык проекциясы x огуна параллель абалга чейин айландырылат.



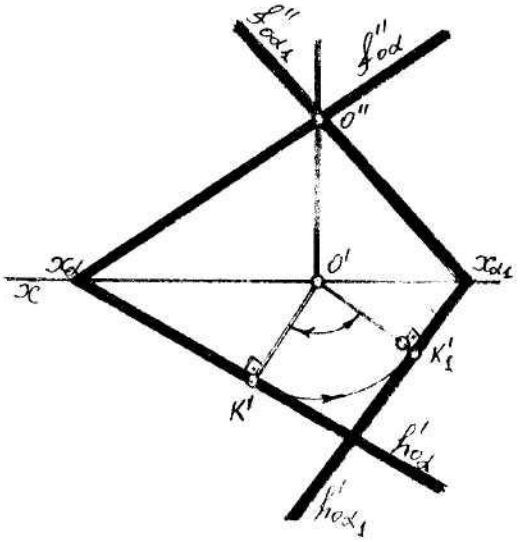
152-сүрөт



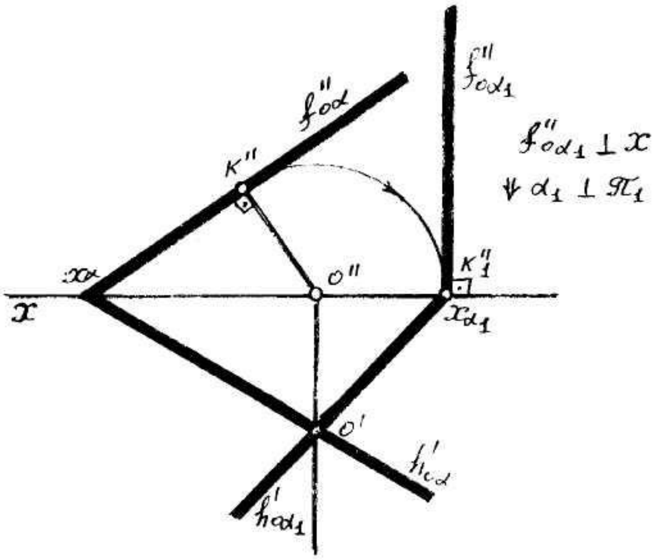
153-сүрөт

153-сүрөттө айландыруу огу AB кесиндиси аркылуу өтүп, фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр тандалып алынган. Бул учурда AB кесиндиси горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырылган ($A_1B_1//\pi_1$).

Эгерде айлануучу тегиздик чиймеге издеринин проекциялары аркылуу берилсе, анда тандап алынган окту негизги проекция тегиздиктеринин бирине жайгаштырып, экинчисине перпендикуляр алсак максатка ылайык. Мындай тандап алуу берилген чийме маселени аткарууну жеңилдетет. Мисалга 154-сүрөттө, берилген α тегиздигинин кандайдыр φ бурчуна айландырууда айландыруу огу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине жайгаштырылып, ($O \in \pi_2$), ал эми горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр алынган ($O \perp \pi_1$). Бул учурда тегиздиктин фронталдык ($f''_{0\alpha}$) изи менен октун кесилиш чекити жылбайт. Демек, ок менен тегиздиктин кесилиш (O) чекити ордунан жылбайт, ал эми экинчи изин каалагандай бурчка айландырууга болот. 154-сүрөттө α тегиздигинин горизонталдык изин φ бурчуна айландырып ($h''_{0\alpha1}$), андан соң фронталдык изин O'' чекити аркылуу жүргүзүп α тегиздигинин айландыргандан кийинки фронталдык ($f''_{0\alpha1}$) изин алабыз. Мындай окту тандап алуу 154-155-сүрөттөрдөгү чиймеге салыштырмалуу тегиздиктин горизонтал же фронталь сызыктарын жүргүзүү талап кылынбайт. Ушундай эле чиймеде айландыруу огун фронталдык проекция тегиздигине перпендикуляр алып берилген жалпы абалдагы α тегиздигин горизонталдык проекциялануучу абалга чейинки айландыруу 155-сүрөттө көрсөтүлгөн.



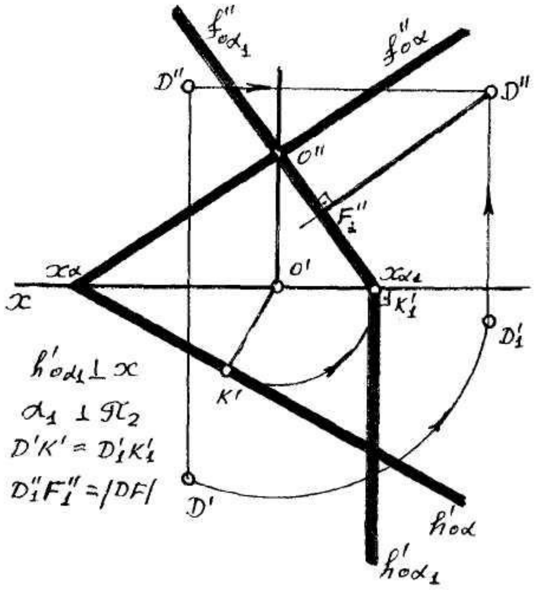
154-сүрөт



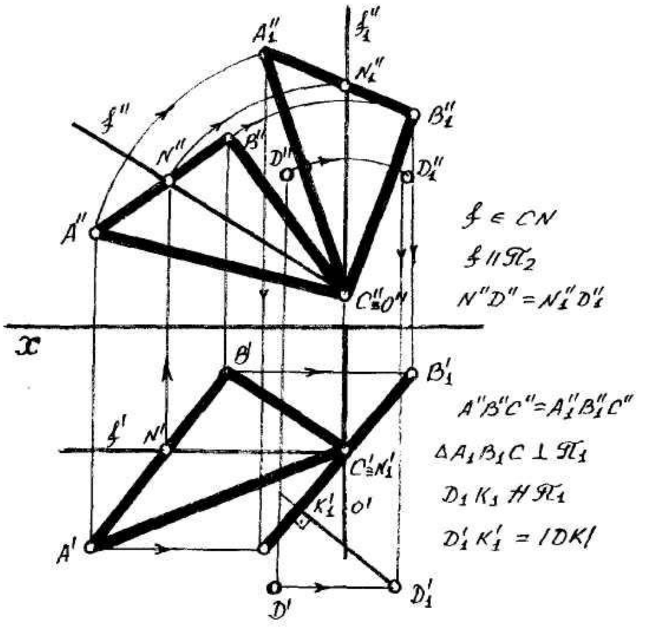
155-сүрөт

156-сүрөттөн көрүнүп тургандай чекиттин мейкиндик тегиздигине чейинки эӊ кыска аралыкты аныктоодо тандалып алынган октун тегерегинде берилген тегиздикти проекциялануучу абалга чейин айландыруу жетиштүү.

4-Мисал: D чекитинен α тегиздигине чейинки аралыкты аныктоодо талап кылынса тандалып алынган окту фронталдык (π_2) проекция тегиздиги аркылуу, горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр алып, берилген α тегиздигин фронталдык проекциялануучу ($\alpha_1 \perp \pi_2$) абалга чейин айландырсак, берилген D чекитин дагы ошол эле бурчка айландырабыз (156-сүрөт). Айландырууда кийинки D''_1 чекитинен $f''_{0\alpha1}$ изине чейинки эӊ кыска аралык, берилген D чекитинен α тегиздигине чейинки эӊ кыска аралыкты берет ($D''_1K''_1=|DK|$).



156-сүрөт



157-сүрөт

5-Мисал: D чекитинен жалпы абалдагы ABC үч бурчтугуна чейинки эң кыска (чыныгы) аралыкты аныктоодо (157-сүрөт).

Бул чийме маселеде ABC үч бурчтугунун C(C'C'') чекити аркылуу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр айландыруу огун алганыбыз ыңгайлуу, демек ABC үч бурчтугуна таандык CN' фронталь (f) түз сызыгын алып, ал түз сызыкты горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр абалга чейин айландырсак, ал ($f''_1 \perp \boldsymbol{x}$) түз сызык жаткан ABC үч бурчтугу дагы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болот, андан соң D чекитин дагы дал ошол (φ) бурчуна айландырабыз. Айландыруунун жыйынтыгында ABC үч бурчтугу горизонталдык проекцияланууч болуп анын горизонталдык ($A'_1B'_1C'$) проекциясы түз сызык болуп проекцияланат, D'_1 чекитинен $A'_1B'_1C'$ проекциясына перпендикуляр түшүрүп, кесилиштен K'_1 чекитин алабыз. D'_1 K'_1 аралыгы D чекитинен ABC үч бурчтугуна чейинки эң кыска аралыкты аныктайт (157-сүрөт).

6-Мисал: ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун аныктоо (168-сүрөт). Мындай чийме маселени аткарууда ABC үч бурчтугу биринчи бир, андан соң экинчи проекция тегиздигине перпендикуляр абалга чейин айландырылат. Чийме маселени аткаруу төмөндөгү катар менен аныктоо сунушталат:

1. ABC үч бурчтугунун A чекити аркылуу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр абалда айландыруучу ок жүргүзөбүз.
2. ABC үч бурчтугунун A чекити аркылуу тегиздиктин горизонтал AN (h) түз сызыгы жүргүзүлөт.

1. $o \in A \wedge O \perp \pi_1$

$h \in AN \wedge h \parallel \pi_1$

2. $h'_1 \perp x \Downarrow h \perp \pi_2$

$\Delta AB_1C_1 \perp \pi'$

$A'B'_1C'_1 = A'B'C'$

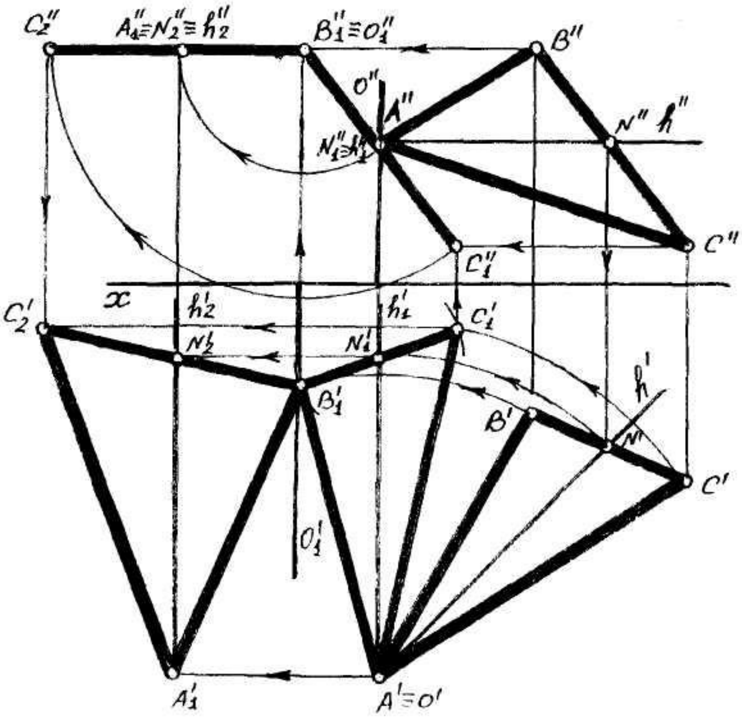
3. $O_1 \in B \perp \pi_2$

$A_1B_1C_2 \parallel \pi_1$

$(A''_1B''_1C''_2) \parallel x$

$A_1B_1C_2 \perp \pi_2$

$\Downarrow A'_1B'_1C'_2 = |\Delta ABC|$



158-сүрөт

3. ABC үч бурчтугунун горизонталь (h) түз сызыгын ***x*** огуна перпендикуляр болгончо айландырылат. Бул учурда горизонталь (h) түз сызыгы менен бирге

АВС үч бурчтугу дагы айландырылат. Жыйынтыкта АВС үч бурчтугу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр абалга келтирилет ($\Delta AB_1C_1 \perp \pi_2$).

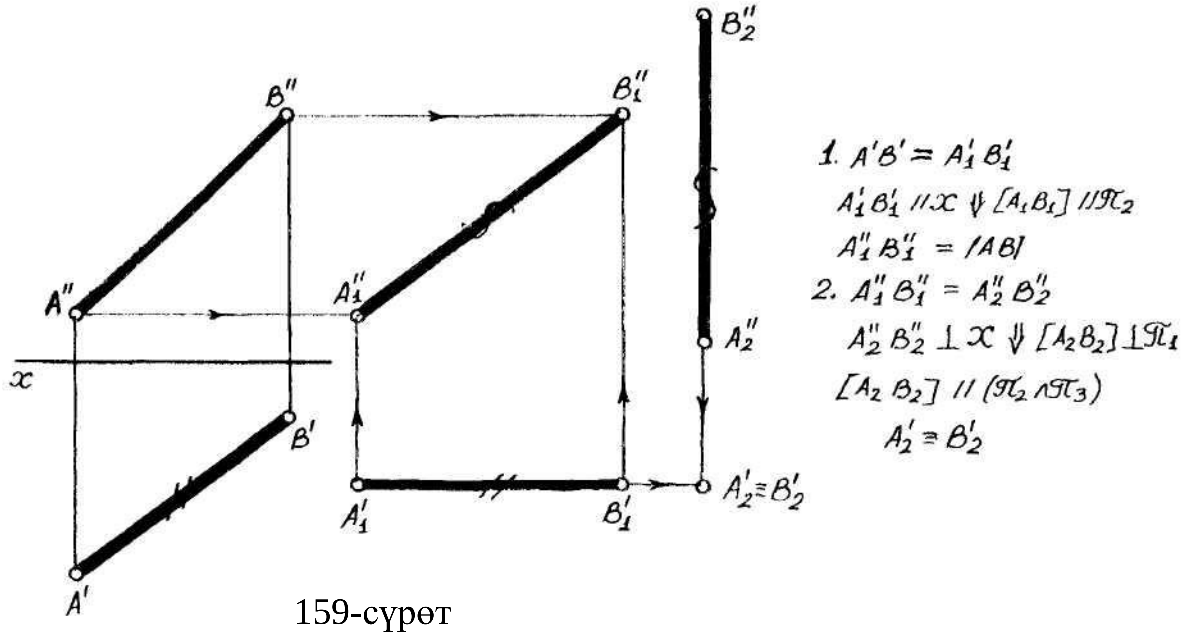
4. Үч бурчтуктун В чекити аркылуу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр ок алып АВС үч бурчтугунун горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырабыз. АВС үч бурчтугунун түз сызык болуп проекцияланган фронталдык проекциясы ($A''_1B''_1C''_1$) ***x*** огуна параллель абалга келтирилет. Жыйынтыкта үч бурчтуктун горизонталдык($A'_1B'_1C'_1$) проекциясы АВС үч бурчтугунун чыныгы чоңдугуна барабар болот ($A'_1B'_1C'_2= |\Delta ABC|$).

5.5. Чиймеге айландыруу огун көрсөтпөй айландыруу ыкмасы (тегиз параллель көчүрүү ыкмасы)

Жогоруда каралып кеткен ыкмаларда каралгандай, эгерде түз сызыктын кесиндисин же тегиз фигураны горизонталдык (π_1) же фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр болгон октун тегерегинде айландырсак, көрүнүшү жана чоңдугу боюнча берилген тегиздиктердеги проекциясы өзгөрбөйт, тек гана проекция окторуна салыштырмалуу алардын проекциялары гана алмашат. Эгерде кийинки проекция огуна параллель проекциясын карай турган болсок, чекиттин бардык проекциялары проекция огуна параллель туз сызык аркылуу жылат, демек экинчи проекциясы көрүнүшү жана чоңдугу боюнча такыр өзгөрөт.

Ушул касиетти пайдаланып, айландыруу огун көрсөтпөй, айлануу радиусун белгилебей, айландыруу ыкмасын пайдалануу менен берилген проекциянын биринин көрүнүшүн жана чоңдугун өзгөртпөй талап кылынган абалга жылдырып, андан кийин жогоруда көрсөтүлгөндөй экинчи проекциясын тургузууга болот. Бул ыкманы пайдалануу менен ар кандай чендик чийме маселелерди аткарууга болот.

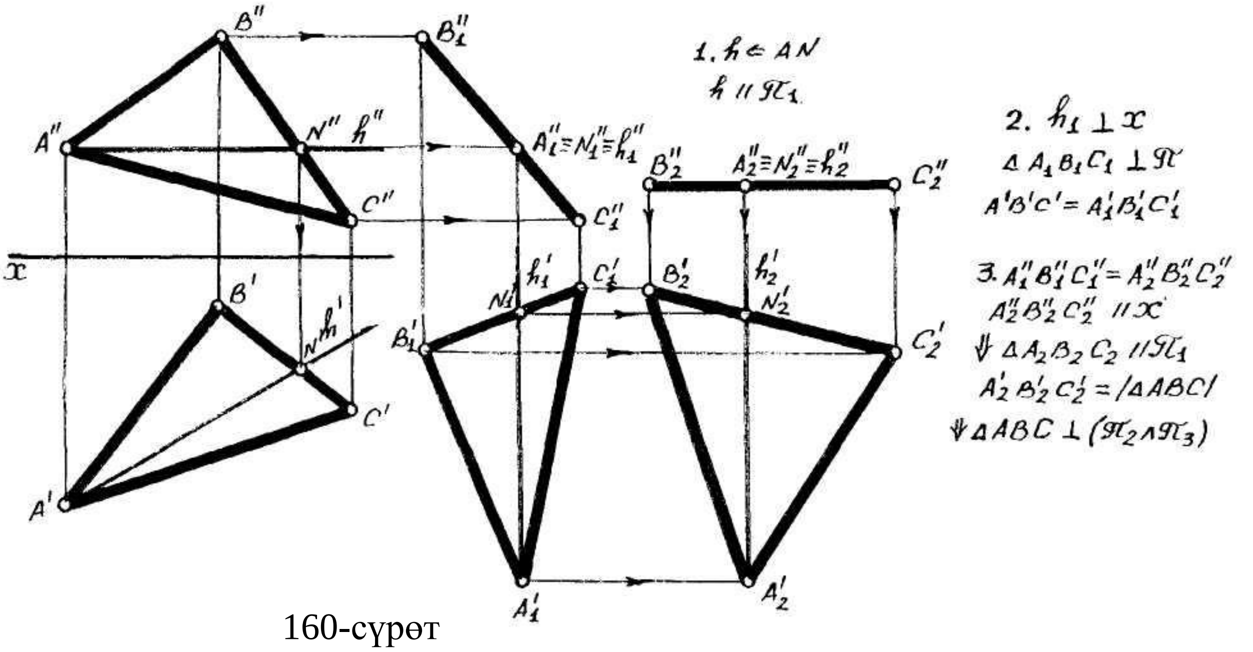
1-мисал: Эгерде жалпы абалдагы АВ түз сызыгынын кесиндисин (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр абалга айландыруу талап кылынса (159-сүрөт), биринчи айландыруу огун (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр алып аны π_2 проекция тегиздигине параллель абалга жылдырабыз, демек жогоруда айтылгандай A'B' проекциясын *x* огуна параллель коюп ($A'B'=A_1'B_1'$), андан кийин экинчи $A_1''B_1''$ проекциясын тургузабыз, экинчи окту π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр алып, $A_1''B_1''$ проекцияеын *x* огуна перпендикуляр абалга чейин жылдырсак, экинчи $A_2'B_2'$ проекциясы чекит болуп проекцияланат. Жыйынтыкта АВ кесиндиси π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр абалга жылган болот. Бул учурда айландыруу октору чиймеде көрсөтүлбөйт. Ушундай эле жалпы абалдагы АВ кесиндисин π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр абалга чейин айландырууга дагы болот, бирок бул учурда биринчи айландыруучу ок π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр алынат.



159-сүрөт

2-мисал: 160-сүрөттө жалпы абалдагы үч бурчтуктун чыныгы чоңдугун табуу максатында тургузулган, эки стадияда турган буруу көрсөтүлгөн. Чындыгында эле жыйынтыктагы абалы π_1 проекция тегиздигине параллель, демек $A_2'B_2'C_2'$ проекциясы ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугуна барабар. Бирок бул абалды алыш үчүн, жалпы абалдагы ABC үч бурчтугун алдын ала фронталдык π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр абалга алып келүүбүз керек. Ал үчүн ABC үч бурчтугунун AN(A'N',A"N") горизонталь (h) туз сызыгын жүрүзүп, ал горизонталды,горизонталдык π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр абалга айландырабыз ($A_1'N_1'(h') \perp Ox$), айлануунун жыйынтыгында ABC үч бурчтугу π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр болот. (Эгерде бир тегиздикте жаткан түз сызык экинчи тегиздикке перпендикуляр болсо, анда ал түз сызык жаткан тегиздик дагы ошол тегиздикке перпендикуляр болот). Айландыруу огунун чиймеде көрсөтүлбөгөндүгүнө байланыштуу $A_1'B_1'C_1'$ проекциясын эркин тургузабыз, бирок $A_1'N_1'$ проекциясын A"A' байланыштыруучу сызыгына параллель жайгаштырабыз (x огуна перпендикуляр). Айландыруу огу π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр болгондугуна байланыштуу ABC үч бурчтугу өзүнүн көрүнүшүн жана чоңдугун өзгөртпөйт ($A_1'B_1'C_1'=A'B'C'$), тек гана абалын өзгөртөт. Мындай айландырууда A, B жана C чекиттери π_1 проекция тегиздигине параллель тегиздик боюнча жылат. Ошондуктан A_1'' B_1'' жана C_1'' проекциялары $A''A_2''$,$B''B_2''$ жана $C''C_1''$ горизонталдык байланыш сызыгында жатат жана түз сызыктын абалын берет.

Экинчи айландыруу стадиясы менен π_1 проекция тегиздигине параллель абалга келүүчү ABC үч бурчтугунун айландыруу огу π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр болоору шексиз. Бул учурда ABC үч бурчтугунун фронталдык проекциясы айландырууда өзүнүн көрүнүшүн жана чоңдугун сактайт, экинчи айландыруу стадиясында алынган $A_1'B_1'$ жана_ C_1' чекиттери π_2 проекция тегиздигине параллель тегиздик боюнча жылат. $A_2'B_1'$ жана C_2' проекциясы ($A_1'B_1'$ жана C_1' чекитинин горизонталдык байланыш сызыгында жатат.

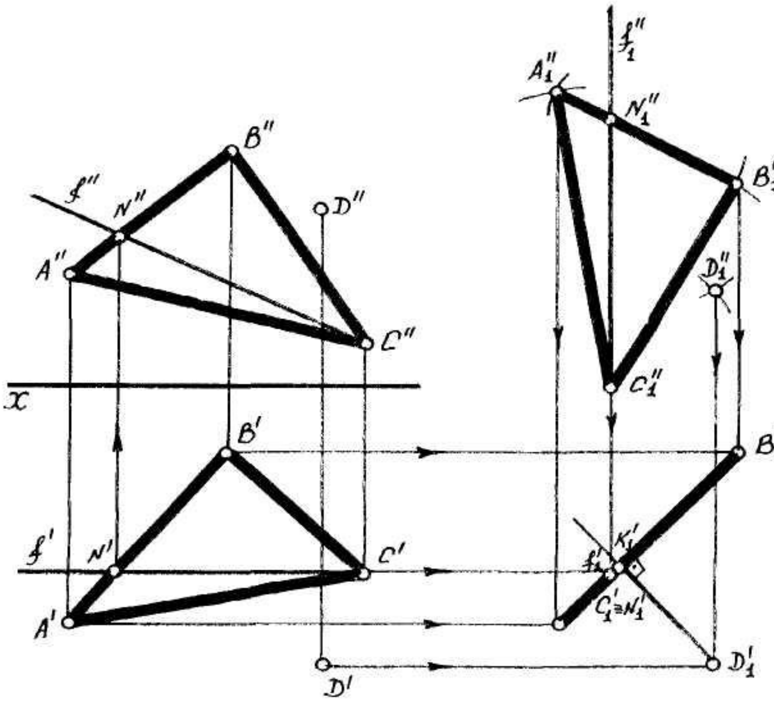


160-сүрөт

Жыйынтыкта $A_2',B_2'C_2'$ проекциясы ABC үч бурчтугунун чыныгы көрүнүшүн жана чыныгы чоңдугун берет($A_2',B_2'C_2' = |\Delta ABC|$).

3-мисал: D чекитинен ABC үч бурчтугуна чейинки аралыкты чиймеге түшүрүү (161-сүрөт).

Бул маселеде айландыруу бир стадиядан турат. Жалпы абалдагы ABC үч бурчтугун (π_1 же π_2) проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр абалга чейин айландыруу жетиштүү. Эгерде биздин маселеде ABC үч бурчтугун π_2 проекция тегиздигине перпендикуляр болгонго чейин айландыра турган болсок, анда ABC үч бурчтугунун фронталь CN(C'N',C''N'') түз сызыгын жүргүзөбүз жана CN фронталь (f) сызыгын π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр болгонго чейин айландырсак, $C_1''N_1''$ проекциясын *x* огуна перпендикуляр абалга жылдырабыз. Бул учурда C''N'' жана $C_1''N_1''$ барабар болот. Андан тышкары айландырууда D'' проекциясынан C''N'' проекциясына чейинки D'' N'' жана D'' C'' аралыгы айландыруудан кийин дагы өзгөрбөөсү зарыл ($D''N'' = D_1''N_1''$ жана $D''C'' = D_1''C_1''$). $A_1''B_1''C_1''$ жана D_1'' проекциясын тургузгандан кийин жогорудагы ыкмаларды пайдаланып, $A_1'B_1'C_1'$ жана D_1' проекцияларын тургузабыз. Тургузууда $A_1'B_1'C_1'$ проекциясы түз сызыктын кесиндиси катары проекцияланат (же бир түз сызыкка дал келет, себеби айландыруудан кийин ABC үч бурчтугу π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр абалга келет). D_1' проекциясынан $A_1'B_1'C_1'$ проекциясына перпендикуляр түшүрүп, K_1' проекциясын алабыз. Жыйынтыкта D_1' проекциясынан K_1' проекциясына чейинки аралык D чекитинин ABC үч бурчтугуна чейинки эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугун берет, же $D_1'K_1' = |DK|$.



$1.\ f \ni CN \wedge f \parallel \pi_2$

$C''N'' = |CN|$

$2.\ f_1'' \perp x \Downarrow f_1 \perp \pi_1$

$A_1''B_1''C_1'' = A''B''C''$

$C_1''D_1'' = C''D'' \wedge N_1''D_1'' = N''D''$

$\Delta A_1B_1C_1 \perp \pi_1$

$3. D_1'K_1' \perp A_1'B_1'C_1'$

$D_1K_1 \parallel \pi_1$

$D_1'K_1' = |DK|$

161-сүрөт

Тегиз фигураларды проекция тегиздиктерине салыштырмалуу тегиз параллель жылдырууда, фигуранын ошол тегиздиктердеги проекциясы өзгөргөнү менен анын бир проекциясы берилген проекцияга барабар чоңдукта өзгөрүүсүз калат (160-161-сүрөттөр).

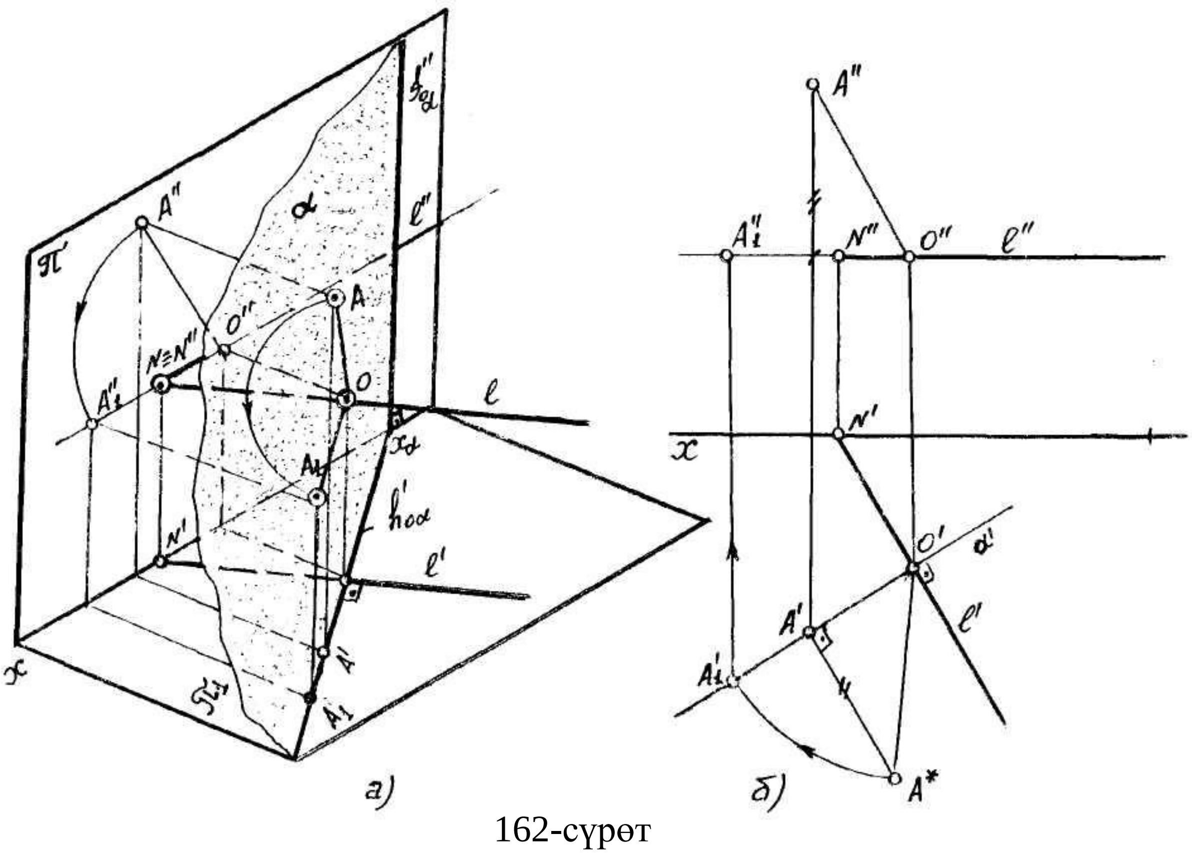
Текшерүү суроолору

1. Айландыруу ыкмасынын негизи эмнеде?
2. Проекция тегиздиктин бирине перпендикуляр октун тегерегинде тегиз геометриялык фигуралар кандай тартипте аткарылат?
3. Тандалып алынган октун тегерегинде айландыруунун өзгөчөлүгү эмнеде?
4. Чекиттен тегиздикке чейин аралыкты аныктоодо тегиздик кандайча айландырылат?
5. Тегиз параллель көчүрүүдө проекцияны өзгөртүп түзүү кандай тартипте аткарылат?
6. Тегиз параллель көчүрүү ыкмасынын артыкчылыгы эмнеде?
7. Проекция тегиздигинин бирине перпендикуляр октун тегерегинде айландыруу менен тегиз параллель көчүрүү ыкмасынын окшоштугу эмнеде?

5.6. Проекция тегиздиктерине $(\pi_1 \wedge \pi_2)$ параллель октун тегерегинде айландыруу.

Көпчүлүк учурларда ар кандай деңгээлдеги чендик (өлчөмдүк) чийме маселелерди аткарууда берилген геометриялык түспөлдөрдү горизонтал (h) ; же фронталь (f) түз сызыктарынын тегерегинде айландыруу менен берилген түспөлдү горизонталдык (π_1) же фронталдык (π_2) проекция тегиздиктеринин бирине параллель абалга чейин айландыруу менен талап кылынган чийме маселенин жообун чиймеге түшүрүүгө болот. Мындай учурларда тегиз фигуралардын формасын жана чендерин, бурчтардын чыныгы чоңдугун, параллель эки түз сызыктын арасындагы эң кыска аралыкты аныктоодо, чийме маселенин ыңгайына карай ошол түспөлдү өзүнүн горизонталынын же фронталынын тегерегинде айландыруу менен аныкталат. Чийме маселелерди аткарууда, маселенин чечими көрүнүмдүү болуп окууга ыңгайлуу болушу талапка ылайык.

Каралуучу ыкманын негизин түшүнүктүү болуусу үчүн эркин абалдагы чекитти айландырууну карайлы (162-сүрөт).



162-сүрөт

Эгерде А чекитин горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр абалдагы α тегиздиги боюнча, горизонтал абалда жайгашкан ON $(ON//\pi_1 \wedge ON \perp \alpha)$ огунун тегерегинде айландырса, А чекитинин айландыргандан кийинки горизонталдык (A'_1) проекциясы α тегиздигинин горизонталдык $(h'_{\alpha 1} \equiv \alpha')$ изинде жатат. Бул учурда А чекитинин айлануу жаасы α тегиздигине таандык болуп, жаанын горизонталдык проекция α тегиздигинин горизонталдык (α') проекциясы менен беттешет. Эгерде OA радиусу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга ээ болсо, анда OA'_1 проекциясы OA аралыгына барабар болот. Демек бул аралык OA радиусунун чыныгы чоңдугуна дагы барабар. Жогоруда айткандар төгүн (жалган болбоосу) болуусу үчүн тегиздиктин деңгээл сызыктарын тегерегинде айландыруу менен бир нече чендик (өлчөмдүк) чийме маселелерди карап көрөлү.

1–Мисал: Жалпы абалдагы ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун чиймеде аныктоо (163-сүрөт). Мындай учурда берилген үч бурчтукту өзүнүн горизонталынын же фронталынын тегерегинде айландырууга болот. Үч бурчтукту деңгээл ($h \wedge f$) сызыгынын тегерегинде айландырууда, деңгээл сызыктары берилген үч бурчтуктун чегинде же чегинен тышкары алынышы мүмкүн. Эгерде үч бурчтукту өзүнүн горизонталынын (h) тегерегинде айландырсак, анда ABC үч бурчтугу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырылат (163а-сүрөт). Бул чийме маселени аткаруу төмөндөгү катар менен аткаруу сунушталат:

1) ABC үч бурчтугунун C чекити аркылуу горизонталь (h) сызыгын жүргүзүп, ABC үч бурчтугунун AB жагын чозуу менен N чекитин аныктайбыз. Демек, ABC үч бурчтугу C жана N чекиттери аркылуу өткөн горизонталь (h) сызыгынын тегерегинде айланып, C жана N чекиттери өзгөрүүсүз ордунда калат.

2) Айландырууда ABC үч бурчтугунун A жана B чекиттери айландырылгандыктан 70-сүрөттөгү чиймени жетекчиликке алып, үч бурчтуктун B чекитинен горизонтал сызыгына перпендикуляр абалда кулоо сызыгын (ABC үч бурчтугунда жатып горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайган) жүргүзүп, горизонталь (h) сызыгы менен кесилишкен O чекитин (же B чекитинин айлануу борборун) аныктайбыз.

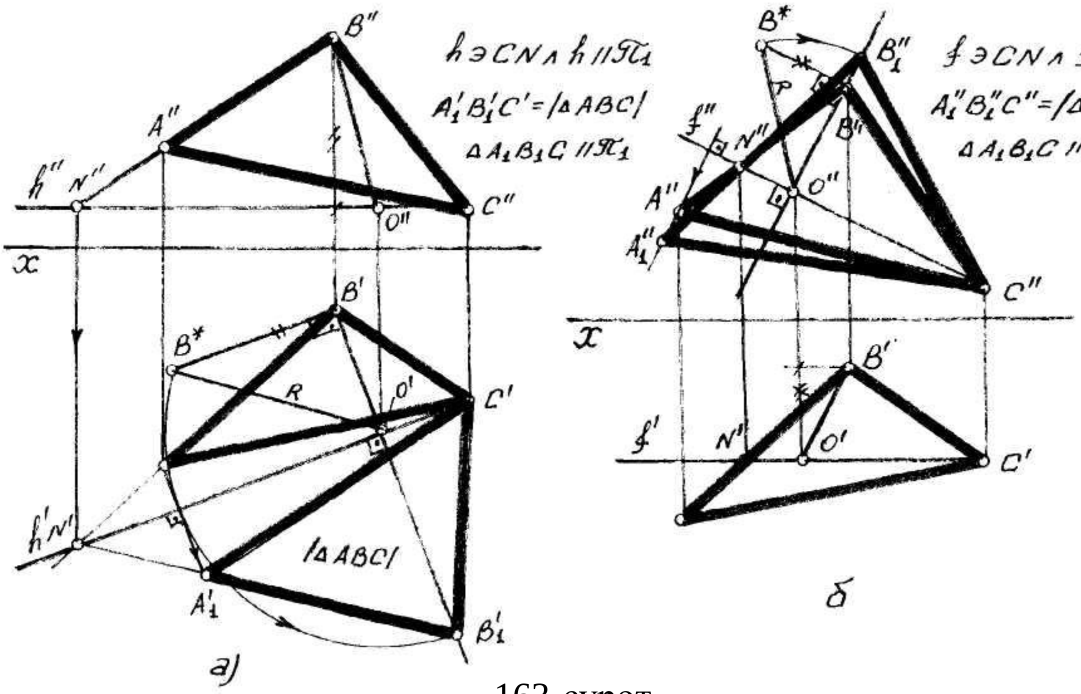
3) BO чекитинин арасындагы аралыктын чыныгы чоңдугун тик бурчтуу үч бурчтук ыкмасы менен аныктап B чекитин айландыруучу радиустун чоңдугун аныктайбыз ($R=O'B^*$).

4) B^* чекитин үч бурчтуктун горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайган сызыгына чейин айландырып, OB радиусун горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырабыз жана B чекитинин айландыргандан кийинки B_1 абалын алабыз.

5) C', B'_1 жана N' чекиттерин туташтыруу менен C, B_1 жана N чекиттеринин чектеген кесиндилерин (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгаштырган болобуз.

6) A чекитин айландырууда A' чекитинен тегиздиктин горизонталь (h) сызыгына перпендикуляр түз сызык жүргүзүп, ошол түз сызыктан $N'B'_1$ сызыгын кесип өткөн чекитинен A чекитин айландырган радиустун горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель болгон абалындагы A'_1 чекитин алабыз. Жыйынтыкта $A'_1B'_1C'$ чекиттерин туюк туташтырсак ABC үч бурчтугунун горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалдагы проекциясын алабыз. ($A'_1B'_1C'=\left|\Delta ABC\right|$).

Демек, үч бурчтуктун A'$_1$B'$_1$C' проекциясы берилген жалпы абалдагы ABC үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун берет (163а-сүрөт).

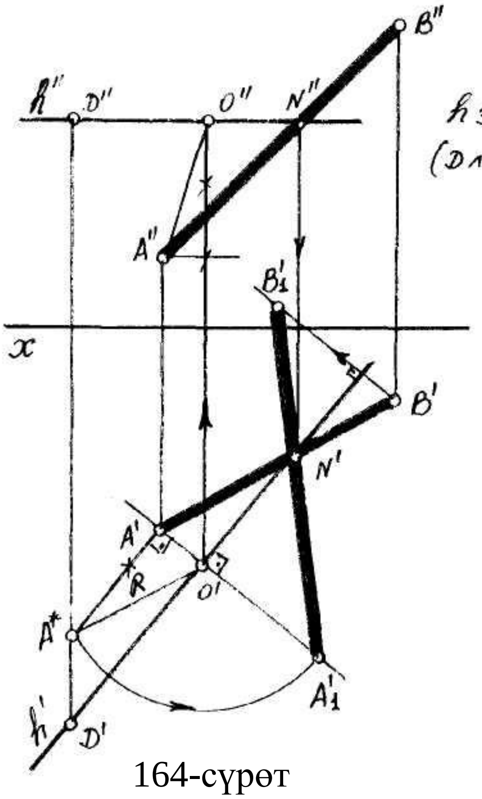


163-сүрөт

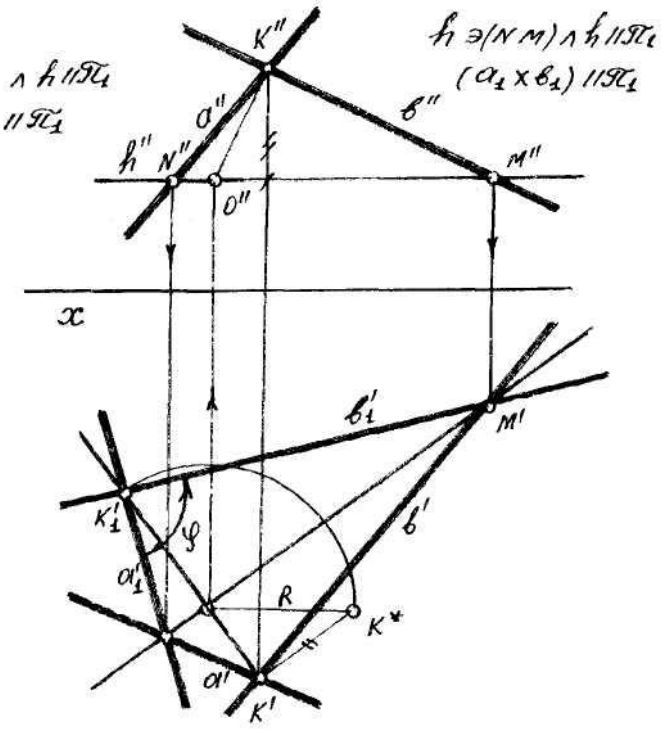
163б-сүрөттө тегиздиктин фронталь (f) сызыгы ABC үч бурчтугунун чегинде жайгашкан жана бул учурда ABC үч бурчтугу фронталь (f) сызыгынын тегерегинде фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырылган (A"$_1$B"$_1$C"=│ΔABC│).

2- Мисал: D чекити жана AB кесиндиси аркылуу берилген тегиздикти горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландыруу (164-сүрөт). Мындай берилиштеги чийме маселени аткарууда D чекити аркылуу горизонталь (h) түз сызыгын жүргүзүп DN(DN',D"N") айландыруу огун алабыз, андан соң A чекити аркылуу горизонталь (h) сызыгына перпендикуляр түшүрүп, A чекитинин айландыруу радиусунун чыныгы чоңдугун тургузуп O'A* айландыруу радиусунун чыныгы чоңдугун аныктайбыз; андан кийин A* чекитинен жүргүзүлгөн перпендикуляр менен кесилишкенге чейин айландырсак, айлануу жаа менен перпендикулярдын кесилишкен чекитинен A чекитинин жаңы A'$_1$ проекциясын алабыз. A'$_1$ проекциясын N' проекциясы менен туташтырып, чиймеде көрсөтүлгөндөй B чекитинин B'$_1$ проекциясын аныктайбыз. Бул айландырууда D чекити өзүнүн геометриялык ордун өзгөртпөйт. Жыйынтыкта D чекити жана AB кесиндиси менен берилген тегиздикти горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырган болобуз.

3-Мисал: Кесилишкен ***а*** жана ***в*** түз сызыктарынын арасындагы бурчтун чыныгы чоңдугун аныктоо (165-сүрөт). Бул чийме маселени аткарууда, жогоруда каралган 163-сүрөттөгү чийме маселени аткарууну жетекчиликке алып аткарабыз.



164-сүрөт

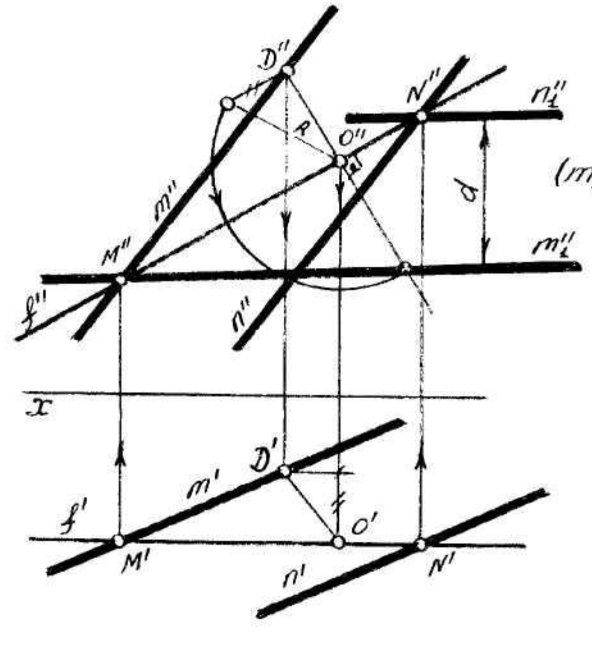


165-сүрөт

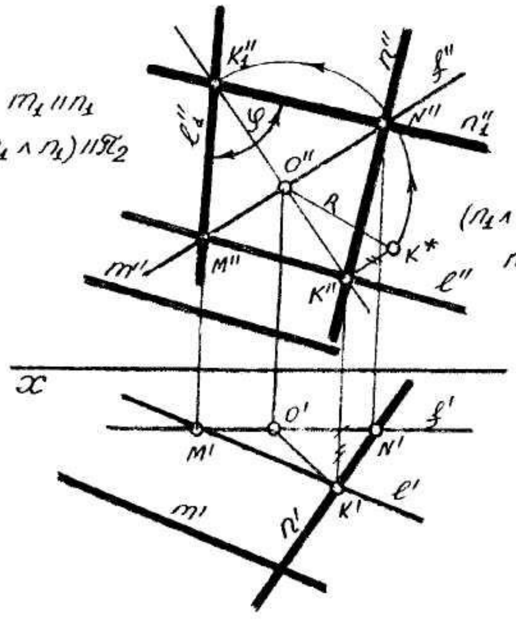
Анткени кесилишкен ***а*** жана ***в*** түз сызыктары мейкиндиктеги тегиздиктин геометриялык ордун аныктайт. Ошондуктан бул тегиздикте жаткан жана айлануу огунун кызматын аткаруучу горизонталь (h) түз сызыгын жүргүзсөк, берилген тегиздикти горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландыруу талап кылынат. Жүргүзүлгөн горизонталь (h) түз сызыгы берилген тегиздикти N жана M чекиттери аркылуу кесип өтөт. Демек бул учурда кесилишкен түз сызыктардын бир гана кесилиш К чекитин N жана M чекиттери аркылуу өткөн горизонталь (h) түз сызыгынын тегерегинде айландыруу жетиштүү. Ал үчүн К' чекитинен горизонтал (h) сызыгынын горизонталдык (h') проекциясына перпендикуляр түз сызык жүргүзүп О' чекитин алган соң, ОК аралыгынын чыныгы чоңдугун чиймеге түшүрүп (О'К*), К чекитинин айландыруу радиусун алабыз. К* чекитин перпендикулярдын горизонталдык К'О' проекциясы менен кесилишкенге чейин айландырсак, К чекитинин жана горизонталдык $К'_1$ проекциясын алабыз. Ошону менен бирге КО радиусу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашкан болот. Бизге белгилүү болгондой N жана M чекиттери ордунан жылбайт, ошондуктан $К'_1$ проекциясын N' жана M' проекциялары менен туташтырсак, ***а*** жана ***в*** түз сызыктары менен берилген тегиздикти горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга айландырган болобуз. Ал эми чиймедеги **φ** бурчу ***а*** жана ***в*** кесилишкен эки түз сызыктын арасындагы бурчтун чыныгы чоңдугун берет.

4-Мисал: Өз ара параллель жайгашкан ***m*** жана ***n*** түз сызыктарынын арасындагы эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугун чиймеге түшүрүү (166-сүрөт).

Мындай шарттагы чийме маселелерди аткарууда, өз ара параллель m жана n түз сызыктары менен кесилишкен гроизонталь (h) же фронталь (f) түз сызыктарын жүргүзүү талап кылынат. Биздин мисалда ***m*** жана ***n*** түз сызыктары менен кесилишкен фронталь (f) түз сызыгын жүргүзсөк, берилген ***m*** жана ***n*** түз сызыктарын, фронталь (f) түз сызыгынын тегерегинде фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландыруу талапка ылайык. 166-сүрөт фронталь (f) сызыгы ***m*** жана ***n*** түз сызыктары менен M(M'M") жана N(N'N") чекиттери аркылуу кесилишет. Андан соң m жана n түз сызыктарынан алынган фронталь (f) сызыгынын тегерегинде, фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырсак, ал түз сызыктарды айландыргандан кийинки ***m***$_1$" жана ***n***$_1$" проекциясындагы аралык, берилген m жана n түз сызыктарынын арасындагы эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугун берет. Маселени аткарууда ***m*** сызыгында жаткан эркин D(D'D") чекитин алып, ал чекиттен фронталь (f) сызыгына перпендикуляр түз сызык жүргүзүп, перпендикуляр менен фронталь (f) сызыгынын кесилишкен O(O'O") чекитин алабыз дагы, жыйынтыкта ***m*** түз сызыгын фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландыруучу DO(D'O'D"O") айландыруу радиусун алабыз. Радиустун чыныгы чоңдугу D*O аралыгын алып, D чекитин айландырсак D чекити менен бирге ***m*** түз сызыгы дагы кошо айланат. Алынган D$_1$" проекциясын M" проекциясы менен туташтырсак, ***m*** түз сызыгынын айлангандан кийинки ***m***$_1$" проекциясын алабыз. Ал эми ***n*** түз сызыгынын айлангандан кийинки ***n***$_1$" проекциясын N" проекциясы аркылуу m$_1$" проекциясына параллель жүргүзөбүз (d-аралыгы ***m*** жана ***n*** түз сызыктарынын арасындагы эң кыска аралыктын чыныгы чоңдугу).



166-сүрөт



167-сүрөт

5-Мисал: Кайчылаш абалдагы ***m*** жана ***n*** түз сызыктарынын арасындагы бурчтун чоңдугун аныктоо (167-сүрөт).

Бул учурда кайчылаш абалда берилген түз сызыктардын бири менен кесилишкен, ал эми экинчисине параллель үчүнчү ***ℓ*** түз сызыгын жүргүзөбүз (***ℓ***//***m***). Жүргүзүү менен берилген түз сызыктын бирине параллель кесилишкен түз сызыктар аркылуу берилген тегиздик жүргүзгөн болобуз. Демек түз сызыктар (***n*** x ***ℓ***) менен берилген тегиздикти, горизонталь (h) же фронталь (f) түз сызыктарынын тегерегинде айландырып, горизонталдык (π_1) же фронталдык (π_2) проекция тегиздиктеринин бирине параллель абалга келтирсек, кайчылаш абалдагы ***m*** жана ***n*** түз сызыктарынын арасындагы бурчтун чоңдугун аныктайбыз. Анткени ***n*** түз сызыгы менен кесилишкен ***ℓ*** түз сызыгынын арасындагы φ бурчу , берилген кайчылаш ***m*** жана ***n*** түз сызыктарынын арасындагы бурчтун чоңдугуна барабар. 151-сүрөттө түспөл фронталь (f) сызыгынын тегерегинде айландырып фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалда жайгаштырылган.

6-Мисал: АВ кесиндиси менен α тегиздигинин арасындагы бурчтун чыныгы чоңдугун аныктоо (168-сүрөт). Мындай шарттагы чийме маселелерди жогорудагы чийме маселелердин аткарылышын эске алып, АВ кесиндисинин А чекити аркылуу α тегиздигине перпендикуляр түз сызык жүргүзөбүз дагы изделген φ_1 бурчун 90° чейин толуктайбыз. Бул үчүн берилген АВ кесиндиси жана жүргүзүлгөн перпендикуляр түз сызыктар менен кесилишкен үчүнчү горизонталь (h) NM түз сызыгын жүргүзүп, ANM үч бурчтугун алабыз, андан соң ошол горизонталь (NM) түз сызыгынын тегерегинде ANM үч бурчтугун горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырсак, жардамчы φ_2 бурчун алабыз. φ_2 бурчун 90° бурч менен толуктоодо, изделген АВ кесиндиси менен α тегиздигинин арасындагы φ_2 бурчунун чыныгы чоңдугун алабыз (бул тургузууда түз сызыктар менен тегиздиктин кесилиш чекитин тургузуунун зарылчылыгы жок).

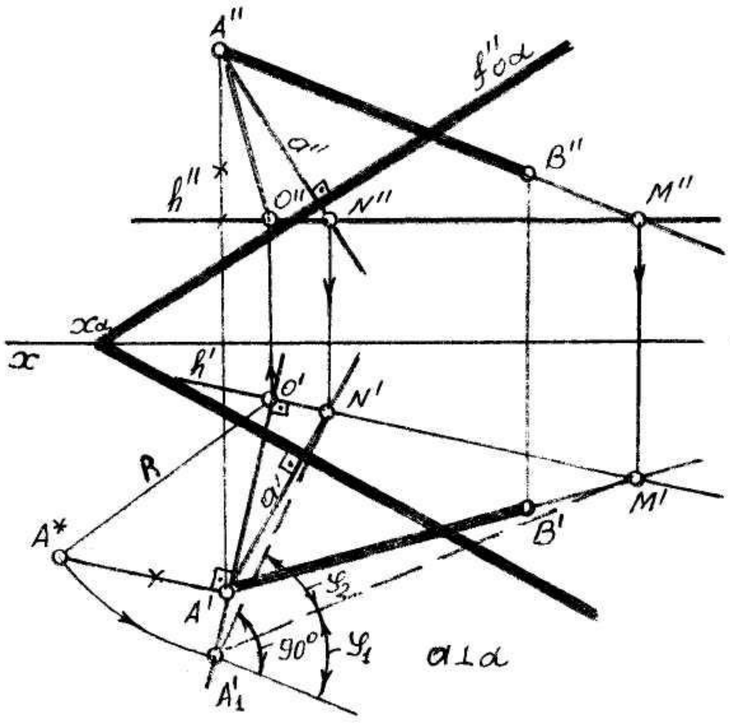
6-Мисал: Өз ара кесилишкен эки тегиздиктин арасындагы бурчтун чоңдугун, чийме маселелерде бир канча ыкмалар менен аныктоого болот. Эгерде мындай маселелер кесилишкен тегиздиктердин издеринин проекциялары аркылуу берилсе, маселени аткарууну бир кыйла деңгээлде жеңилдетет.

169-сүрөттө издеринин проекциялары аркылуу берилген α жана β тегиздиктеринин арасындагы бурчтун чоңдугун аныктоо көрсөтүлгөн. Мындай шарттагы чийме маселелерди деңгээл сызыктарынын тегерегинде айландыруу менен аныктоо ыңгайлуу.

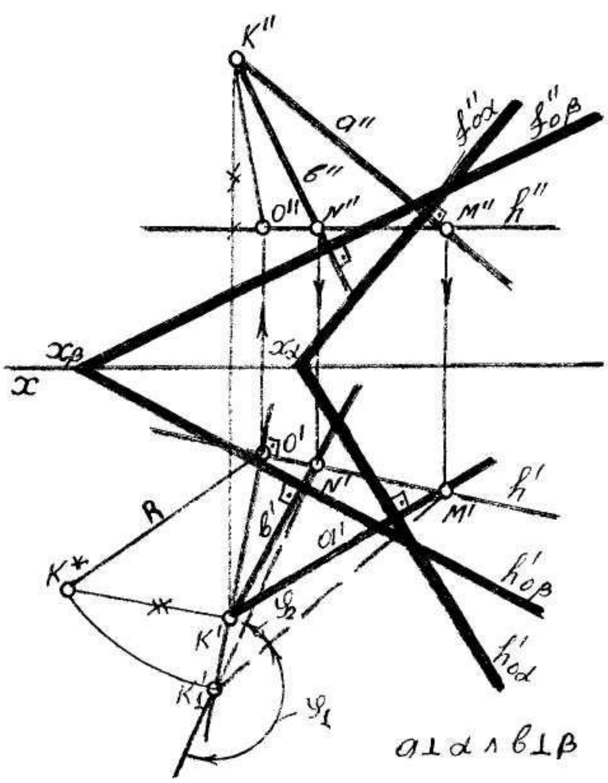
Берилген чийме маселе төмөндөгү катар менен аткаруу сунушталат:

1) Эркин алынган К чекити аркылуу α тегиздигине перпендикуляр ***а***, β тегиздигине перпендикуляр *в* түз сызыктарын жүргүзөбүз.

2)Жүргүзүлгөн ***а*** жана ***в*** түз сызыктары аркылуу өткөн горизонталь (h) сызыгын жүргүзүп NM(N'M'N"M") чекиттерин алабыз. Горизонталь (h) түз сызыгын жүргүзүү менен бир жагы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель болгон KNM үч бурчтугуна ээ болобуз.



168-сүрөт



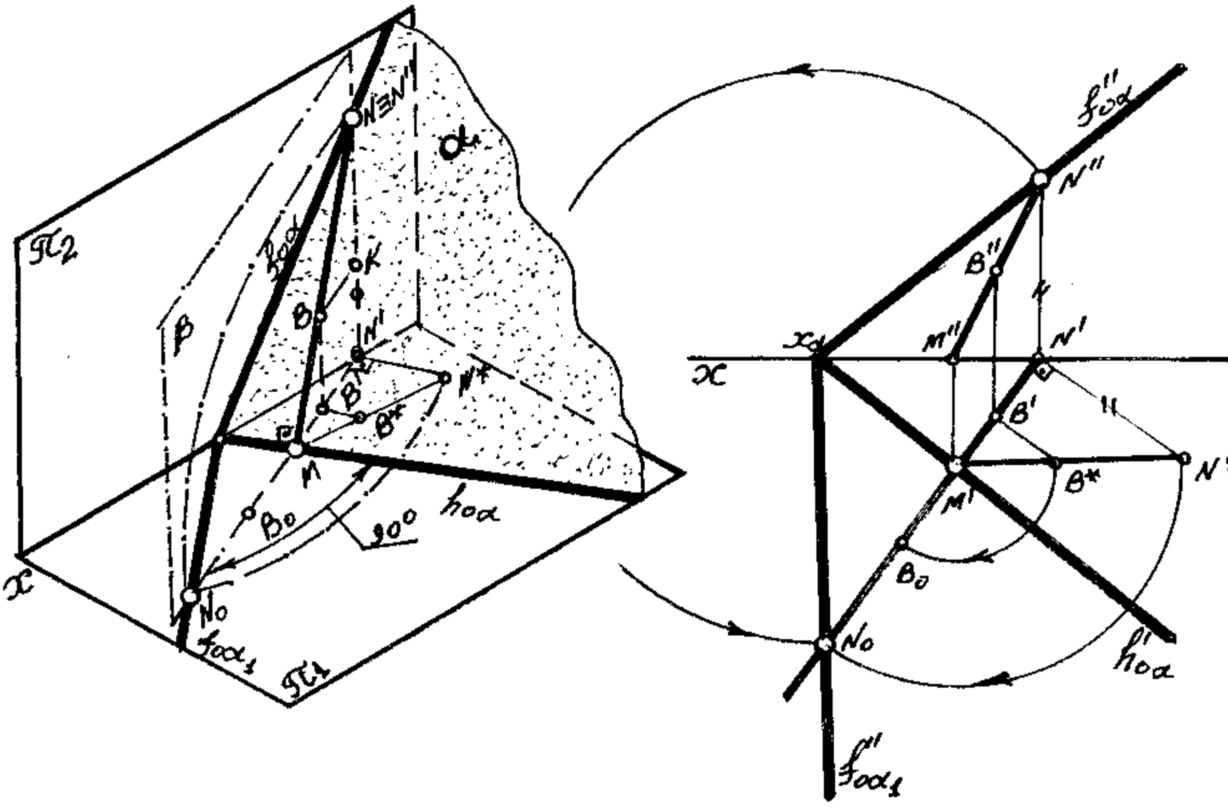
169-сүрөт

3) Тургузулган KNM үч бурчтугун горизонталь (h) сызыгынын тегерегинде горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалга чейин айландырсак, $K'_1N'M'$ проекциясы KNM үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун берет, ал эми чиймедеги K'_1 чокусундагы φ_1 бурчу талап кылынган α жана β тегиздиктеринин арасындагы бурчка барабар болот.

5.7. Беттештирүү ыкмасы
(Тегиздиктерди издеринин айланасында айландыруу)

Беттештирүү ыкмасын, айландыруунун жекече учурун кароого болот. Айландыруу ыкмаларында берилген түспөл проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр тегиздиктин горизонталь же фронталь сызыктарынын тегерегинде айландырылса, беттештирүү ыкмасында мейкиндик тегиздиги өзүнүн горизонталдык, фронталдык же профилдик тегерегинде айландырылып дал келген проекция тегиздиги менен беттештирилет. Натыйжада жалпы абалдагы тегиздиктин бетинде жаткан чекит түз сызык же тегиз фигура берилген тегиздик менен бирге проекция тегиздигинин бетине берилген чыныгы чоңдугу жагынан өзгөрүүсүз беттешип түшөт (170-сүрөт).

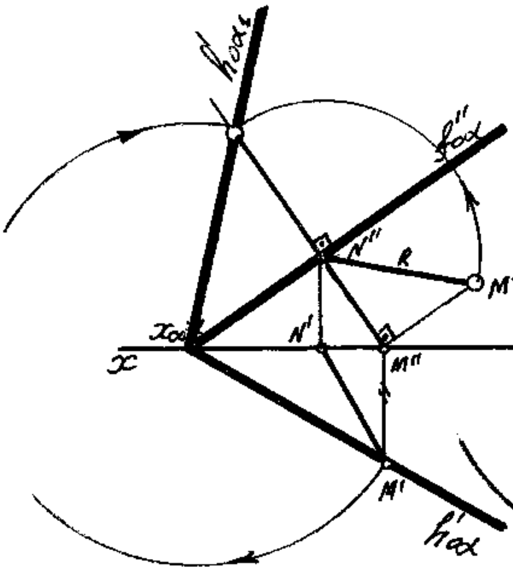
170-Сүрөттө жалпы абалдагы α тегиздигин горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен беттештирүү көрсөтүлгөн. Ал үчүн α тегиздигин горизонталдык ($h_{0\alpha}$) изинин айланасында айландыруунун натыйжасында жетишилген. Бул учурда α тегиздигин горизонталдык ($h_{0\alpha}$) изи (π_1) проекция тегиздигинин бетинде жатаары белгилүү. Ал үчүн α тегиздигинде жаткан горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине эң чоң жантайган (кулоо сызыгы). M N чекиттери аркылуу өткөн түз сызык алып, ошол кулоо сызыгы аркылуу өткөн π_1 жана α тегиздигине перпендикуляр β' тегиздигин алабыз ($\beta \perp \pi_1 \wedge \beta \perp \alpha$) .



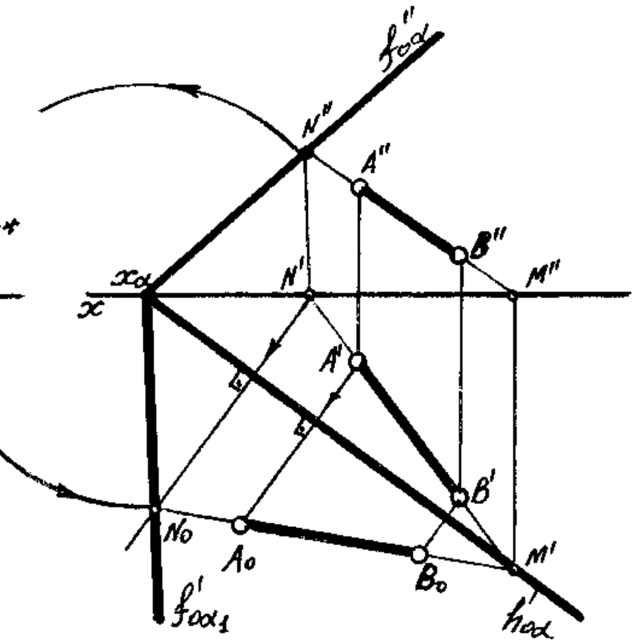
170-сүрөт

Эгерде N чекитин β тегиздигин бети менен айландырып, кулоо сызыгын (π_1) проекция тегиздиги менен беттештирсек N чекитин беттешкен N_0 жана x_α чекиттери аркылуу α тегиздигин беттешкен фронталдык ($f_{0\alpha 1}$) изи өтөт. Жыйынтыкта берилген α тегиздигин горизонталдык изинин тегерегинде айландырып горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен беттештирген болобуз. 170- сүрөттө көрсөтүлгөндөй N_0 x_α аралыгы N x_α аралыгына барабар ошондуктан беттештирүү ыкмасында N чекитин айландыруучу борбор катары xα чекитин алып айлануу жаасын α тегиздигине перпендикуляр абалдагы N_1 M_1 чекиттери аркылуу өткөн проекция менен кесилишкенче айландырсак, жаа менен түз сызыктын кесилишинен N чекитинин π_1 проекция тегиздигинин беттешкен N_0 чекитин алып x_a жана N_0 чекиттери аркылуу α тегиздигинин беттешкенден кийинки фронталдык ($f_{0\alpha 1}$) изин алууга болот.

Ушундай эле ыкма менен жалпы абалдагы α тегиздигин фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен беттештирүүгө болот. Мында тегиздикти фронталдык ($f_{0\alpha}$) изинин айланасында айландырылып, горизонталдык ($h_{0\alpha}$) изи фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен беттешет. Бул учурда берилген тегиздикте жаткан фронталдык (π_2) проекция тегиздигине эң чоң бурч менен жантайган түз сызык жүргүзүлөт. Ал түз сызык тегиздиктен фронталдык ($f_{0\alpha}$) изине перпендикуляр болот (171-сүрөт).



171-сүрөт



172-сүрөт

1-мисал; жалпы абалдагы AB кесиндисинин чыныгы чоңдугун беттештирүү ыкмасы менен аныктоо. Берилген маселе төмөндөгү катар менен аныктоо сунушталат (172-сүрөт).

1).Берилген AB кесиндисинин горизонталдык N(M′ M″) жана фронталдык N (N′N″) издерин чиймеге тургузабыз.

2).AB кесиндиси жаткандай абалда жалпы абалдагы α тегиздигин чиймеде тургузабыз. Мында кесиндинин горизонталдык M (M′ M″) изи аркылуу α тегиздигинин горизонталдык ($h_{0\alpha}$) изи, ал эми кесиндинин фронталдык изи N(N′N″) изи аркылуу тегиздиктин фронталдык ($f''_{0\alpha}$) изи өтөт.

3).Жогоруда көрсөтүлгөндөй кесиндини чектеген A жана B чекиттерин горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен беттештиребиз.

4).Горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен беттешкен A_0 жана B_0 чекиттерин туташтырсак, α тегиздигинде жаткан AB кесиндисинин чыныгы чоңдугун алабыз ($A_0 B_0$=(AB).

172-Сүрөттө AB кесиндиси N жана M чекиттери аркылуу өткөн түз сызыкта жатат. Эгерде N чекитин π_1 проекция тегиздиги менен беттештирсек AB кесиндисинин беттешкен абалы (A_0 B_0) N_0 жана M чекиттерин туташтырган түз сызыкта жатат.

2-мисал; жалпы абалдагы α тегиздигинде жаткан тең жактуу үч бурчтукту тургузуу (173-.сүрөт). Мындай талаптагы чийме маселени беттештирүү ыкмасы менен гана тургузуу мүмкүн. 173-Сүрөттөгү чийме маселени төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат:

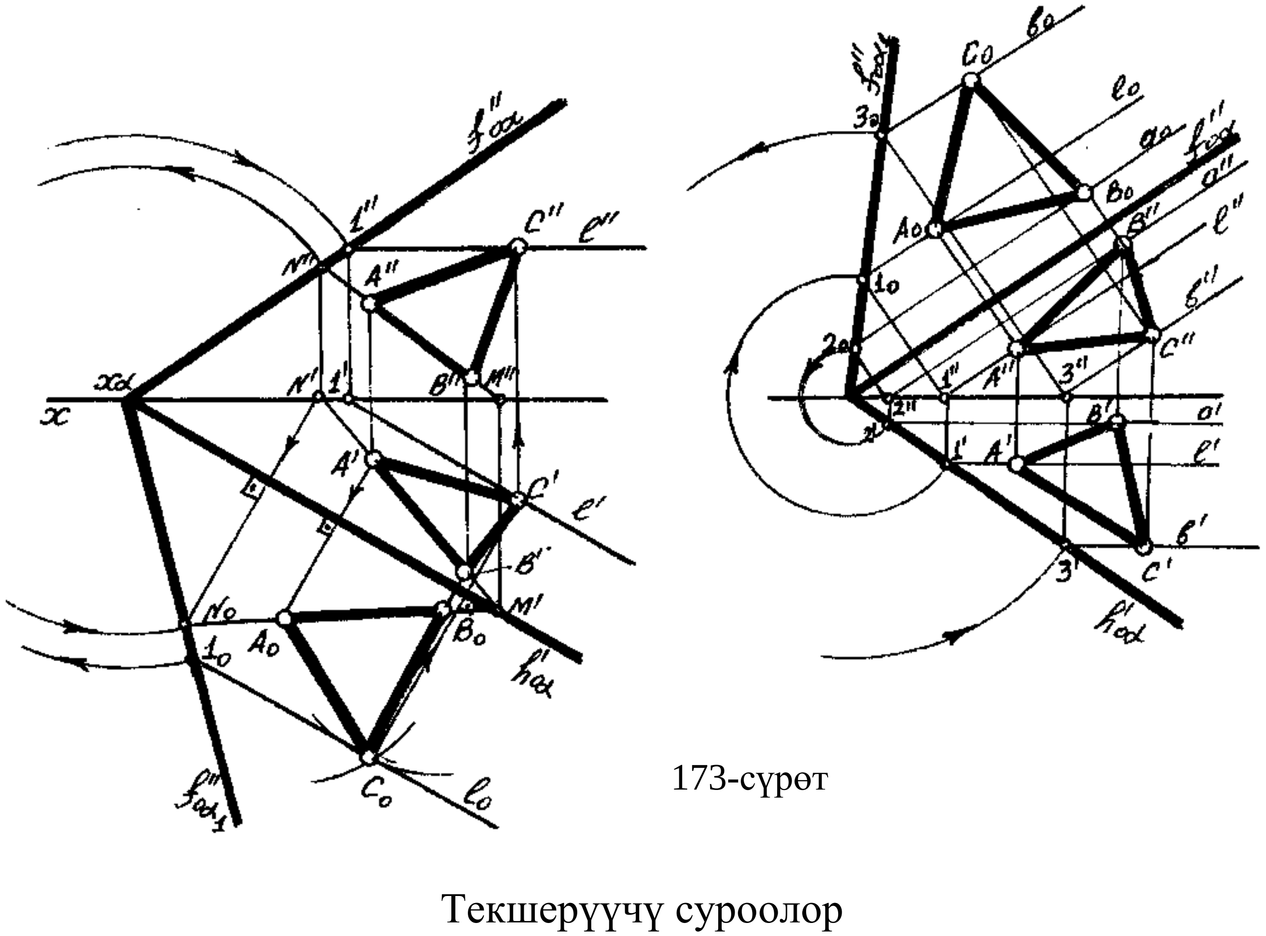
1).Берилген α тегиздигинде жаткан эркин АВ кесиндисин алабыз. Алынган АВ кесиндисин фронталдык (π_2) же горизонталдык (π_1) тегиздиги менен беттештиребиз. 2)Берилген мисалда АВ кесиндисин фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен беттештиребиз. АВ кесиндинин чыныгы чоңдугун алабыз.

3) АВ кесиндисинин чыныгы чоңдугунан A_0 B_0 чоңдугуна барабар аралыкты A_0 жана B_0 чекиттеринен алып жаа жүргүзөбүз.

4).A_0 жана B_0 чекиттеринен жүргүзүлгөн жаалардын кесилишин C_0 чекити менен белгилесек, тең жактуу АВС үч бурчтугунун чыныгы чоңдугун алабыз ($A_0B_0C_0=\Delta ABC$).

5).C_0 чекитин кайра проекциялап, алынган С чекитин С″жана С′ проекцияларын алып АВС чекиттеринин бир аттуу проекцияларын туташтыруу менен талап кылынган α тегиздигинде жаткан тең жактуу АВС үч бурчтугунун эпюрун (чиймесин) алабыз. Жогорудагы шартта берилген α тегиздигинде жаткан бир чекитти беттештирүүнү жетекчиликке алуу менен аткарууга болот (163-сүрөт).

Ушундай эле шарттагы чийме маселе фронталдык (π_2) проекция тегиздиги менен беттештирип аткарылгандыгы 173-сүрөттөгү оң жактагы чиймеде көрсөтүлгөн.



173-сүрөт

Текшерүүчү суроолор

,

1.Берилген түспөлдү проекция тегиздиктеринин бирине параллель октун тегерегинде айландыруунун негизги максаты эмнеде?

2.Айландыруу огу кандайча тартипте тандалып алынат?

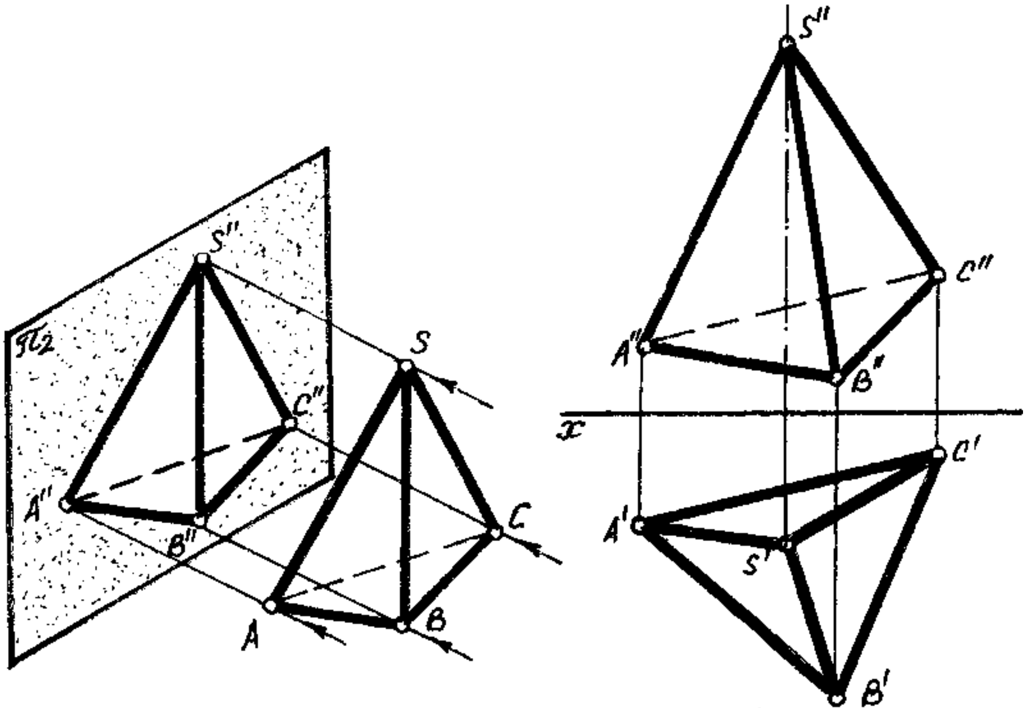
3.Берилген түспөлдү айландыруу радиусун эмнеге таянып тандап алабыз?
4.Жалпы абалдагы үч бурчтук айландыруунун жыйынтыгында кандай абалга келет?
5.Түз сызыкты же чекитти проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр октун тегерегинде айландырууга болот жана кандайча?
6.Беттештирүү ыкмасынын негизги максаты эмнеде?
7.Беттештирүүдө айландыруу радиусунун кызматын эмне аткарат?
8.Беттештирүү ыкмасынын өзгөчөлүгү эмнеде?

6. Көп кырбеттүүлөр

6.1. Көп кырбеттүүлөрдүн чиймеде берилиши

Геометриядан белгилүү болгондой беттери чектелген тегиз геометриялык көп бурчтуктардан турган туюк көлөмдүү геометриялык фигураларды көп кырбеттер деп атайбыз.

Көп кырбеттүүлөрдүн ичинен эң көп кездешкени пирамида менен призма эсептелет. Көп кырбеттүүлөрдүн негизги түзүүчүлөрү болуп алардын негиздери, каптал беттери жана чокулары берилет (174-сүрөт).

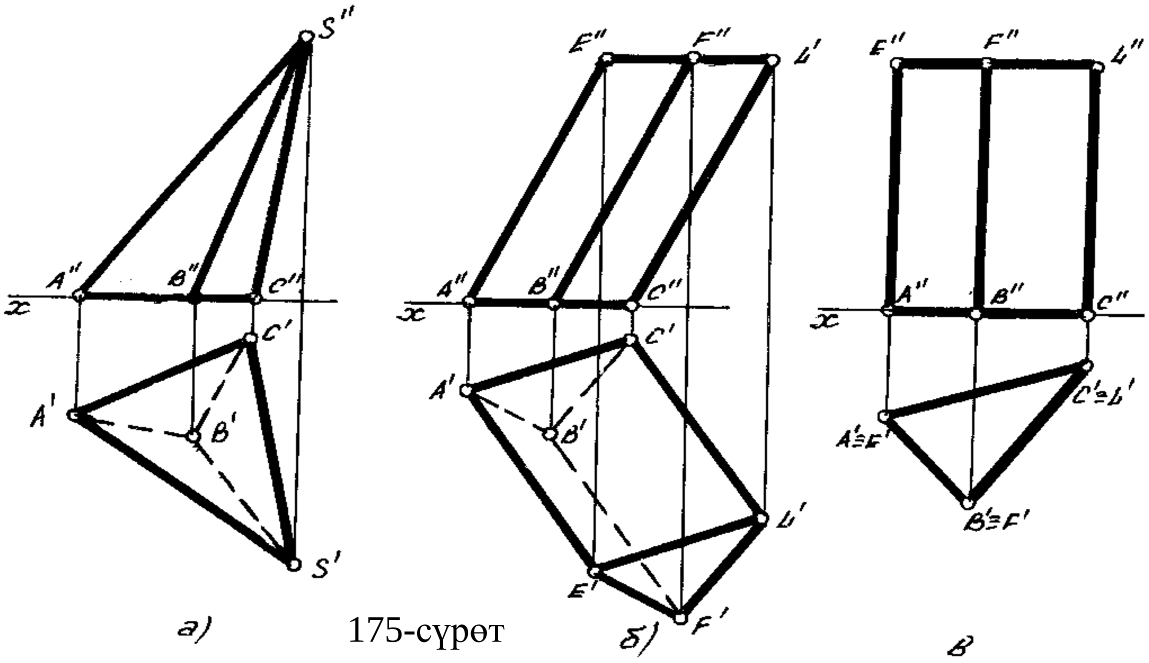


174-сүрөт

Көп кырбеттүүлөр чиймеде эки ыкма менен берилиши мүмкүн:

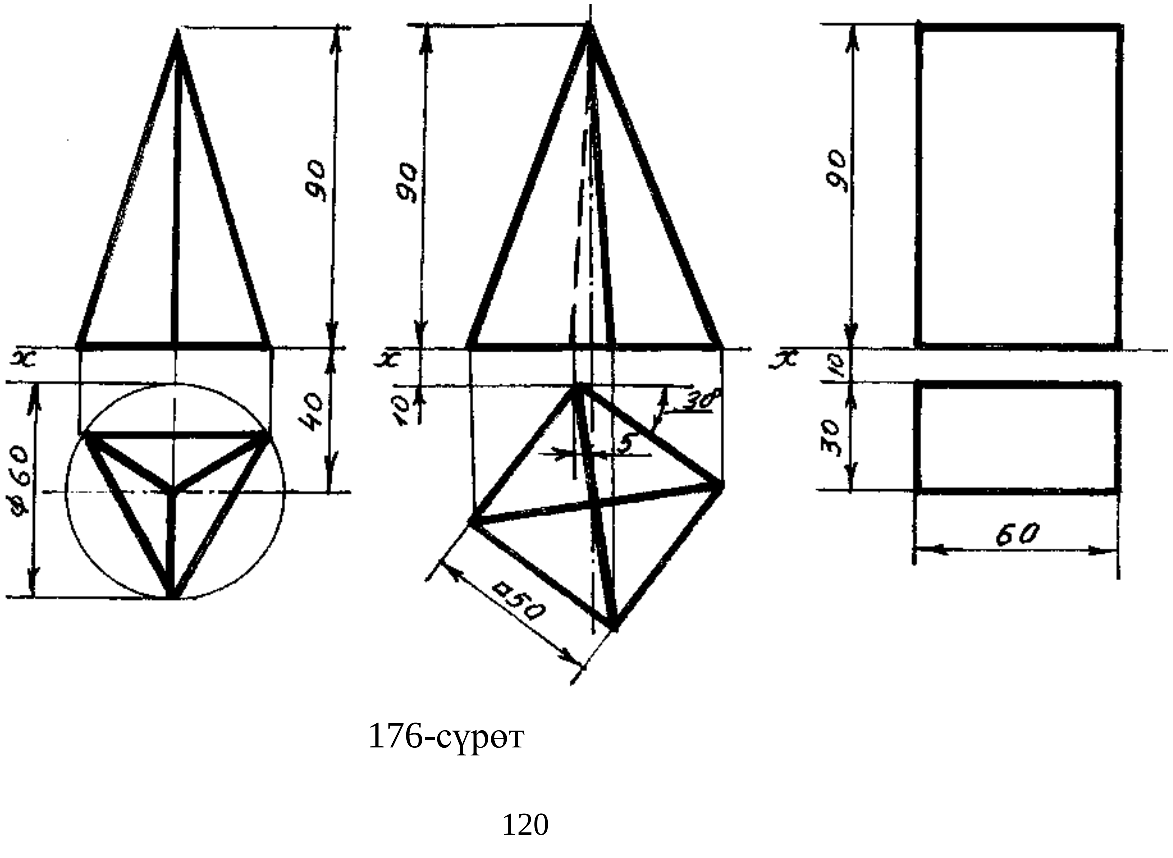
1.Көп кырбеттүүлөрдүн чокуларын чектеген чекиттердин проекциялары аркылуу 175-сүрөттө негизи ABC үч бурчтугу, чокусу S чекити болгон пирамиданын эпюру берилген. Чиймеде көрүнгөндөй пирамиданын чокуларын чектеген чекиттер, чекиттердин ортогоналдык проекциясын алгандай эле, пирамиданын чокуларын проекциялап, андан соң ошол чекиттердин бир аттуу проекцияларын туташтыруу менен берилген көп кырбеттүүлөрдүн эпюрун (чиймесин) алабыз.

2).Көп кырбеттүүлөр чиймеде түз сызыктуу өлчөмдөрү аркылуу берилет. Бул учурда чиймеде керектүү болгон өлчөмдөр берилет,176-сүрөттө пирамиданын жана призманын чиймеси түз сызыктуу өлчөмдөрү аркылуу берилген.



175-сүрөт

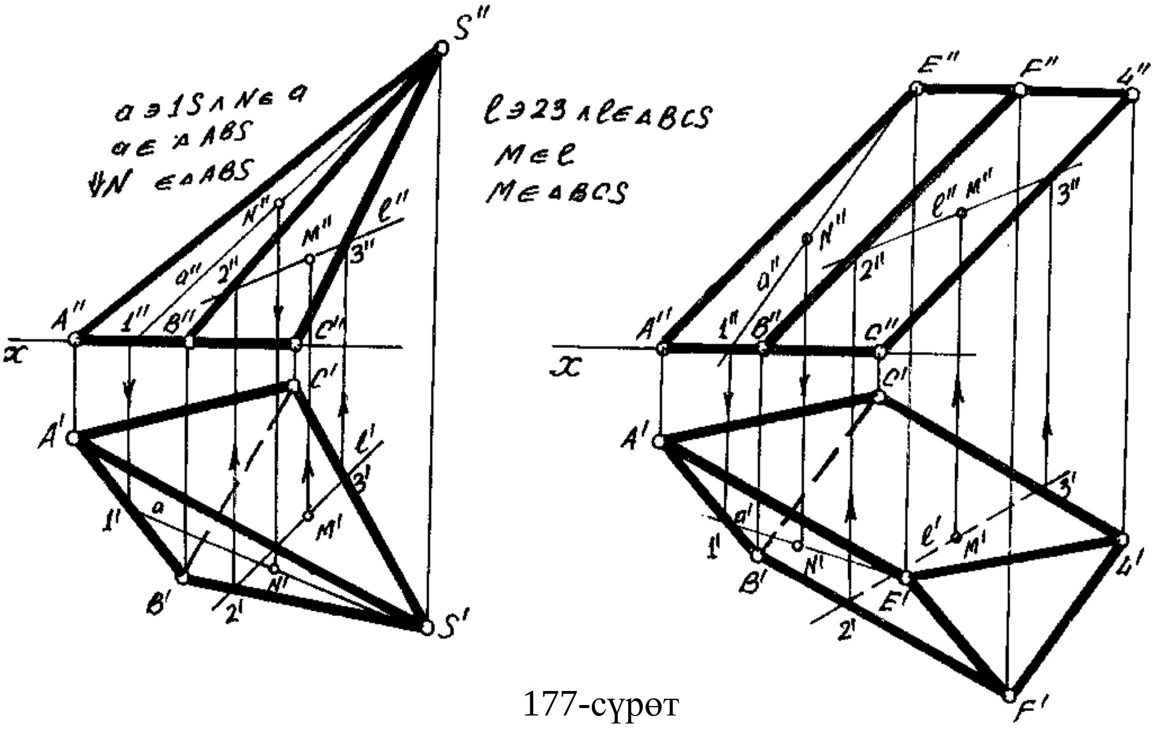
Пирамиданын жана призманын беттери проекция тегиздиктерине салыштырмалуу ар кандай абалда болушу мүмкүн. 176-сүрөттө негизи горизонталдык проекция тегиздигинде жаткан пирамиданын жана призманын чиймеси көрсөтүлгөн.



176-сүрөт

Пирамиданын жана призманын негизи проекция жана призманын тегиздигинде жатса анда, пирамиданын негиздери ошол проекция тегиздиктин чоңдугу боюнча өзгөрбөй проекцияланат. 177-сүрөттө пирамиданын жана призманын горизонталдык проекциясы A′B′C′ алардын негиздеринин чыныгы чоңдугуна барабар (A′B′C′=(Δ ABC)).

Эгерде пирамиданын же призманын каптал беттеринде кандайдыр бир чекит жатса, анда тегиздикте чекиттин жатаарын жетекчиликке алып, чекит пирамиданын же призманын каптал беттеринде жатуусу үчүн, ал чекит берилген көп кырбеттердин каптал беттеринде жаткан түз сызыкта жатуусу керек (177-сүрөт).



177-сүрөт

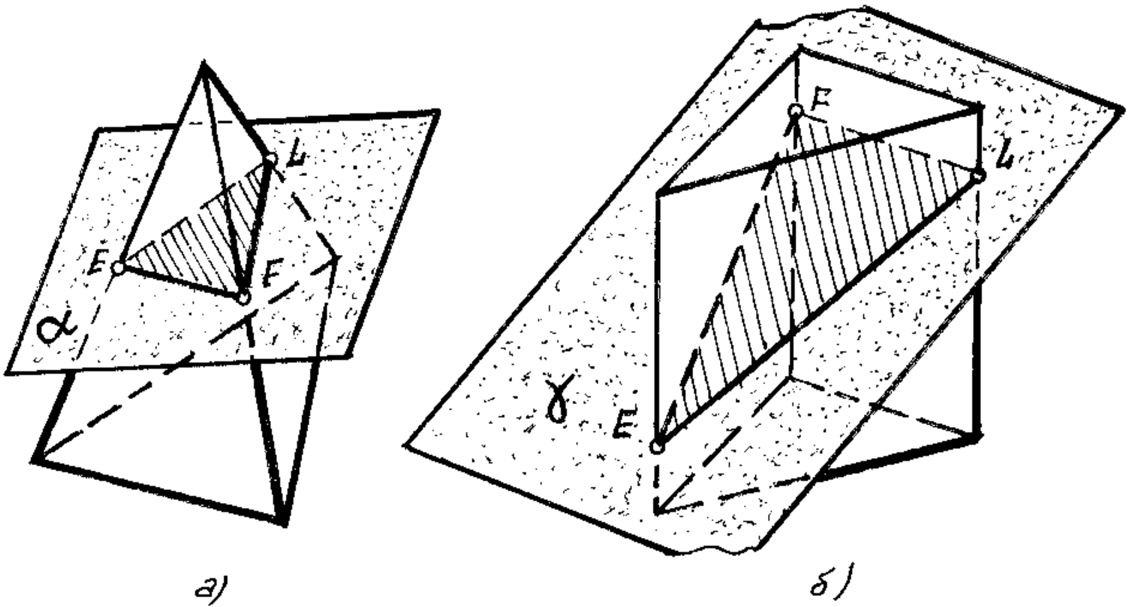
6.2. Көп кырбеттүүлөр менен жеке абалдагы тегиздиктердин кесилиши.

Көп кырбеттүүлөрдүн проекция тегиздиктеринин бирине же экөөнө перпендикуляр мейкиндик тегиздиктери менен кесилишин эпюрга (чиймеге) тургузууда жеке абалдагы тегиздиктер менен түз сызыктардын кесилишин чиймеге тургузууну жетекчиликке алабыз. Анткени көп кыр беттердин кырлары түз сызыктын кесиндилери экенин эске алуубуз зарыл.

Демек көп кырбеттүүлөрдүн жеке абалдагы тегиздиктери менен кесилишин чиймеге тургузууда кесилиштеги чектелген чекиттерин көп кырбеттердин кырлары менен берилген мейкиндик тегиздигинин кесилиш чекиттери чектейт(178-сүрөт). Бул учурда кошумча тургузуулар талап кылынбайт.

178-сүрөттө көрсөтүлгөндөй берилген мейкиндиктин α тегиздиги пирамида жана призма менен кесилишкенде пайда болгон EFL үч бурчтугу көп кырбеттердин кырлары менен α тегиздигинин кесилишинен пайда болгон.

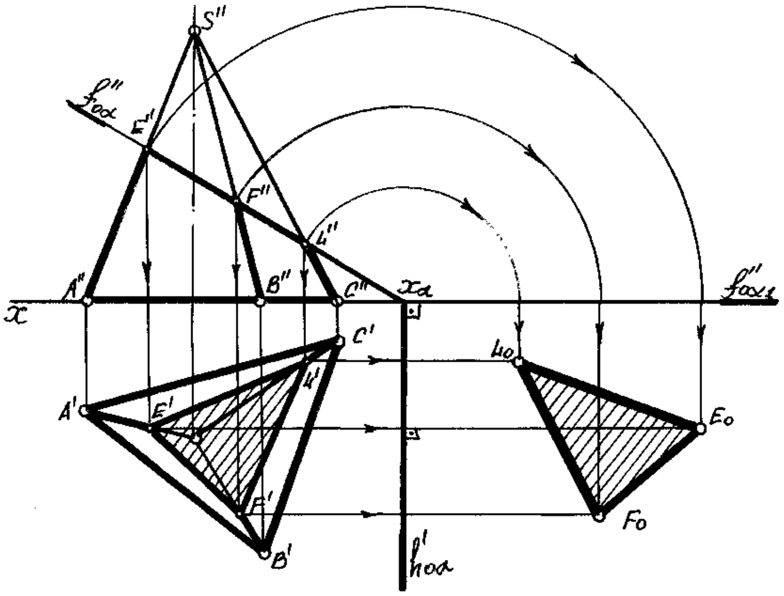
Эми эпюрда (чиймеде) мейкиндикте берилген тегиздик, негизи проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр жайгашса, анда ошол тегиздик көп кырдуу беттерден пайда болгон тегиз фигура дагы ошол проекция тегиздигине перпендикуляр болот. Анткени кесилиште пайда болгон тегиз фигура берилген мейкиндик тегиздигинде жатаары белгилүү.



а)
б)

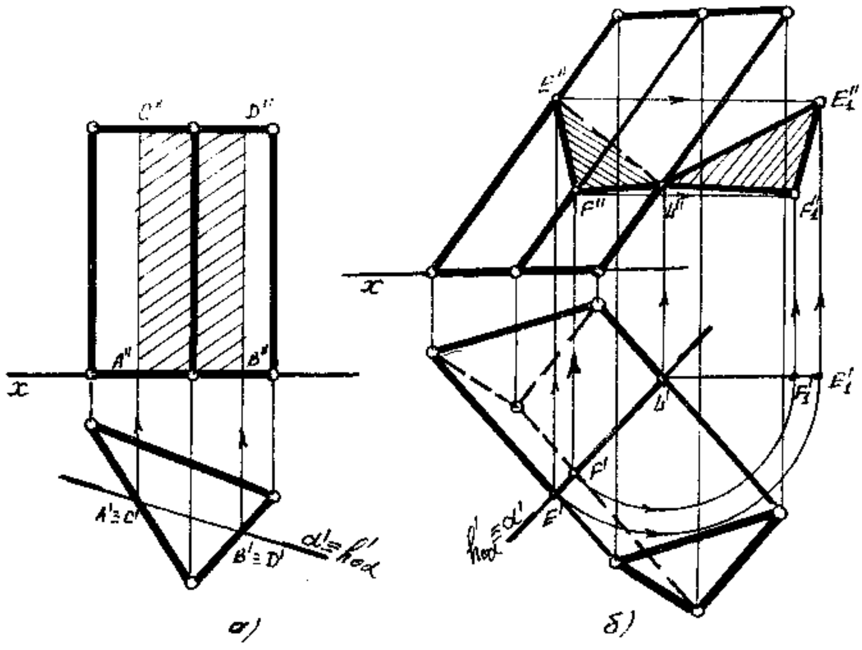
178-сүрөт

Ушундай эле көп кырбеттер менен кесилишкен мейкиндик тегиздиги негизги проекция тегиздигинин экөөнө перпендикуляр болсо, кесилиште пайда болгон тегиз фигура дагы эки проекция тегиздигине перпендикуляр болот.
179-сүрөттө пирамида менен фронталдык проекциялануучу α тегиздигинин кесилиши жана кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын чыныгы чоңдугун беттештирүү ыкмасы менен аныкталганы көрсөтүлгөн.



179-сүрөт

160-сүрөттө призма менен горизонталдык проекцияланууч α тегиздигинин кесилишинин жана кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын чыныгы чоңдугун проекция тегиздигинин бирине перпендикуляр октун тегерегинде айландыруу ыкмасы менен аныктоонун чиймеси көрсөтүлгөн.



180-сүрөт

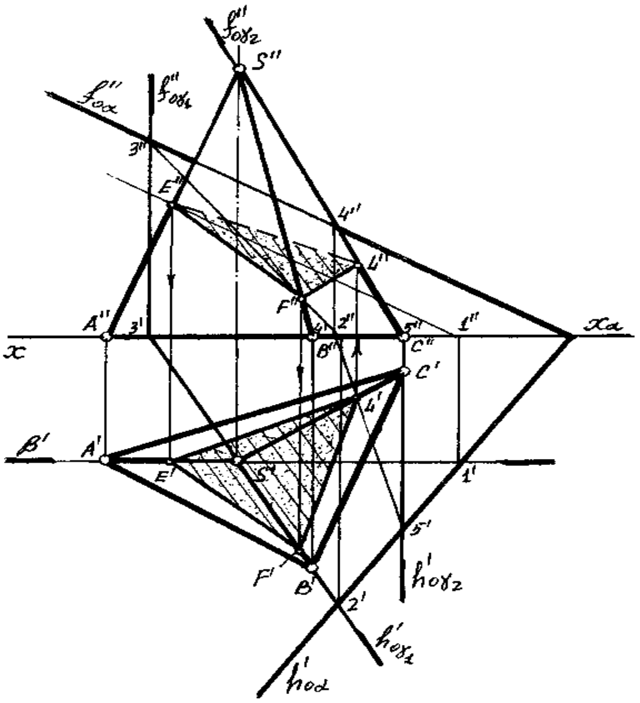
Жогорудагы сүрөттөрдө көрүнүп,көп кырбеттүүлөр кандай гана абалда жайгашпасын, ошол көп кырбеттүүлөрдү кескен тегиздик 180-сүрөттө кайсыл проекция тегиздигине перпендикуляр болсо, кесилиште пайда болгон фигура дагы ошол проекция тегиздигине перпендикуляр болуп, ошол проекция тегиздигинде түз сызык болуп проекцияланат.

6.3. Көп кырбеттүүлөр менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилиши

Көп кырбеттүүлөр менен жалпы абалдагы тегиздиктердин кесилиштерин чиймеге тургузууда ар кандай абалдагы түз сызыктар менен жалпы абалдагы тегиздиктер менен кесилиш чекиттерин аныктоону жетекчиликке алып, көп кырбеттүүлөрдүн ар бир кыры менен берилген тегиздиктин кесилиш чекиттерин аныктап, андан соң ар кыр менен тегиздиктин кесилиш чекиттеринин бир аттуу проекцияларын туюк туташтырсак, берилген жалпы абалдагы тегиздик менен көп кыр беттердин кесилишинде пайда болгон тегиз фигуранын проекцияларын алабыз. Мындай берилиштеги чийме маселелерди аткарууда, берилген жалпы абалдагы тегиздик менен көп кыр беттердин кырлары аркылуу жардамчы жеке абалдагы тегиздиктерди жүргүзүп, жүргүзүлгөн тегиздик менен берилген тегиздиктин кесилиш сызыгы, көп кырбеттин ошол кырынын кесилиш чекитинен көп кыр бетин берилген тегиздик кесип өткөн чекитин аныктайбыз.

Эгерде берилген көп кыр беттин кыры жалпы абалда болсо, анда ошол кыр аркылуу проекциялануучу тегиздик жүргүзүлөт. Ал эми кыр беттин кырлары жеке абалда болсо, анда ал кыр аркылуу деңгээл (ири проекция тегиздигине параллель) тегиздик жүргүзүү ыңгайлуу.

1.Мисал: Негизи ABC үч бурчтугу болгон пирамида менен жалпы абалдагы α тегиздиги кесилишин чиймеге тургузуу (181-сүрөт). Мындай берилиштеги пирамида менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууну төмөндөгү катар менен аткарууну сунуштайбыз:



181-сүрөт

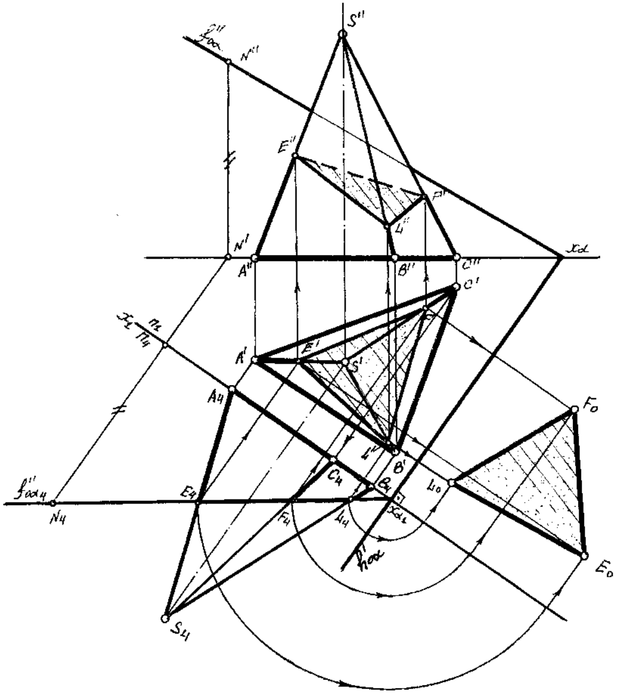
181-сүрөттө көрсөтүлгөндөй пирамиданын негизи ABC үч бурчтугу жалпы абалда жайгашса, пирамиданы кесип өткөн мейкиндик тегиздигинин пирамиданын кырларын кесип өткөндүгүнө жараша төмөндө көрсөтүлгөн тартипте,берилген тегиздик кесип өткөн чекиттерди аныктап,андан соң ошол чекиттерди туюк туташтыруу менен кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын проекциясы аныкталат.

1.Пирамиданын AS кыры аркылуу фронталь β тегиздигин жүргүзүп, β тегиздиги менен берилген α тегиздигинин кесилиш сызыгы менен AS кырынын кесилиш E(E′E″) чекитинен α тегиздигинин пирамиданын AS кырын кескен чекитин аныктайбыз (берилген чиймеде пирамиданын AS кыры фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашкан ([AS]// π_2)).

2. Пирамиданын BS кыры аркылуу горизонталдык проекциялануучу γ_1 тегиздигин жүргүзүп, γ_1 тегиздиги менен α тегиздигинин кесилиш сызыгын тургузсак, кесилиш сызык менен BS кырынын кесилиш F(F′F″) кесилиш чекитин аныктайбыз. Бул F чекити берилген α тегиздигинин пирамиданын AS кырын кесип өткөн чекит болот.

3.Берилген пирамиданын CS аркылуу фронталдык проекциялануучу γ_2 тегиздигин жүргүзөбүз дагы, жогоруда көрсөтүлгөндөй γ_2 тегиздиги менен α тегиздигинин кесилиш сызыгы CS кырын кесип өткөн L(L′L″) чекитинен α тегиздиги пирамиданын CS кырын кесип өткөн чекитин аныктайбыз.

4.Алынган E F L чекиттерин бир аттуу проекцияларын туюк туташтырсак α тегиздигинин берилген пирамида менен кесилишкенде пайда болгон EFL үч бурчтугунун горизонталдык (E′F′L′) жана фронталдык (E″F″L″) проекцияларын чиймеге тургузган болобуз. Ушундай эле шарттагы көп кыр беттер менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге кошумча алмаштырылуучу проекция тегиздигинин жардамы менен чиймеге тургузууга болот. Мындай учурда кошумча алынган проекция тегиздиги негизги проекция тегиздигинин бирине жана берилген көп кыр бетти кесип өткөн жалпы абалдагы тегиздикке дагы перпендикуляр болуусу талап кылынат (182-сүрөт).



182-сүрөт

182-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кошумча алынган π_4 проекция тегиздиги пирамиданы кесип өткөн α тегиздигине жана горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр алынган.

Берилген α тегиздиги π_4 проекция тегиздигине проекциялануучу болуп проекцияланып, ал эми кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын проекциясы α тегиздигинин π_4 проекция тегиздигиндеги проекциясы менен беттешип түз сызык болуп проекцияланат. Андан соң байланыштыруучу түз сызыктардын жардамы менен кесилиштин горизонталдык жана фронталдык проекцияланып чиймеге тургузабыз. Эгерде жалпы абалдагы тегиздик менен кесилишкен пирамиданын кырларынын бири профилдик проекция тегиздигине параллель жайгашса, кесилишкенде пайда болгон тегиз фигуранын проекциясын чиймеге тургузуунун эң ыңгайлуу ыкмасы, кошумча алмаштырылуучу проекция тегиздигин пайдалануу.

Эки негизги жана өз ара параллель абалда каптал кырлары ээ болгон көп кыр бетти призма деп атайбыз.

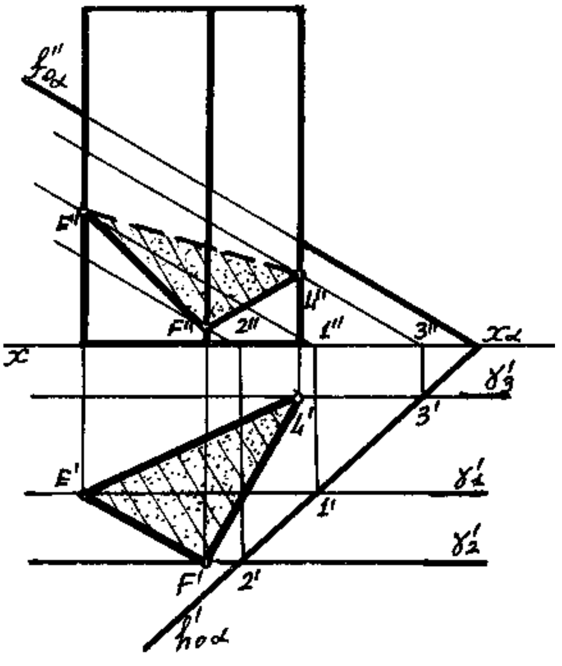
Эгерде призманын кырлары анын негизине перпендикуляр болсо, - ***тик призма*** деп, ал эми каптал кырлары перпендикуляр болбосо ***кыйгач*** призма деп атайбыз.

Призма менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууда призманын кырлары аркылуу жүргүзүлүүчү жардамчы тегиздиктер, призманын кырларынын негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу жайгашкан абалына байланыштуу болот.

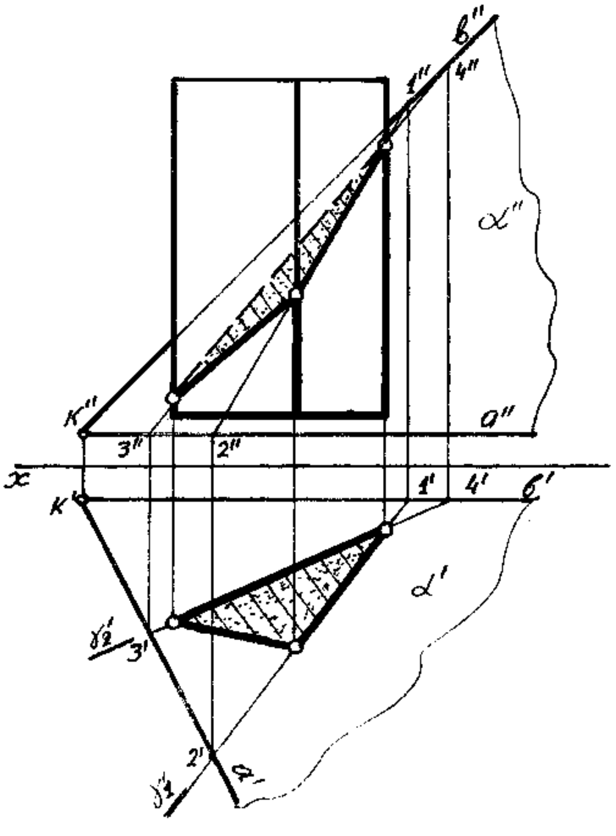
Эгерде призманын каптал кырлары проекцияланууучу абалда (проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр) болсо жардамга тегиздиктерди берилген призманын кырлары аркылуу деңгээл абалда жүргүзүү бир канча ыңгайлуу.

183-Сүрөттө негизи үч бурчтук болгон призманын кырлары горизонталдык проекцияланууучу. Бул учурда призма менен жалпы абалдагы α тегиздигинин кесилишин чиймеге тургузууда жардамга тегиздиктер, фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалда жүргүзүлгөн.

Кесилишти чектеген чекиттер жүргүзүлгөн жардамчы тегиздик менен берилген тегиздиктин кесилиш сызыктары призманын дал келген кырларынын кесип өткөн чекиттеринен аныкталат.



183-сүрөт

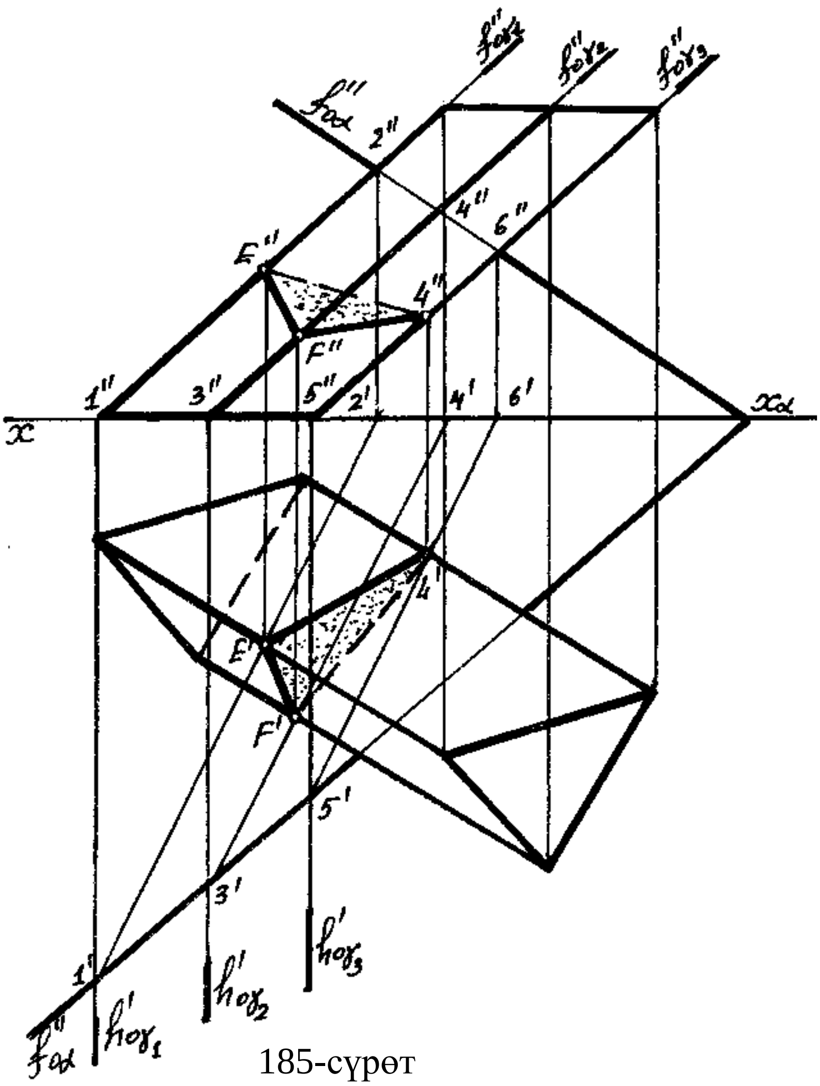


184-сүрөт

Эгерде жалпы абалдагы тегиздик менен кесилишкен призманын каптал кырлары жалпы абалда болсо, кесилишти чектеген чекиттерди аныктоод, берилген призманын кырлары аркылуу проекцияланууучу тегиздиктерди жүргүзүү талапка ылайык.

184-Сүрөттө берилген пирамида менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууда жардамчы тегиздиктерди призманын кырлары аркылуу горизонталдык проекцияланууучу абалдагы γ_1 жана γ_2 тегиздиктери жүргүзүүгө дагы болот. Бул учурда призманы кескен α тегиздиги кесилишкен ***а*** жана ***в*** түз сызыктары аркылуу берилген.

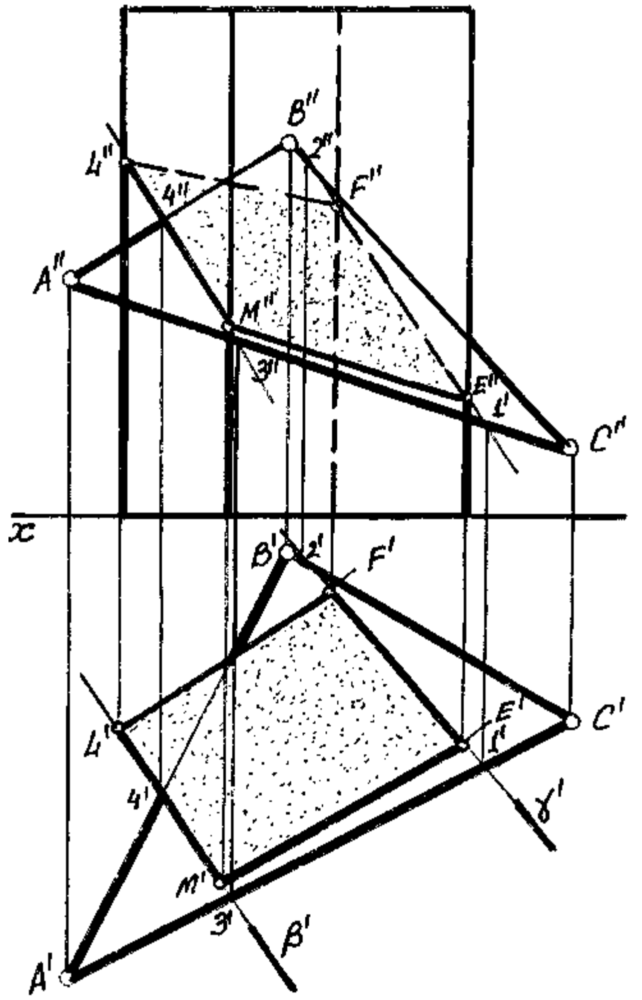
185-сүрөттө көрсөтүлгөн призма менен жалпы абалдагы α тегиздиктин кесилишин тургузууда призманын кырлары аркылуу фронталдык проекцияланууучу γ_1, γ_2 жана γ_3 тегиздиктери жүргүзүлүп, жүргүзүлгөн тегиздиктер менен берилген α тегиздигинин кесилиш сызыктары призманын дал келген кырларынын кесилиш чекиттеринин чиймеде берилген призма менен жалпы абалдагы α тегиздигинин кесилиши аныкталган.



185-сүрөт

Берилген призма менен жалпы абалдагы α тегиздигинин кесилишинде пайда болгон EFL үч бурчтугун чектеген E,Fжана L чекиттери берген мейкиндик α тегиздиги менен призманын ар бир каптал кырларынын кесилиш чекиттеринен аныкталган. Демек берилген призманын каптал кырларын жалпы абалдагы түз сызыктын кесиндисин кароого болот.

Эгерде тик призманы кескен жалпы абалдагы тегиздик тегиз геометриялык фигуралар аркылуу берилсе, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын проекциясын чиймеге тургузууда берилген призманын каптал беттери же бир эле тегиздикти эки кыры аркылуу проекцияланууучу тегиздик тургузуу чийме сызыктарын жана кошумча тургузуулардын санын бир канча жеңилдетет .Мындай чийме 186-сүрөттө негизи төрт бурчтук болгон тик призма менен жалпы абалдагы ABC үч бурчтугунун кесилиши сүрөттө көрсөтүлгөн.

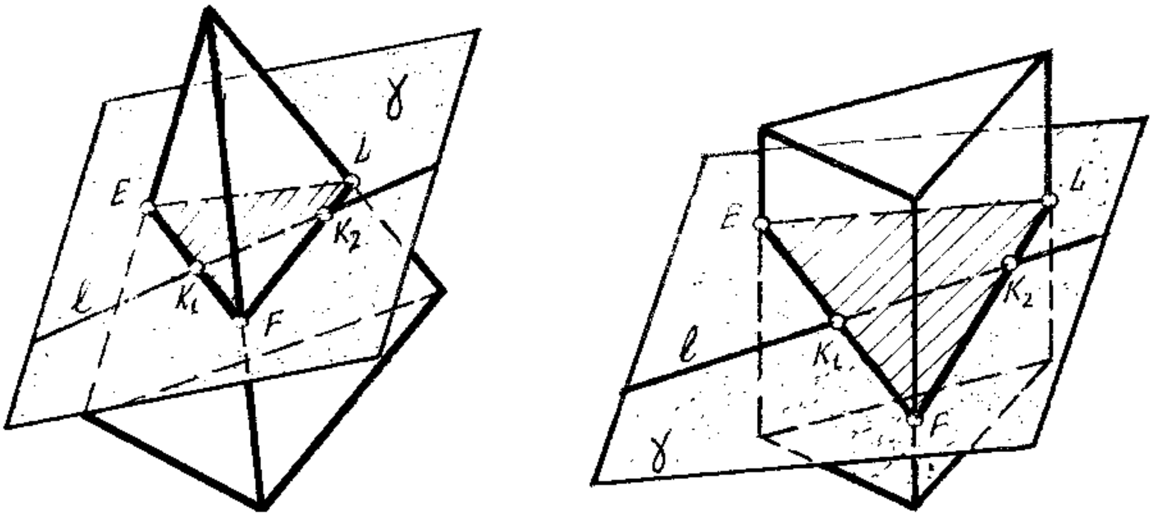


186-сүрөттө берилген призманын бир бети аркылуу горизонталдык проекциялануучу γ тегиздиги АС жана ВС жагы менен кесилишсе, экинчи β тегиздиги үч бурчтуктун АС жана АВ жагы менен кесилишет. Кесилиштин жыйынтыгында EFLM төрт бурчтугу пайда болот.Бул учурда кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын горизонталдык проекциясы призманын негизинин горизонталдык проекциясы менен беттешет.

186-сүрөт

6.4. Көп кыр беттүүлөр менен түз сызыктын кесилиши

Көп кыр беттүүлөр менен түз сызыктын кесилишинде көп кыр беттүүлөрдүн беттеринде жана берилген түз сызыкта жаткан эки чекитти пайда кылат. Ал чекиттерди түз сызыктын көп кыр беттүүлөрдүн беттерине кирген жана чыккан чекиттер деп атап коёбуз. Ошол чекиттерди чиймеге тургузууда, түз сызык менен тегиздиктердин кесилиш чекитин аныктоону жетекчиликке алабыз. Анткени көп кыр беттүүлөр беттери тегиздик экенин эсибизден чыгарбообуз зарыл. Мындай чийме маселелерди аткарууда берилген түз сызык аркылуу жардамчы жеке абалдагы тегиздик жүргүзүү сунушталат. Жүргүзүлгөн жардамчы тегиздик менен көп кыр беттүүлөрдүн кесилишинде пайда болгон тегиз фигуранын контуру менен түз сызыктын кесилиш чекиттеринен, берилген түз сызык менен көп кыр беттүүлөрдүн беттеринин кесилиш чекиттерин аныктайбыз (187-сүрөт).



а)   б)

187-сүрөт

187-сүрөттө көрсөтүлгөндөй берилген ℓ түз сызыгы аркылуу жардамчы γ тегиздиги жүргүзүлүп, γ тегиздиги менен көп кырбеттүүлөрдүн кесилишинен пайда болгон E FL үч бурчтугунун контуру менен ℓ түз сызыгынын көп кыр беттүүлөрдүн беттерин кесип өткөн чекиттери (K_1 K_2) аныкталган. Эпюрда (чиймеде) деле ушул эле жогоруда көрсөтүлгөн мисалдардай аткарылат.

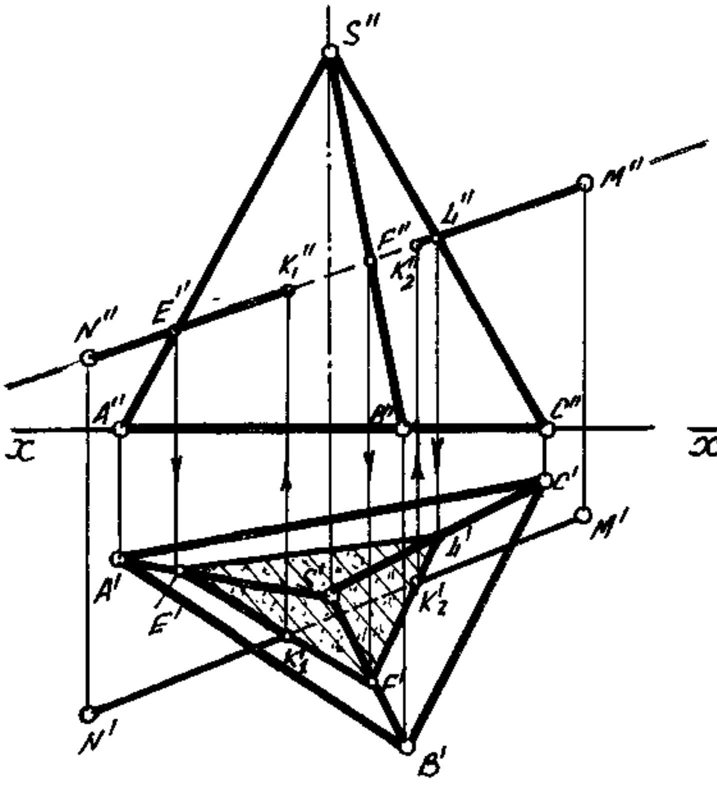
Мисал: Негизи ABC үч бурчтугу болгон пирамида менен NM кесиндисинин кесилиш чекиттерин аныктоо талап кылынса, анда бул чийме маселени аткарууну төмөндөгү катар менен аткаруу сунушталат (188-сүрөт).

1) Берилген NM кесиндиси аркылуу фронталдык проекциялануучу γ тегиздигин жүргүзөбүз $(\gamma \ni \ell \wedge \gamma \perp \pi_2)$.

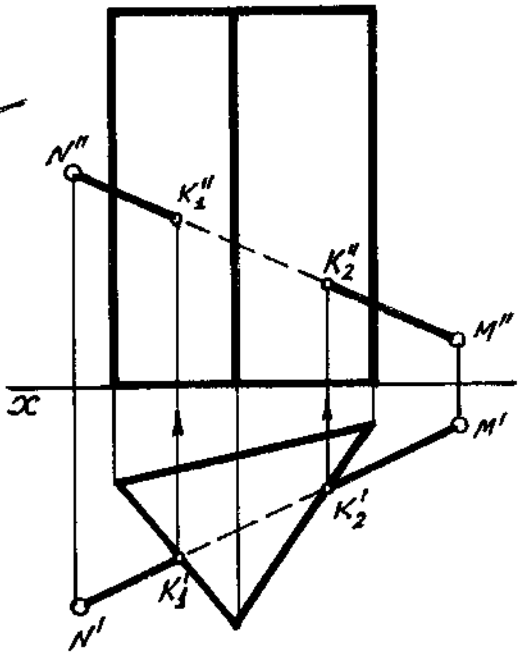
2) γ тегиздиги менен пирамиданын кесилищинде пайда болгон EFL үч бурчтугунун горизонталдык (E′F′ L′) проекциясын чиймеге тургузабыз (бул учурда кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын фронталдык (E″F″L″) проекциясы жүргүзүлгөн жардамчы γ тегиздигинин фронталдык (γ″) проекциясы менен беттешет$(\gamma''\equiv E''F''\ L'')$.

3)Кесилиште пайда болгон EFL үч бурчтугунун горизонталдык (E′F′L′) проекциясы менен берилген кесиндинин горизонталдык $(N'N'_1)$ проекциясынын кесилишинен NM кесиндиси менен пирамиданын беттеринин кесилиш чекиттери болгон (K_1K_2) чекиттердин горизонталдык $(K'_1K'_2)$ проекцияларын аныктап, андан соң байланыштыруучу түз сызыктарды жүргүзүү менен кесилишти аныктаган чекиттердин фронталдык $(K''_1K''_2)$ проекцияларын аныктайбыз.

Пирамиданын негизи ар кандай тегиз көп бурчтук болуп, негизи проекция тегиздигине салыштырмалуу кандай абалда жайгашпасын, түз сызык менен пирамиданын кесилиш чекиттерин аныктоо 188-сүрөттө көрсөтүлгөн ыкма менен аныкталат.



188-сүрөт

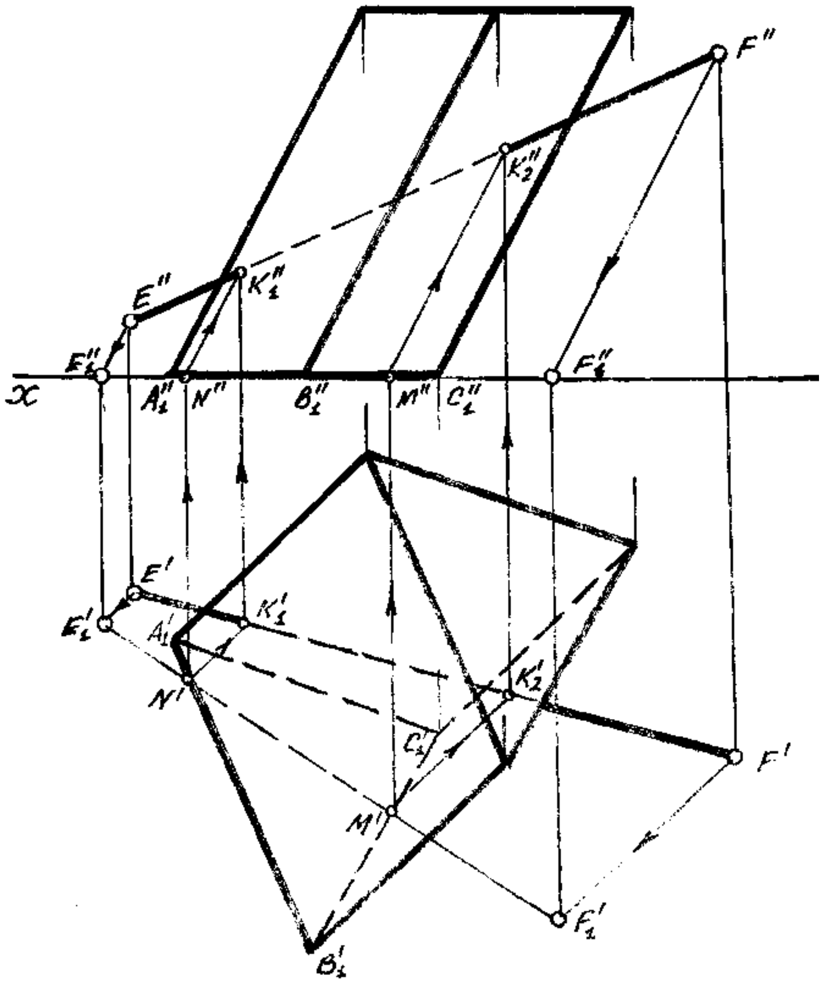


189-сүрөт

Берилген призма тик абалда жайгашса, анда мындай абалдагы призма түз сызыктын кесилиш чекиттерин аныктоодо, берилген түз сызык аркылуу кошумча проекциялануучу тегиздикти жүргүзүүнүн зарылчылыгы жок. Анткени, тик призманын бир проекциясы негизине барабар чоңдукта тегиз фигуранын сүрөттөлүшүн берет (189-сүрөт). 189-сүрөттө призманын горизонталдык проекциясы негизине барабар чоңдукта үч бурчтук болуп проекцияланат жана берилген түз сызык аркылуу фронталдык проекциялануучу тегиздик жүргүзсөк кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын горизонталдык проекциясы, призманын горизонталдык проекциясы менен беттешет, ошондуктан берилген NM түз сызыгы менен призманын кесилиш чекиттеринин (K'_1 K'_2) проекциясын призманын каптал беттеринин кесилишинен аныктап, андан соң байланыштыруучу түз сызыктардын жардамы аркылуу кесилиш чекиттердин фронталдык (K''_1 K''_2) проекциясы аныкталат.

Эгерде кыйгач призма менен түз сызыктын кесилиш чекиттерин аныктай турган болсок, кесилиш чекиттерди аныктоодо жогоруда көрсөтүлгөн жардамчы проекция тегиздиктерди пайдалануудан башка тик бурчтуу параллель проекциялоо менен бирге кыйгач бурчтуу параллель проекциялоону колдонуу (пайдалануу) менен аныктоого да болот (190-сүрөт). Бул учурда берилген призманы E F кесиндисин призманын каптал кырларына параллель абалда горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине проекцияласак, берилген призма $A_1B_1C_1$ үч бурчтугу болуп проекцияланса, кесинди ошол $A_1B_1C_1$ үч бурчтугунда жаткан E_1F_1 кесинди болуп проекцияланат. E_1F_1 кесиндиси менен

$A_1B_1C_1$ үч бурчтугунун жактарынын кесилишинен $N'M'$ чекиттеринаныктап, андан соң кайра артка көздөй проекциялоо менен $E'F'$ проекциясынан EF кесиндиси менен призманын каптал беттеринин кесилиш чекитинин горизонталдык $(K'_1K'_1)$ проекциясын аныктап, андан байланыштыруучу түз сызыктарды жүргүзүү менен кесилиш чекиттердин фронталдык $(K''_1K''_2)$ проекциясын аныктайбыз. Жыйынтыкта жантык призма менен EF кесиндисинин кесилиш (K_1K_2) чекиттерин чиймеден аныктаган болобуз.



190-сүрөт

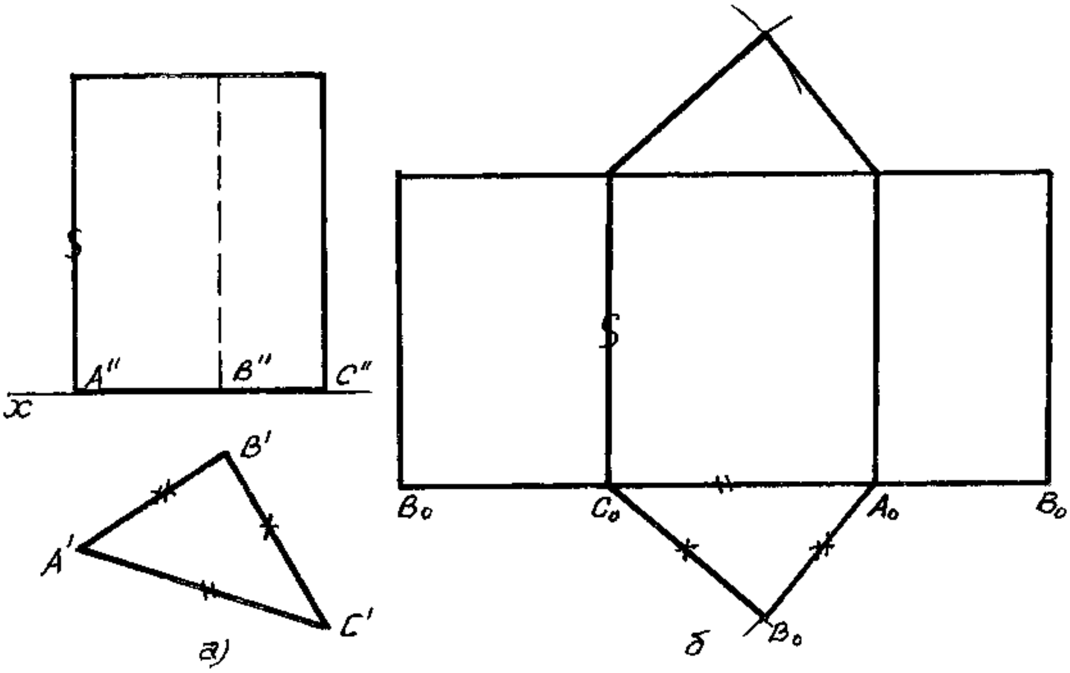
190-сүрөттө көрсөтүлгөн чийме маселени берилген призма менен кесилишкен түз сызык аркылуу жардамчы проекциялануучу тегиздик жүргүзүү ыкмасын колдонуу менен дагы аныктоого болот.

6.5. Көп кыр беттүүлөрдүн жайылмасы

Көп кыр беттүүлөрдү түзүп турган каптал беттерин жана негиздерин белгилүү бир тегиздиктин (чийме тегиздиги) бетине жазып, беттештирүү учурунда пайда болгон фигуранын сүрөттөлүшүн көп кыр бетүүлөрдүн жайылмасы деп кабыл алабыз. Мисалга негизи үч бурчтук болгон тик призмасын чиймеде тургуза турган болсок, аны түзгөн кырлары проекцияда чыныгы чоңдуктары менен проекциялангандыктан анын жайылмасын кошумча тургузууларсыз эле чиймеге тургузууга болот. (191-сүрөт).

191а-сүрөттө тик призманын эки проекциясы берилсе 191б-сүрөттө ушул эле тик призманын жайылмасы көрсөтүлгөн.

Чиймеде көрүнүп тургандай, тик призманын жайылмасында, анын аянттары ар түрдүү чоңдуктагы үч тик бурчтуктардан жана тең барабар чоңдуктагы эки үч бурчтуктан турат. Демек ар кандай көп кыр беттүүлөрдүн жайылмасын чиймеге тургузууда алардын бөлүкчөлөрү жайылмада чыныгы чоңдуктары менен чиймеге түшүрүлөт.



191-сүрөт

Эгерде призма негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу жантайып жайгашса, анда мындай абалдагы призмалардын жайылмасы төмөндөгү эки ыкма менен чиймеге тургузуу сунушталат:

1. Нормалдын кадимкидей кесүү ыкмасы (способ нормального сечения)

2. Үбөлөктөп же тоголоктоп жайуу ыкмасы (способ раскатка)

1. Нормалдык кесүү ыкмасында берилген призманын каптал кырлары жеке абалда (проекция тегиздиктеринин бирине параллель) болсо, тургузуу бир аз жеңилденет. Анткени алардын чыныгы чоңдугун чиймеге тургузуу талап кылынбайт. Мындай учурда чийме төмөндөгү тартипте сунушталат (192-сүрөт).

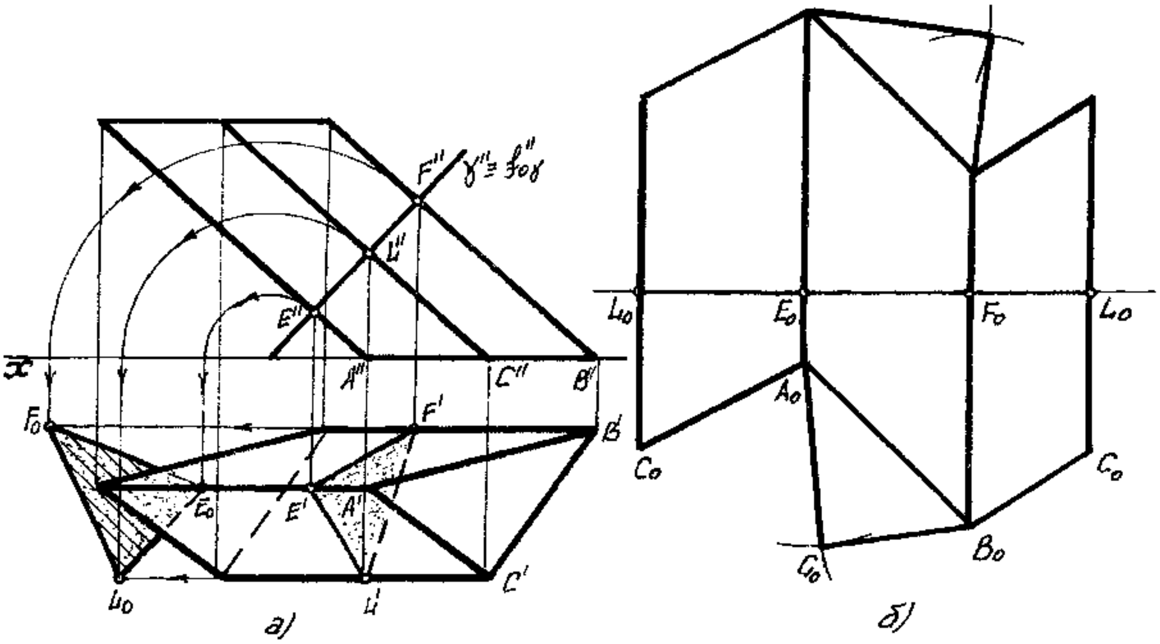
а) Берилген призманын каптал кырларына перпендикуляр абалда проекцияланууучу α тегиздигин жүргүзөбүз.

б) Кесүүдө пайда болгон тегиз фигуранын чыныгы чоңдугун (аянтын) аныктайбыз (192-сүрөттө кесилиш фигуранын чыныгы чоңдугун аныктоодо беттештирүү ыкмасы колдонулган).

в) Чыныгы чоңдугу аныкталган тегиз фигуранын контур сынык сызыгы бир түз сызыкка жайылып чийилет жана ал түз сызыкка перпендикуляр абалда жүргүзүлгөн призманын кырларынын чыныгы чоңдугу боюнча, кесүүчү тегиздикке чейинки жана андан кийинки аралыктары ченеп коюлат.

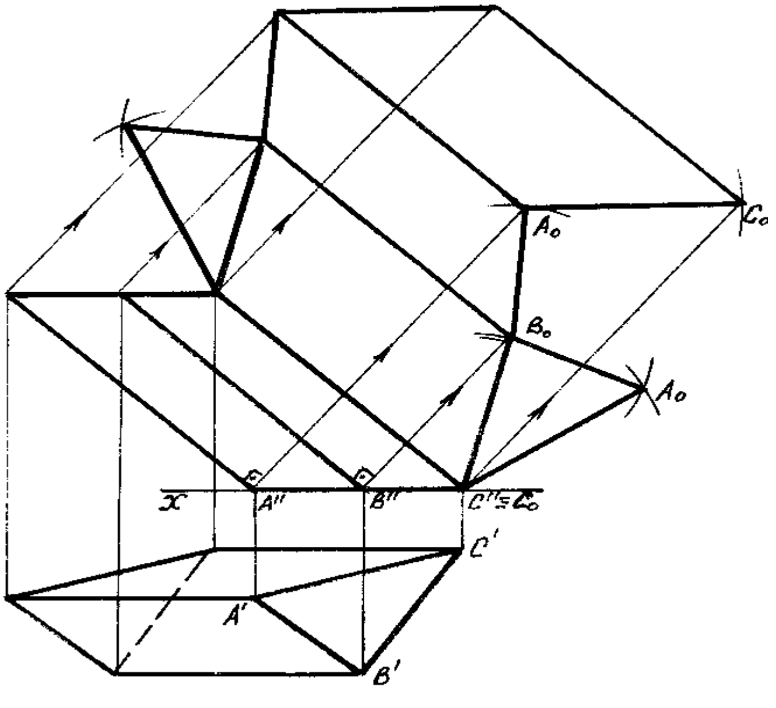
г) аныкталган чекиттер өз ара түз сызыктар менен туташтырылып, берилген призманын жайылмасы чиймеге тургузулат.

192-.сүрөттө призманын негиздеринин жайылмасын чиймеге тургузууда циркулдун жардамы пайдаланылат (A_0B_0 кесиндисин ченеп A_0 чекитинен биринчи жаа чийип, B_0C_0 кесиндисин ченеп C_0 чекитинен экинчи жааны чийсек эки жаанын кесилишинен призманын негизиндеги B_0 чекитин алабыз).



192-сүрөт

192а- сүрөттө жантайган призманын чиймеси берилип, анын каптал кырларына перпендикуляр абалдагы проекцияланууучу γ тегиздиги жүргүзүлгөн жана кесилиште пайда болгон E F L үч бурчтугунун чыныгы чоңдугу аныкталган ($\Delta E_0F_0L_0 = |\Delta EFL|$). 192б-сүрөттө берилген жантайган призманын жайылмасы нормалдык кесүү ыкмасы менен чиймеге көрсөтүлгөн.



Үбөлөктөп же тоголотуп призманын жайылышын чиймеге тургузуу, чийме маселени аткарууну бир кыйла деңгээлге жеңилдетет жана кошумча тургузууларды талап кылбайт. Анткени бул ыкмада жайылуу берилген проекцияга уланып аткарылат.

193-сүрөт

2. Үбөлөктөп же тоголотуп призманын жайылуусу чиймеге төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат (193-сүрөт).

а) 193-сүрөттө берилген жантайган призманын фронталдык проекциясына перпендикуляр абалдагы байланыштыруучу сызыктар жүргүзүлөт.

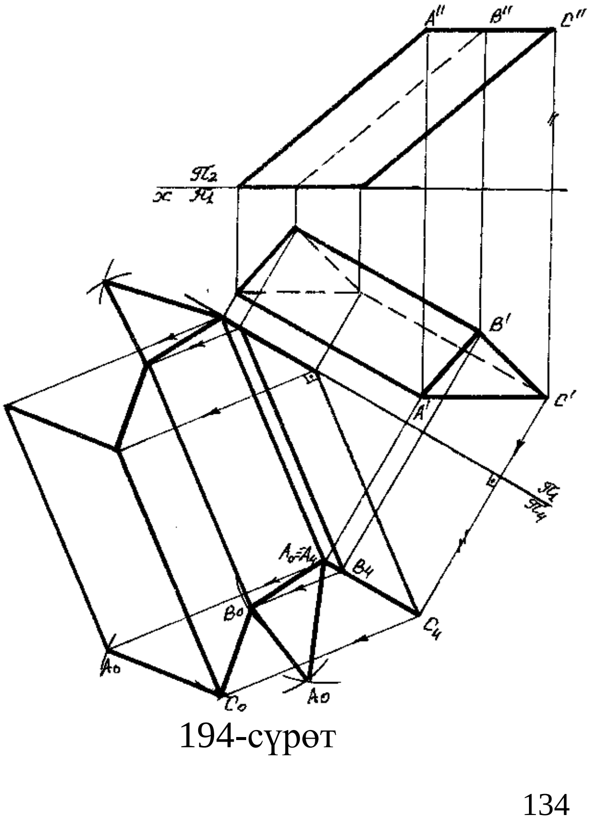
б) Берилген призманын негизи горизонталдык проекция тегиздигине параллель болгондуктан анын негизи чиймеде чыныгы чоңдугу менен проекцияланат. Ошондуктан циркуль менен B′C′ аралыгындагы жааны B″ чекитинен жүргүзүлгөн байланыш сызыгы менен кесилишкенче жүргүзсөк B_0 чекитин алабыз ($R_1=B'C'=C''B_0$).

в) Жогорудагыдай эле B′ A′ аралыгын циркуль менен ченеп, ошол аралыкты B_0 чекитинен экинчи жааны A″ чекитинен жүргүзүлгөн байланыштыруучу чекит менен кесилишкенче жүргүзсөк A_0 чекитин алабыз ($R_2=B'A'=B_0A_0$).

г) C′A′ аралыгын ченеп, циркуль менен A_0 чекитинен C′ чекитинен жүргүзүлгөн байланыштыруучу сызык менен кесилишкенче үчүнчү жааны жүргүзсөк C_0 чекитин алабыз ($R_3=C'A'=A_0C_0$). Жыйынтыкта берилген призманын каптал беттеринин жайылмасын алабыз.

д) Призманын негиздеринин жайылмасын жогорудагы 191-192-сүрөттөрдө көрсөтүлгөн ыкма менен чиймеге тургузабыз.

Эгерде көп грандыктын каптал кырлары жалпы абалда жайгашышса,анда анын каптал кырларынын чыныгы чоңдугун кошумча проекция тегиздиктерин пайдалануу менен аныктап, андан соң анын жайылмасын жогорудагы көрсөтүлгөн ыкмалардын тигил же бул ыкмасы менен чиймеге тургузууга болот. 194-сүрөттөгү призманын каптал кырларынын чыныгы чоңдугун π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр кошумча π_4 проекция тегиздигин алуу менен аныктап, андан соң берилген призманын жайылмасы тоголотуу (үбөлөктөө) ыкмасы менен чиймеге тургузулган.



194-сүрөт

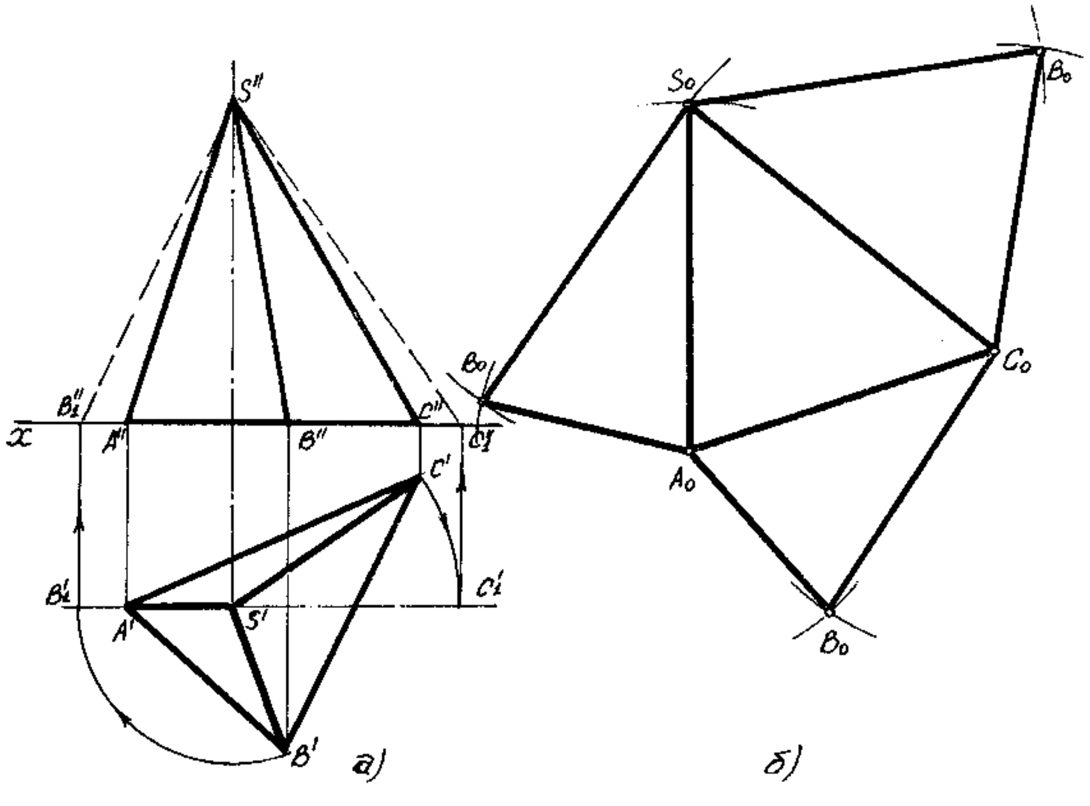
194-сүрөттө кошумча алынган π_4 проекция тегиздиги горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр, ал эми берилген жантык призманын каптал кырларына параллель алынган ($\pi_4 \perp \pi_1$). Призманын каптал кырларынын π_4 проекция тегиздигиндеги проекция кырлардын чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланышат.

Чиймеде кандайдыр пирамиданын жайылышын чиймеге тургузууга туура келсе, анда алардын жайылышын чиймеге тургузуу жалпылап төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат:

а) берилген пирамиданын кырларынын проекция тегиздиктерине салыштырмалуу абалын аныкталат:

б) Пирамиданын кырларынын чыныгы чоңдугу аныкталат (көпчүлүк учурларда пирамиданын кырларын аныктоодо, жалпы абалдагы кесиндинин чыныгы чоңдугун аныктоонун тигил же бул ыкмасы сунушталат.

в) Чиймеге биринчи берилген пирамиданын негизинин чыныгы чоңдугу чийилип, андан соң негизинин бир жагын негиз кылып анын каптал беттеринин жайылышы чиймеге чийилет. Ошентип жыйынтыкта берилген пирамиданын жайылышын чиймеге тургузган болобуз.



195-сүрөт

195-сүрөттө көрсөтүлгөн негизи ABC үч бурчтугу болгон пирамиданын жайылмасын төмөндөгү тартипте чиймеге тургузабыз:

а) Берилген пирамиданын негизи ABC үч бурчтугу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигинде жаткандыгына байланыштуу анын чыныгы чоңдугун аныктоонун зарылчылыгы жок ($A'B'C'=|\Delta\ ABC$), $\Downarrow A'B'=|AB|$, $A'C'=|AC|$ $\wedge B'C'=|BC|$. Пирамиданын AS кыры фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашкандыктан, анын фронталдык проекциясы AS кырынын чыныгы чоңдугуна барабар ($A''S''=|AS|$). Демек чиймеде берилген пирамиданын BS жана CS кырларынын чыныгы чоңдугун аныктоодо, пирамиданын S чокусу аркылуу π_1 проекция тегиздигине перпендикуляр ок алып, ошол октун тегерегинде BS жана CS кырларынын чыныгы чоңдугун чиймеде аныктайбыз $(B_1''S''= |BS|)\wedge C_1''S''= |CS|)$.

в) Пирамиданын кырларынын чыныгы чоңдуктарын аныктаган соң, ченөөчү чийме каражаттарынын жардамы (циркулдун) менен ар бир кырды өзүнчө катар менен ченеп коюп $A_0B_0C_0$ жана S_0 чекиттерин алабыз. 182-сүрөттө пирамиданын жайылмасын чиймеге тургузууда эркин абалда A_0B_0 кесиндисин чийип ($A_0B_0=A'B'$), A_0 чекитинен $A'C'$ аралыгында биринчи жааны, B_0 чекитинен $B'C'$ аралыгындагы экинчи жааны чийсек эки жаанын кесилишинен C_0 чекитин алабыз. Ушундай эле жол менен A_0 чекитинен $A''S''$ аралыгында биринчи жааны чийип, андан соң $B_1''S''$ аралыгында экинчи жааны чийсек эки жаанын кесилишкен S_0 чекитин алабыз. Пирамиданын $A_0C_0S_0$ жана $B_0C_0S_0$ каптал беттеринин жыйындысын чиймеге тургузуу ушундай эле жол менен аткарылат.Чиймеде $A_0B_0C_0$ жана S_0 чекиттеринин геометриялык оордун аныктаган соң 195-сүрөттө көрсөтүлгөндөй чекиттерди туюк туташтыруу менен берилген пирамиданын жайылмасын чиймеге тургузабыз.

Мейкиндикте берилген пирамиданын кырлары жана беттери проекция тегиздиктерине салыштырмалуу ар кандай абалда болушу мүмкүн. Эгерде берилген пирамиданын негизи 195-сүрөттөгү берилгендей болбой жалпы абалда болсо, анда негизинин жана каптал кырларынын чыныгы чоңдугун жогоруда көрсөтүлгөндөй проекцияны өзгөртүп түзүүнүн тигил же бул ыкмасы менен аныктап, андан соң берилген пирамиданын жайылмасын 195-сүрөттө көрсөтүлгөндөй эле ыкма менен чиймеге түшүрүүгө болот.

Текшерүү суроолору

1. Көп кырбеттүүлөр деп кандай фигураларды айтабыз?
2. Көп кырбеттүүлөр кандай түзүүчүлөрдөн турат?

3. Көп кырбеттүүлөр чиймеде кандай берилишет?
4.Көп кырбеттүүлөр кандай түрлөргө бөлүнүшөт?
5. Пирамида деп кандай фигураны айтабыз?
6. Призманын кандай түрлөрү бар?
7. Көп кырбеттүүлөр менен жеке абалдагы тегиздиктердин кесилишин чиймеге кандай тартипте тургузабыз?
8. Көп кырбеттүүлөр менен жеке абалдагы тегиздиктердин кесилишин чиймеге тургузууда эмнелерге таянабыз?
9. Көп кыр беттүүлөрдүн жайылмасын кандайча түшүнөбүз?
10. Кандай ыкмалар менен призманын жайылмасын чиймеге тургузабыз?
11. Үбөлөктөп же тоголотуп призманын жайылмасын чиймеге тургузууну кандайча түшүнөсүздөр?
12. Пирамиданын жайылмасын чиймеге кандай тартипте тургузабыз?

7. Ийри сызыктар

7.1. Ийри сызыктар жөнүндө жалпы түшүнүк жана аларды проекциялоо

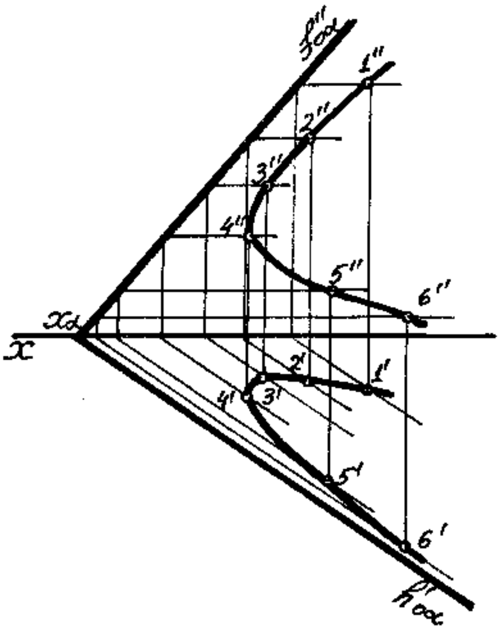
Ийри сызыктардын кандайдыр бир чекиттин тегиздиктеги же мейкиндиктеги кыймылынын траекториясы катары кароого болот. Буларга мектептик курстагы черчение сабагында каралган Архимеддин спиралын, же цилиндирдик винттик сызыктары мисал боло алат. Ийри сызыктар эки ийри беттердин кесилишинде (цилиндр менен цилиндрди, цилиндр менен конусту, конус менен шарды ж.б.у.с.) же тегиздик менен ири беттердин кесилишинде пайда болот (мисалга тегиздик менен конустун же цилиндрдин).

Ийри сызыктарды кээ бир учурларда кандайдыр бир чекиттин закон ченемдүүлүктөгү геометриялык орду катары дагы кабыл алууга болот (айлана, эллипс,парабола, синус ж.б.у.с.).

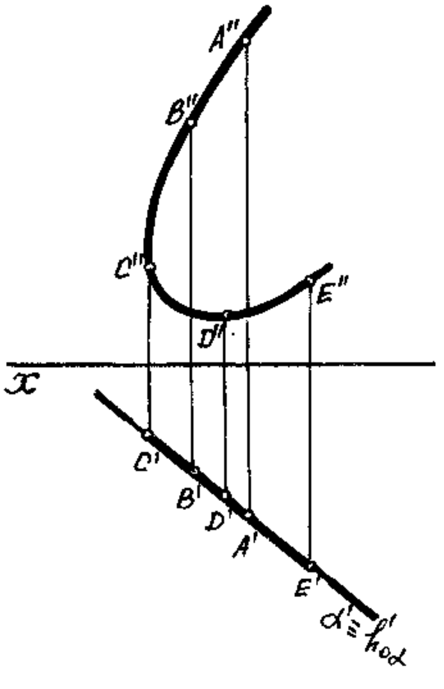
Ийри сызыктар өздөрүн түзгөн чекиттердин абалы менен аныкталат. Ал эми ал чекиттер өздөрүнүн координаталары менен аныкталат.

Ийри сызыктар тегиздиктүү болушу дагы мүмкүн, бул учурда ийри сызыктарды чектеген чекиттер бир тегиздикте жатат. Ушундай эле ийри сызыктарды чектеген чекиттер бир тегиздикте жатпаса, анда ал ийри сызыктар мейкиндиктүү ийри сызыктар деп аталышат.

Ийри сызыктарды проекциялоодо, ал ийри сызыктар тегиздиктүүбү же мейкиндиктүүбү, аларды чектеген (ийри сызыктарда жаткан) бир катар чекиттерди проекциялап, андан соң алардын проекцияларын удаалаш туташтыруу менен берилген ийри сызыктын проекциясын алабыз. 196-сүрөттө α тегиздигинде жаткан тегиз ийри сызыктын эпюру (чиймеси көрсөтүлгөн).



196-сүрөт

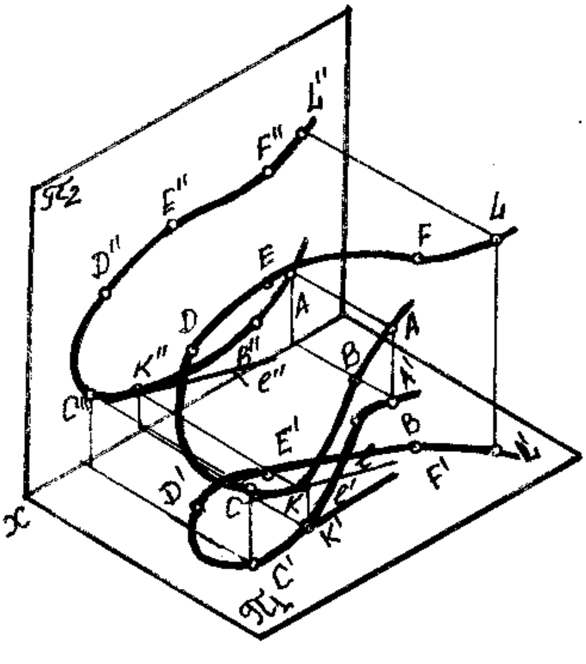


197-сүрөт

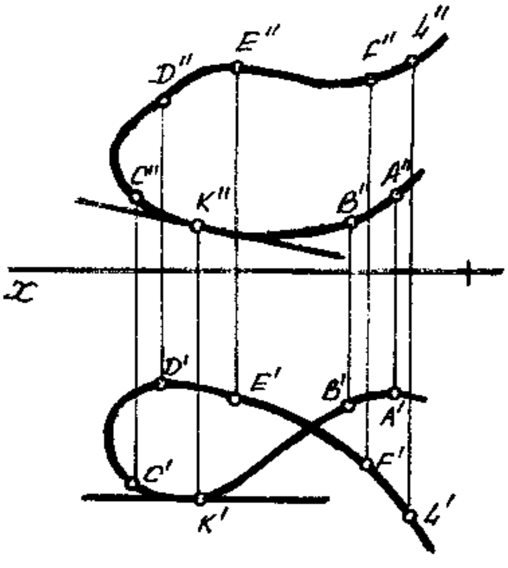
Эгерде ийри сызык жаткан тегиздик негизги проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр жайгашса, анда ийри сызыктын ошол тегиздиктеги проекциясы түз сызык болуп проекцияланат (197-сүрөт). 197-сүрөттө ийри сызык жаткан α тегиздиги горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр, ошондуктан берилген ийри сызыктын горизонталдык проекциясы тегиздиктин горизонталдык проекциясы менен беттешип, горизонталдык проекциясы түз сызык болуп проекцияланган.

Мейкиндиктеги ийри сызыктарды проекциялоодо, берилген ийри сызыкта жаткан бир катар чекиттерди проекциялоо менен алабыз(198-сүрөт).

198-сүрөттө мейкиндик ийри сызыгы π_1 жана π_2 системасында, ошол берилген ийри сызыкта жаткан A,B,C,D,E,F,L чекиттеринин проекциясы аркылуу проекцияланган. Бул учурда чекиттер буга чейинки каралган ортогоналдык проекциялоо менен алынат. 199-сүрөттө A,B,C,D,E,F,L чекиттери жаткан мейкиндик ийри сызыгынын эпюру (чиймеси көрсөтүлгөн). 199-сүрөттө көрсөтүлгөндөй A чекити π_1 проекция тегиздигинен эң жакын аралыкта жайгашса, L чекити π_2 проекция тегиздигине эң алыс аралыкта жайгашкан.



198-сүрөт



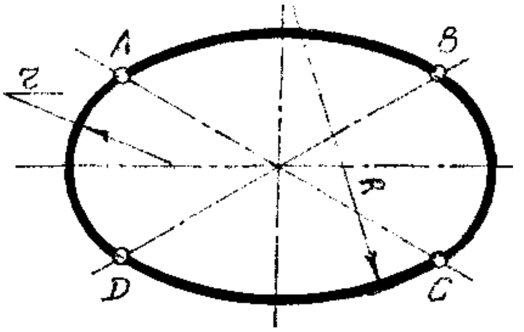
199-сүрөт

Эгерде ийри сызыктар түзүлүшүндө геометриянын закону аркылуу эсептеп аныкталса, анда мындай ийри сызыктар закон ченемдүүлүктөгү ийри сызыктар деп аталат. Эгерде ийри, алгебранын теңдемеси менен декарттын координатасында аныкталса, анда мындай ийрилер алгебралык деп аталышат. Мындай ийрилердин мисалы катары эллипсти карооого болот.

Тегиз же мейкиндик ийри сызыгынын ийрейүүсү анын узундугуна (башталышынан аягына чейин) же кандайдыр бир бөлүгүндө өзгөрүүсүз болуусу мүмкүн мисалга айлананын цилиндрдик винттик сызыктын баардык узундугунда анын ийилүүсү өзгөрүүсүз болот.

Ал эми элипстин ийилүүсүндө анын ичиндеги квадратынын эки жагында ийри сызык бирдей ийилүүгө ээ болсо, экинчи эки жагында ийри сызык экинчи ийилүүгө ээ болушат.

Мындан тышкары ар кандай циркульдун жана сызгычтын жардамы менен чийилген ийри сызыктардын толук баардыгы же кандайдыр бир бөлүгү бирдей ийилүүгө ээ болушу мүмкүн. Көпчүлүк лекалалык ийри сызыктар, (мисалга парабола, гипербола, эволвент, Архимед спиралы ж.б.у.с.) ийри сызыктын кандайдыр бир бөлүгүндө белгилүү ийилүүгө ээ болуп, андан нары кандайдыр закон ченемдүүлүктө ийилүү өзүнөн өлчөмдөрүн (параметрин) өзгөртөт.

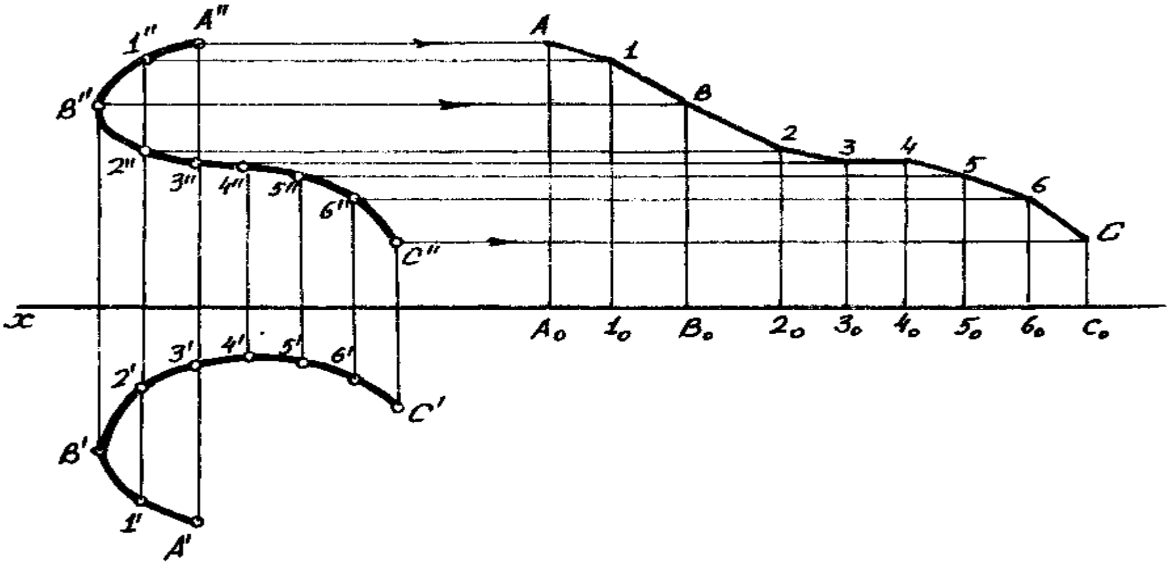


200-сүрөт

200-сүрөттө берилген эллипсте AB жана CD чекиттеринин арасындагы ийри сызык бирдей ийилүүгө ээ болушса, AD жана BC чекиттеринин арасындагы ийри сызык экинчи ийилүүгө ээ болушат

Ийри сызыктарды чийүүдө ийрейгендик деген термин колдонулат (пайдаланылат) . Ийрейгендик ошол ийри сызыкта жаткан чекит-сандар менен мүнөздөлүнөт. Бул учурда ошол сандар менен белгиленген сандардын бөлүгү ийрейгендикти мүнөздөйт. Тегиз жана мейкиндик ийри сызыктарынын кандайдыр бир бөлүгүнүн узундугун жакындатылган түрдө аныктоого мүмкүн. Мындай учурда ийри сызыкты бир канча звеного бөлүп, ошол звенодогу ийри сызыкты сынык түз сызыкка алмаштыруу жолу менен берилген ийри сызыктын узундугун жакындатылган мааниде аныктайбыз.

201-сүрөттө ABC ийри сызыгынын узундугун аныктоо көрсөтүлгөн. Мында ABC ийри сызыгынын горизонталдык (A′B′C′) проекциясын кандайдыр аралыктарга бөлүнгөн. Чиймеде A′1′=B′1′; B′2=2′3′ ж.б.у.с. Ошол бөлүнгөн горизонталдык проекцияны x огу менен беттештирип коюп (A_01_0=B_01_0; B_02=2_03_0; 3_03_0=C_05_0 ж.б.у.с.) ошол беттешкен чекиттерден x огуна перпендикуляр сызыктарга белгиленген чекиттердин аппликатталарын ченеп койсок же x огуна параллель абалда аппликатталарды көчүрсөк, алынган A1,1B,B2,23, ж.б.у.с. чекиттери сызыгынын узундугунун жакындатылган чыныгы узундугун берет.

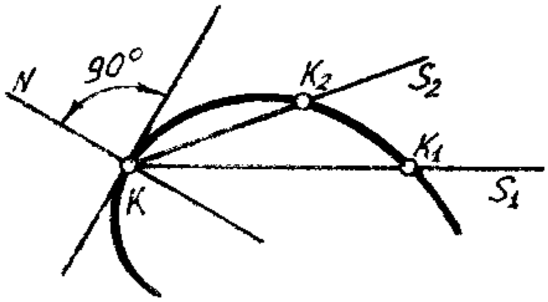


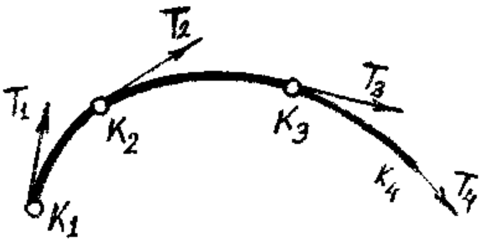
201-сүрөт

7.2. Тегиз ийри сызыктар

Ийри сызык кандайдыр бир тегиздикте жаткан чекиттер менен чектелсе, анда мындай абалдагы ийри сызыктарды тегиз ийри сызыктар деп атайбыз. 202-сүрөттө кандайдыр KS_1 кесүүчүсүн K огунун тегерегинде K_1 чекити K чекитине умтулгандай абалда айландырсак, ийри сызыктын K чекити аркылуу жанып өткөн KT жаныма сызыгынын чектелген абалын алабыз. Жаныма түзүлгөн (пайда болгон) ийри сызыктагы чекитинин багыты деп атайбыз.

K чекити аркылуу KT жанымасына перпендикуляр KN түз сызыгын жүргүзсөк ийри сызыктын K чекитиндеги нормалды алабыз. Айлананын нормалы анын радиусунун багыты менен дал келет.

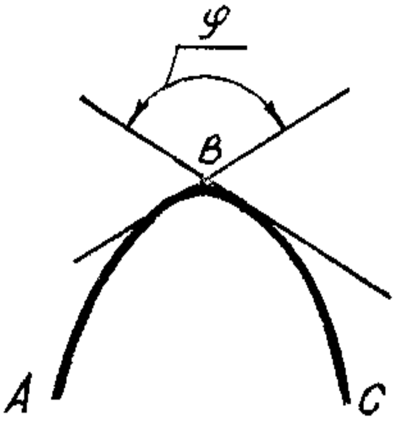




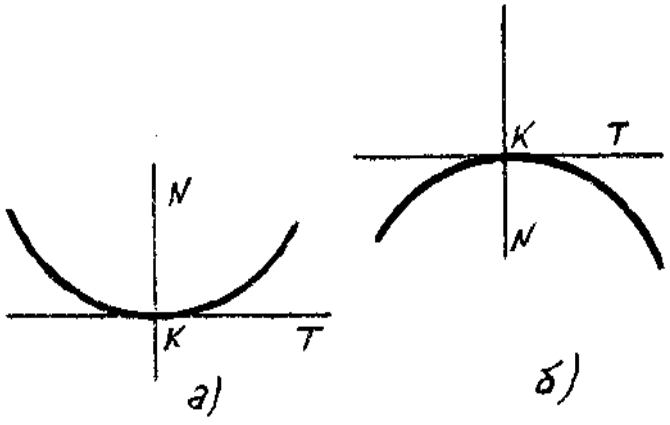
202-сүрөт

203-сүрөт

202-сүрөттө К чекитиндеги ийри бир тектүү (плавный) болуп эсептелет анткени ийри К чекитинде бир гана жанымага ээ. Эгерде ийри сызык ушундай жанымалардан түзүлсө бир тектүү ийри сызыктар деп аталышат (203-сүрөт). Ийри сызыктар бир чекитте эки жанымага ээ болуусу дагы мүмкүн, бул учурда жанымалардын арасындагы бурч 180^0ка барабар болбойт (204-сүрөт). Мындай чекиттерди бурулуш, бурчтук же чыккан чекиттер деп атайбыз жана ийри сызыктар мындай чекиттерде бир тектүү (плавный) болбойт. 204-сүрөттө АВ жана ВС ийрилеринин В чекитинен жанып өткөн T_1жана T_2 жанымалары В чекитинде кесилишип арасында 180^0ка барабар болбогон φ бурчуна ээ болушкан. Эгерде В чекитинен жүргүзүлгөн жанымалардын арасындагы φ бурчу 180^0ка барабар болсо, анда жанымалар бир түз сызыкка беттешет 205-сүрөт.

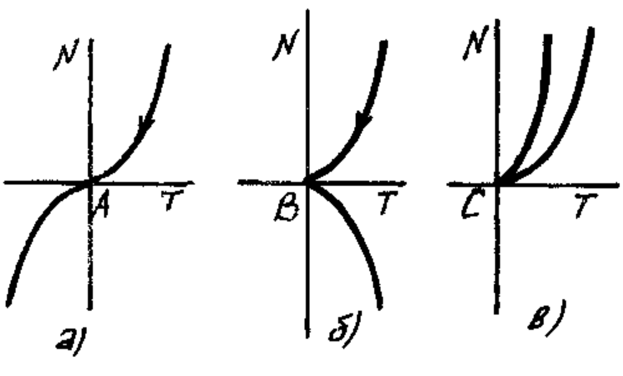


204-сүрөт

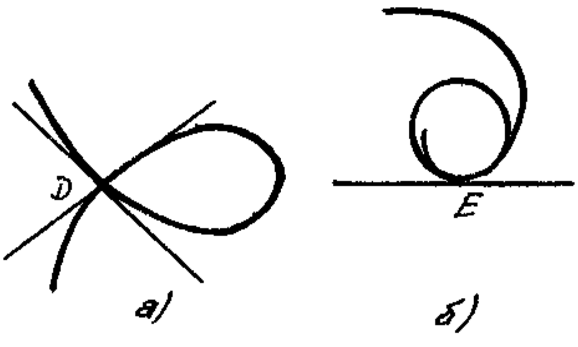


205-сүрөт

205-сүрөттө ийри сызыкка жаныган КТ түз сызыгы жана ага перпендикуляр абалда KN нормалы жүргүзүлгөн. Эгерде ийри сызыктын ар кандай участкасында (жеринде) жаныма менен нормалдын ушундай абалы кайталанса, анда мындай ийри сызыктарды кайкы (205а-сүрөт) (ичин көздөй чуңкурайган) же томпок (205б-сүрөт) ийри сызыктар деп атайбыз.



206-сүрөт



207-сүрөт

206-сүрөттө А чекити берилген ийри сызыктын ийилиш чекити болсо, В жана С чекиттери ийри сызыктын кайтарылган (кайткан чекиттери) болуп эсептелет. Бул учурда келген жана кайткан ийри сызыктар үчүн жаныма жалпы болот. В чекити ийри сызыктан кайтуу чекитинин биринчи түрү болсо, С чекити ийри сызыктын кайтуу чекитинин экинчи түрүнө кирет.

207а-сүрөттө көрсөтүлгөндөй ийри сызыктар өз ара кесилишип, бир эле чекиттен эки жанымага ээ болушса, мындай чекиттерди түйүн же өз ара кесилишүү чекити деп атайбыз.

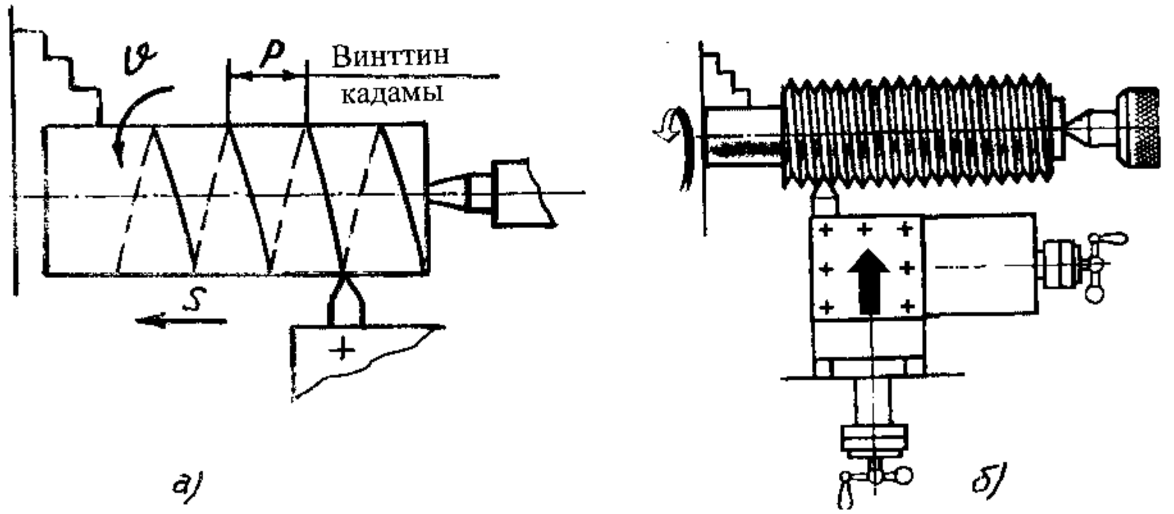
207б-сүрөттө ийри сызыктар өз ара кесилишип, бирок жалпы бир жанымага ээ болушса, анда мындай чекиттерди өз ара жанышуу чекиттери деп атайбыз. Мейкиндикте берилген тегиз ийри сызыктар ар кандай абалда жана ар кандай түзүлүштө болуусу мүмкүн. Тегиздикте жаткан ийри сызыктын негизги проекция тегиздиктериндеги проекциялары дагы ийри сызык болуп проекцияланышы мүмкүн. Эгерде ийри сызык жаткан тегиздик проекцияланууучу болсо гана анын негизги проекция тегиздиктеринин бириндеги проекциясы түз сызык болуп проекцияланант.

7.3. Мейкиндиктүү ийри сызыктар

Буга чейинки каралган тегиздиктүү ийри сызыктардын көпчүлүгү мейкиндиктүү ийри сызыктар болушу мүмкүн. Мисалга, 202-сүрөттө көрсөтүлгөн K жана K_1 чекиттеринин биригүүсүнөн KS_1 кесүүчүдөн мейкиндиктүү ийри сызыкка жаныган сызыкты алууга болот. Андан мейкиндиктүү ийри сызыктагы чекиттер ар кандай түрдө болушу мүмкүн. Эгерде тегиздиктүү ийри сызыктагы K чекити аркылуу жаныган KT жанымасына перпендикуляр бир гана KN нормалын жүргүзүү мүмкүн болсо, ушундай эле мейкиндиктүү ийри сызыкка чексиз бир канча нормал жүргүзүүгө болот (202-сүрөттөгү). Мындай номалдардын көптүгү мейкиндиктүү нормалга алып келет. Тегиздиктүү ийри сызыктар үчүн бир эле проекция жетиштүү болсо, мейкиндиктүү ийри сызыктардагы чекиттерди мүнөздөөдө жок дегенде эки проекциясын чиймеге түшүрүү сунушталат (196-197сүрөттөр). 196-197-сүрөттөрдө көрүнүп тургандай берилген ийри сызыктын горизонталдык проекциясында беттешкен же кош (жуп) чекиттер көрсөтүлсө, ийри сызыктын өзүндө мындай беттешкен чекиттер жок. Демек бул сүрөттө берилген ийри сызыкты мейкиндиктүү деп билебиз.Ушундай эле беттешкен чекиттер мейкиндиктүү ийри сызыктын фронталдык же берилген эки проекциясында тең ийри болуп калышы мүмкүн. 196-сүрөттө берилген ийри сызыктын горизонталдык жана фронталдык проекцияларында беттешкен чекиттер жок ошондуктан мындай ийри сызыктар тегиздиктүү болушат. Тегиздиктүү ийри сызыктар баардык чекиттери менен бир тегиздикте жатса, мейкиндиктүү ийри сызыктардын чекиттери бир канча тегиздиктерде жатуусу мүмкүн. Мейкиндиктүү ийри сызыктардын чекиттери жаткан тегиздиктердин көптүгү мейкиндикти берет.

7.4. Цилиндрдик жана конустук бурама сызыктар

Цилиндрдик бурама сызык деп- туруктуу жантаюуга ээ болгон мейкиндиктүү ийри сызыкты атайбыз. Эгерде токардык станокто резецтин (кескич аспап) учтуу учу цилиндр формасындагы тетиктин айлануусунда туруктуу ылдамдыкта бирдей аралыкка, анын огуна параллель багытта жылса, анда анын бетинде өзүнүн изин калтырат. Ошол из цилиндрдик бурама сызыкты берет (208-сүрөт).

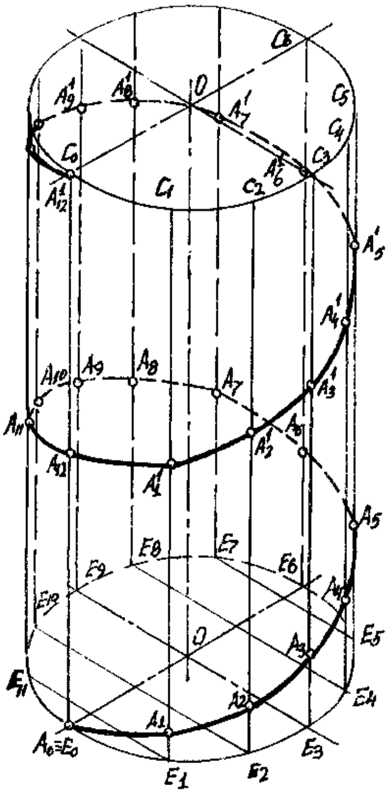


208-сүрөт

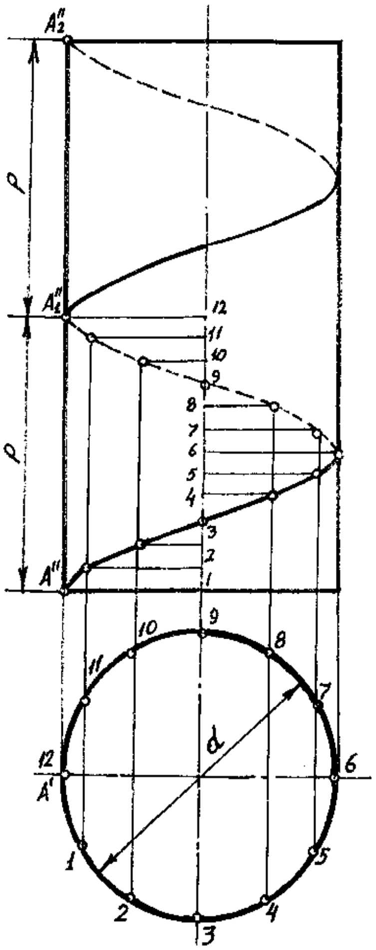
209-сүрөттө цилиндрдик бетте ЕС түзүүчүсүндө А чекитинен кыймыл баштаган цилиндрдик бурамалык сызыктын түзүлүшү көрсөтүлгөн. Бул учурда түзүүчүнүн бир канча абалы көрсөтүлгөн. E_0C_0, E_1C_1... E_5 C_5.. E_{12} C_{12}, E_0 E_1, E_1E_2.. жаасы өз ара барабар, алардын ар бири **$\pi d/n$** барабар мында d-берилген цилиндрдин диаметри, *n*-бөлүүнүн саны (196-сүрөттө n=12). Бурама сызыктын жылуу (кыймыл) чекити A_0,A_1,A_2, ж.б.у.с.

Эгерде E_0 C_0 абалынын түзүүчү E_1 C_1 абалына жылганда бурамалык сызык A_0 чекитинен A_1 чекитине көтөрүлөт. Көтөрүлүү жантаюсу E_1 A_1 кесиндисине барабар. Андан кийинки түзүүчүдөгү E_2 A_2 бийиктигине көтөрүлөт (E_2 A_2=$2E_1$ A_1 ж.б.у.с) калган винттик сызык толук бир айланганда E_0 A_{12} бийиутигине көтөрүлсө E_0A_{12} аралыгы $12E_1A_1$ге барабар болот (E_0A_{12}=$12E_1A_1$). А чекитинен кийинки айлануу түзүүчүсүндө винттик ийри сызыктын экинчи айлануусу пайда болгондугу 209-сүрөттө көрсөтүлгөн. A_0 жана A_{12} чекиттеринин арасындагы аралык бурамалык сызыктын кадамы (р) деп аталат. Кадам бул же тигил шартка байланыштуу тандалып алынат.

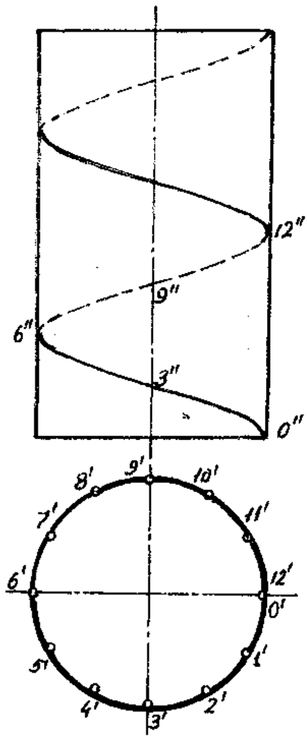
210-сүрөттө цилиндрдик бурама сызыктын эки проекциясы (горизонталдык жана фронталдык) көрсөтүлгөн. Мында алдын ала тик цилиндрдин негизи, айлана жана бураманын кадамы бирдей сандарга бөлүнгөн. 210-сүрөттө бөлүү саны n=12. Бураманын баштапкы А чекити A'жана A'' чекиттери менен белгиленген. Цилиндрдин огу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болгондуктан цилиндрдин огу горизонталдык цилиндрдик бурама сызыктын горизонталдык проекциясы түзүүчү цилиндрдин негизи менен беттешип айлана болуп проекцияланат. Ал эми фронталдык проекциясы 210-сүрөттө көрсөтүлгөндөй чекит цилиндрдик каптал бетинде бирдей бурчтагы жантаюда айлана белгилүү траекторияда жылып көтөрүлгөн ийри сызыктын сүрөттөлүшүн берет. Бул учурда бурама сызыктын фронталдык проекциясы синус-оидага окшош болот. Эгерде цилиндрдик бурама сызык баштапкы чекиттен сааттын жебесине каршы багытында буралып белгилүү бурчта жантайып пайда болсо оң бурама цилиндрдик сызык деп атайбыз (210-сүрөт). Эгерде ушундай эле цилиндрдик бурама сызык баштапкы чекиттен сааттын жебесинин багытында буралып түзүлсө, сол бурама цилиндрдик бурама деп атайбыз (211-сүрөт).Эл чарбасында цилиндрдик бурама сызыктар бир же бир канча сайлу (захдо) болушу мүмкүн. Эгерде цилиндрдик түзүүчү бетте бир бурама сызык болсо бир сайлу ал эми түзүүчү бетте бирдей өлчөмдө эки же андан көп бурама сызыктар болсо көп сайлу бурама сызыктар деп атайбыз.



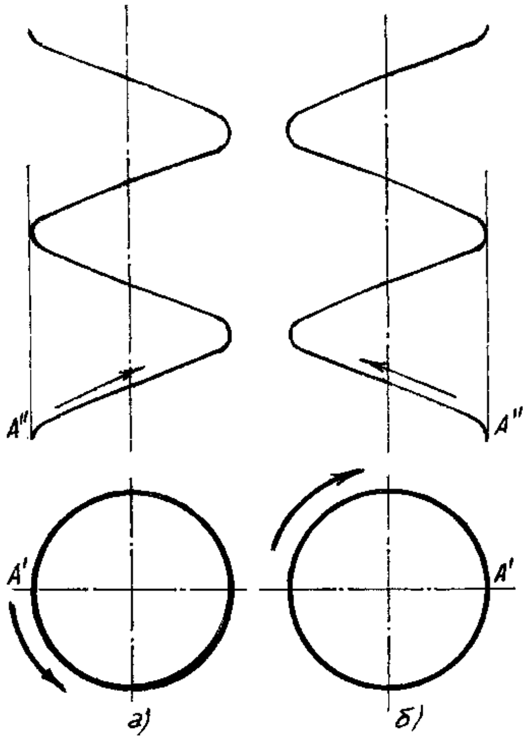
210-сүрөт



211-сүрөт



212-сүрөт



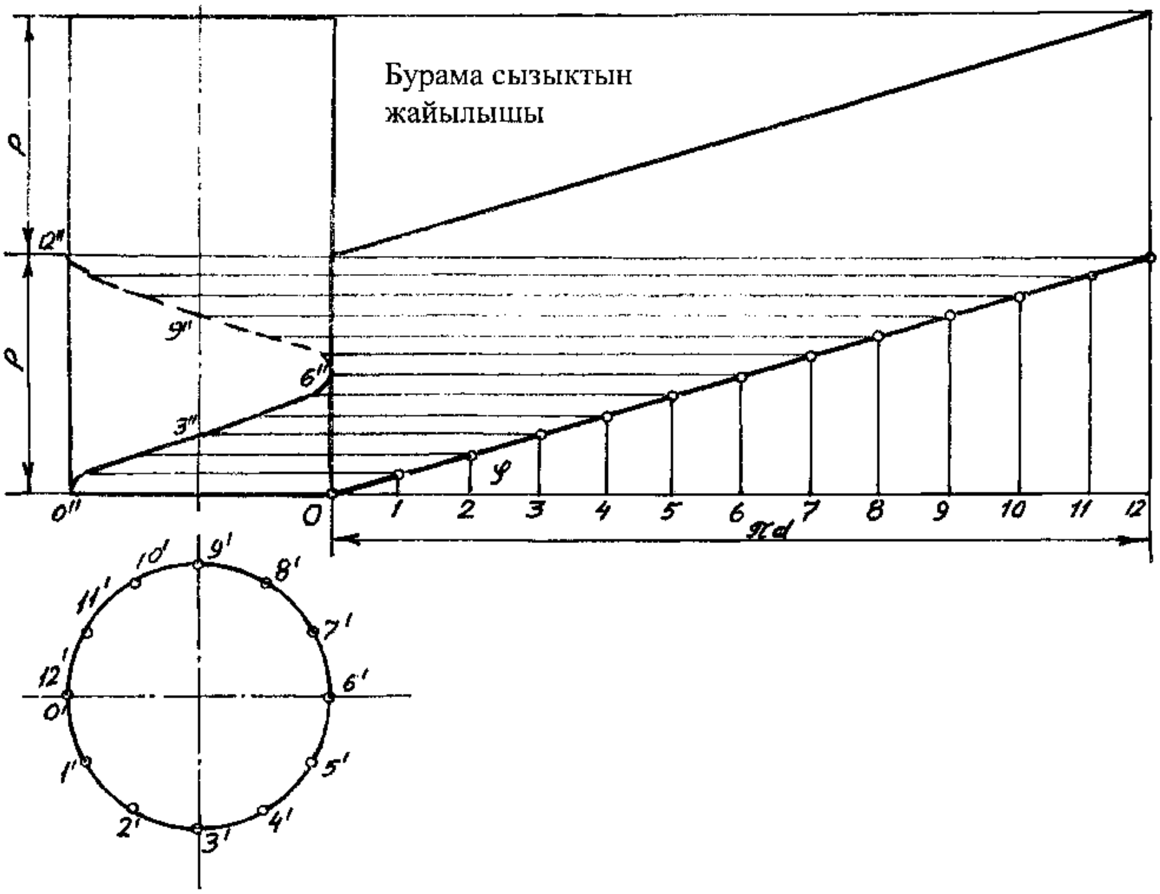
213-сүрөт

Эгерде цилиндрдик түзүүчү беттеги бурама сызыкта түзүүчү цилиндрдин контуру көрсөтүлбөсө бурама сызыктын горизонталдык жана фронталдык проекцияларында бурама сызыктын багыты жебе менен көрсөтүлөт.

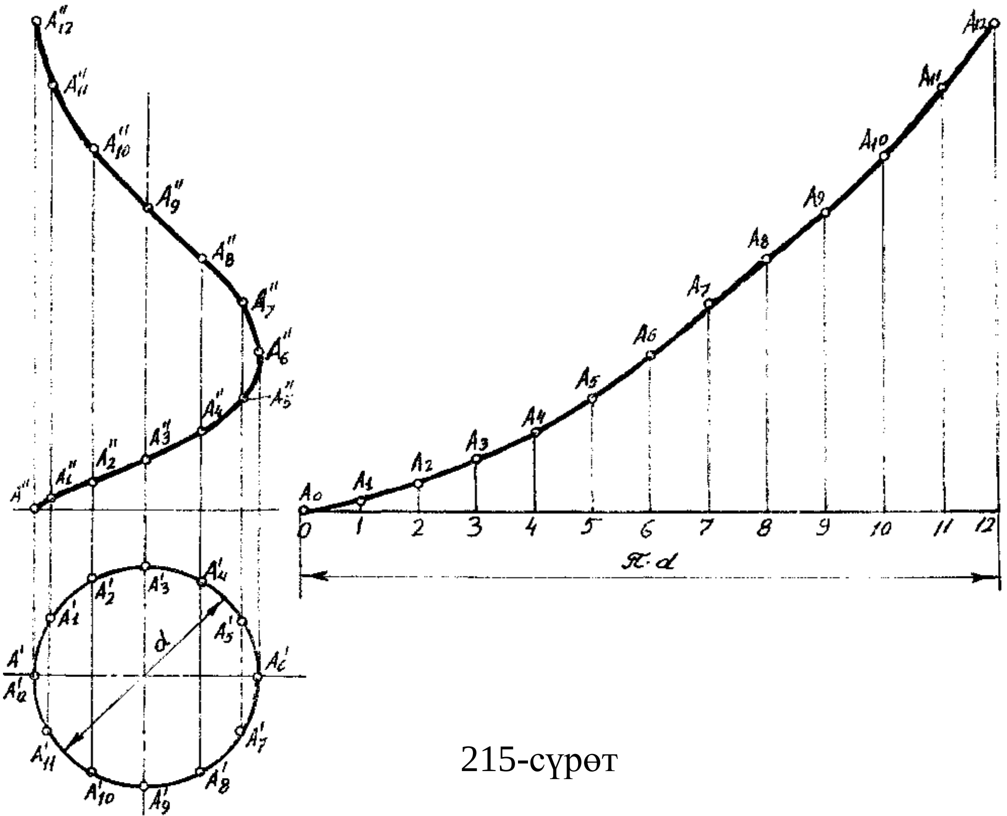
213а-сүрөттө оң ал эми 213б-сүрөттө сол бурама цилиндрдик бурама сызыктын кадамын, кээ бир учурларда ором деп атап койсо дагы болот. 214-сүрөттө цилиндрдик бурама сызыктын жайылышы көрсөтүлгөн. Сүрөттө бурама ар бир орому бурчуна жантайган кесинди катары берилген. 214-сүрөттө көрсөтүлгөндөй бурама сызыктын ар бир орому (кадамы) белгилүү бөлүккө бөлүнсө, анда цилиндрдик бурама сызыктын горизонталдык проекциясы болгон айлана дагы ошол эле бөлүккө бөлүнүп, ошол айлананын узундугу дагы ошондой бөлүккө бөлүнөт (биздин чиймеде n=12).Айлананын узундугу буга чейинки мектептеги курстагы геометрия сабагында каралгандай $\pi x d$ формуласы менен аныкталат.

Бурама сызыктын узундугу $L=\sqrt{\ } p^{2}+(\pi x d)$ чоңдугуна барабар болот. Бурама сызык түзүлгөн цилиндрдик беттеги бурама сызыктын φ бурчу бир эле диаметрде ар кандай чоңдукта болушу мүмкүн, ал берилген бурама сызыктын кадамынын чоңдугу канчалык чоң болсо, анын жантаюу φ бурчу дагы ошончолук чоң болот.

Бурама сызыктын тик өйдө көтөрүлүү **φ** бурчу $tg\varphi=p/\pi x d$- формасы менен аныкталат. Цилиндрдин бетинде бурама сызыктын башкача түрүн да кароого болот.



214-сүрөт



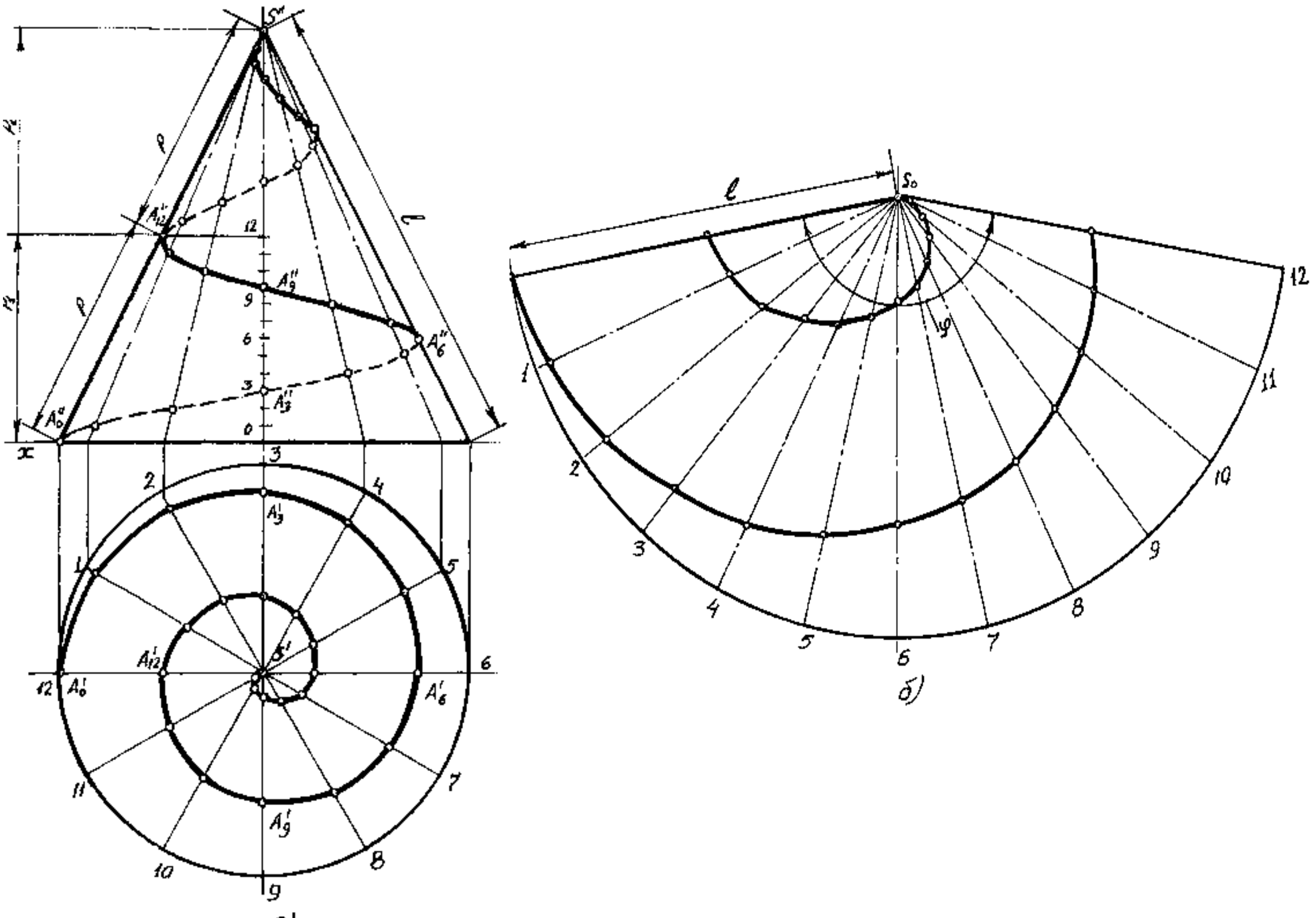
215-сүрөт

Эгерде цилиндрдик жумуру өзөктүн айлануу кыймылын туруктуу кармап, ал эми цилиндрдин бети боюнча кыймылда болгон чекитке улам ылдамдатылган кыймыл берсек, анда чекиттин цилиндрдин бетине калтырган изинин ором кадамдары дагы ар түрдүү болот (ором кадамы чоңоет).

Мындай ийри сызыктарды өзгөрүлмөлүү кадамга ээ болгон бурама сызыктар деп атайбыз. 215-сүрөттө цилиндрдик бетке түшүрүлгөн өзгөрүлмөлүү кадамга ээ болгон бурама ийри сызыктын чиймеси жана жайылмасы көрсөтүлгөн.

Эгерде чекит тик айлануу конусунун каптал бетин бойлото жылган бурчтук ылдамдыгы бир калыптагы ылдамдыкта болсо, анда чекиттин конустун түзүүчү каптал бетинде калтырган траекториясын конустук бурама сызык деп атайбыз (216-сүрөт). 216-сүрөттө конустук бурама сызыктын чиймеси жана жайылмасы көрсөтүлгөн.

Конустук бурама сызыктын фронталдык проекциясы, толкун чоңдуктары (узундуктары) улам азайып барган синусоида сызыгындай болот. Ал эми конустук бурама сызыктын горизонталдык проекциясы Архимед спиралындай сүрөттөлөт.



216-сүрөт

Конустун жайылмасын чиймеге тургузууда, конустун жайылмасын түзгөн сектордун *(φ)* бурчу $\varphi=360R/e$ формуласы менен аныктоо сунушталат.

Бул учурда:R-Конустун негизинин радиусу

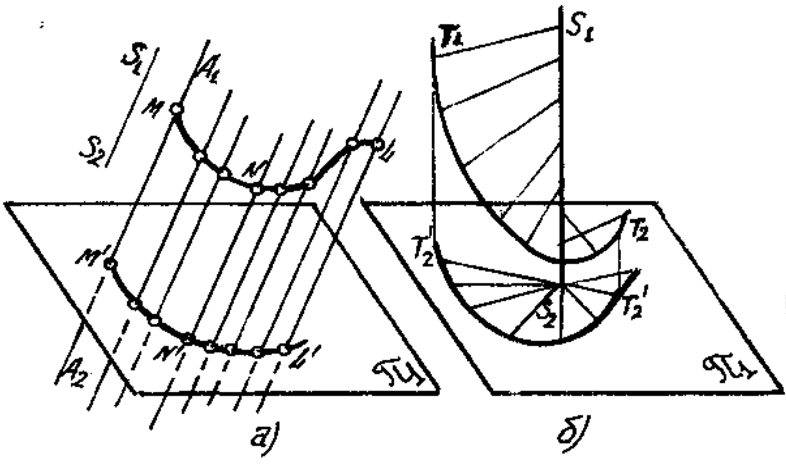
е-Конустун түзүүчүсүнүн узундугу

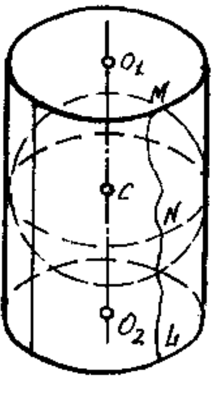
216б-сүрөттө конустун каптал бетинин түзүүчүсүн 12 тең барабар бөлүктөргө бөлүп, ошол 12 түзүүчүдөн конустук бурама сызыкты чектеген чекиттерди белгилеп, андан аларды удаалаш лекалалык сызгычтын жардамы менен туташтырып, берилген конустук бурама сызыктын жайылмасын алабыз.

7.4. Ийри беттер жөнүндө жалпы маалымат

Ийри бетти жакын же туташкан эки беттин аймагынын бөлүгү катары кабыл алууга болот. Сызма геометрия курсунда ийри бетти, кыймылдагы ийри сызыктын изи катары карайбыз. Ийри беттер мейкиндикте чексиз түрдө болуусу мүмкүн. Биз окууда алардын бир канча чектелген түрлөрүн гана карайбыз. Ийри беттерди мейкиндикте берилген ийри сызыктардын түзүүчүсү катары элестетүүгө болот.

Ийри беттер закон ченемдүүлүктөгү жана закон ченемсиздиктеги болуп бөлүнүшөт. Эгерде түзүүчүнүн кандайдыр закон ченемдүүлүктө үзгүлтүксүз кыймылын кинематикалык кыймыл ийри беттер, же кинематикалык ийрилер деп атайбыз.Демек кинематикалык бет деп кандайдыр сызыктын закон ченемдүүлүктөгү мейкиндиктеги кыймылын атайбыз.





217-сүрөт

218-сүрөт

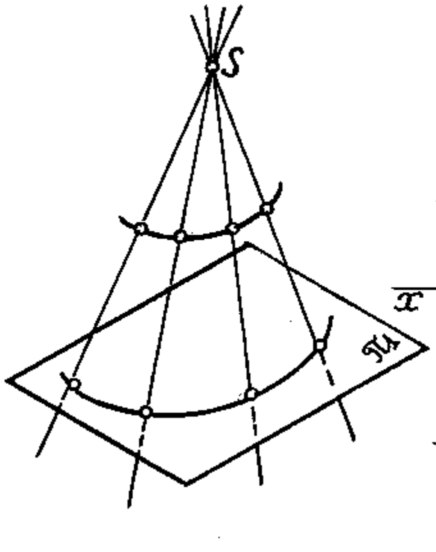
Эгерде ийри бет түз сызык аркылуу түзүлсө түз сызыктуу ийри беттер деп атоого болот. Түз сызыктуу ийри беттерди түз сызыктын мейкиндиктеги геометриялык оорду катары карайбыз.217а-сүрөттө S_1S_2 багытына параллель абалдагы A_1A_2 түз сызык түзүүчүсү аркылуу пайда болгон Ийри беттин пайда болушу көрсөтүлгөн. Бул чиймеде M,N,L, жылбаган түз сызыктарын багыттоочулар деп атайбыз.217б-сүрөттө туруктуу S_1S_2 түз сызыгында T_1T_2

ийри сызыгы боюнча пайда болгон ийри беттин проекция кандайдыр эркин π_0 проекция тегиздигиндеги проекциясы көрсөтүлгөн.

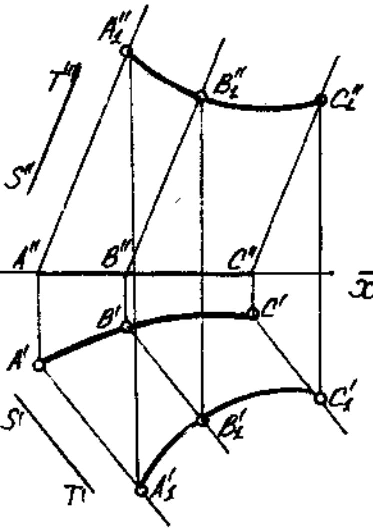
Эгерде ийри бетти түзүүчү түз сызыкка айлануу огуна параллель жайгашса, анда ал октун айланасында айлануу менен пайда болгон бетти цилиндрдик бет деп атайбыз.

Ар кандай сызыктын ар кандай шартта жылуусунда бирдей эле ийри бет пайда болушу мүмкүн. Мисалга тик цилиндрдик бетти кандайдыр A_1 A_2 түзүүчү сызыктын жылуусу менен алсак (218-сүрөт), ушундай эле цилиндрдик бетти кандайдыр айлананы O_1 O_2 түз сызыгы боюнча жылдыруу менен дагы алууга болот. Эгерде O_1 O_2 түз сызыгынан баардык чекиттери бирдей аралыкта жайгашса M N L ийри сызыгын түзүүчү катары O_1 O_2 түзүүнүн айланасында айландырсак дагы жогорудагыдай тик цилиндр пайда болот. Борбору O_1 O_2 түзүндө C чекити болгон сфераны O_1O_2 түз сызыгы боюнча жылдырсак, диаметрине барабар болгон тик цилиндрдин каптал бети түзүлөт.

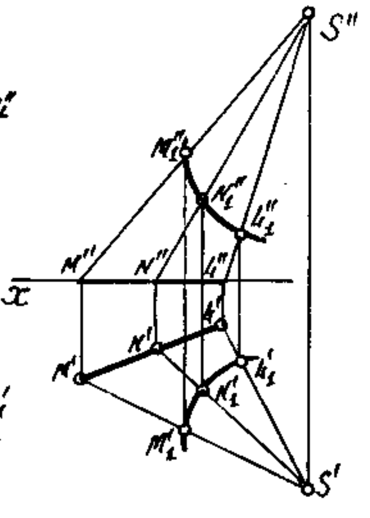
Демек цилиндрдик бет, баардык абалында берилген түз сызыкка параллель жана түзүүчүнүн баардык чекиттери аркылуу өткөн түз сызыктардын көптүгү катары кароого болот (217-сүрөт).



219-сүрөт



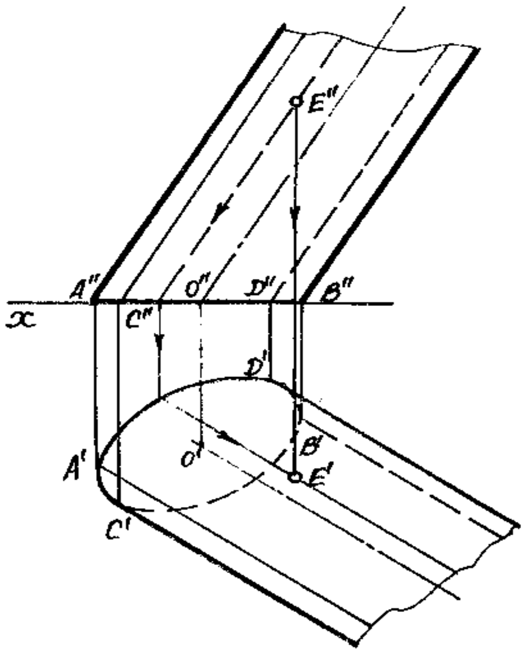
220- сүрөт



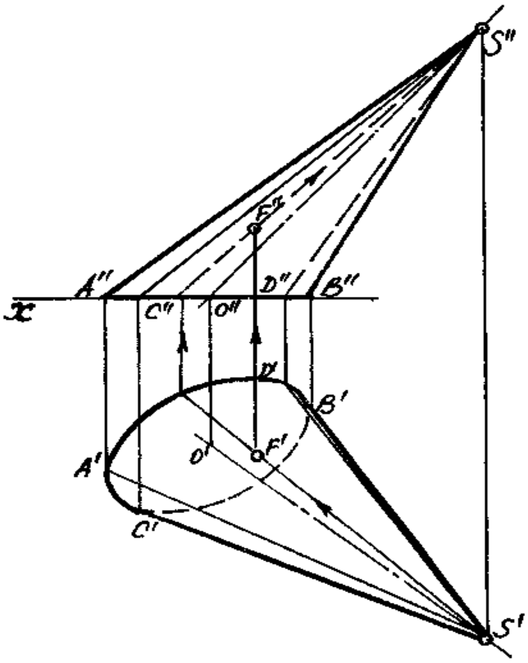
221-сүрөт

Кандайдыр ийри сызыктын баардык чекиттери аркылуу өткөн жана туруктуу бир чекит аркылуу өткөн түз сызыкта пайда болгон бетти конустук бет деп атайбыз. Туруктуу S чекиттин конустук беттин чокусу деп атайбыз (219-сүрөт).

Эгерде S чекитин чексиздикке алыстатсак (обочолонтсок, анда конустук бет цилиндрдик бетке айланат). Цилиндрдик жана конустук беттер проекция тегиздиктери менен кесилишсе, ошол проекция тегиздигинде сызык пайда болот, ал сызыктарды беттин издери деп атайбыз.220-сүрөттө A_1 B_1 C_1 багыттоочулары аркылуу, ST багыты менен цилиндрдик бет берилсе, 221-сүрөттө A_1 N_1 L ийри багыттоочулары жана S чокусу аркылуу берилген конустук бет көрсөтүлгөн. Цилиндрдик жана конустук беттердин очеркин тургузуу үчүн, ар бир проекция тегиздигинде, берилген беттердин сүрөттөлүшү жайгашкан чектелген түзүүчүнү белгилеп алуу сунушталат. 208-сүрөттө цилиндрдик беттин фронталдык проекциясы A″,A′ жана B″,B′ чекиттери аркылуу чектелсе, горизонталдык проекциясы C″,C′ жана D″,D′ чекиттери эки



222-сүрөт



209-сүрөт

проекциясын тең SB чекиттери чектеген. Жогорудагы конустук жана цилиндрдик беттин издерин чектеген чекиттер, берилген беттердин түзүүчүлөрүндө жатат (таандык) 222-сүрөттө көрсөтүлгөн E чекити цилиндрдик бетте жатса, 223-сүрөттө F чекити конустук бетте жатат.

Текшерүүчү суроолору

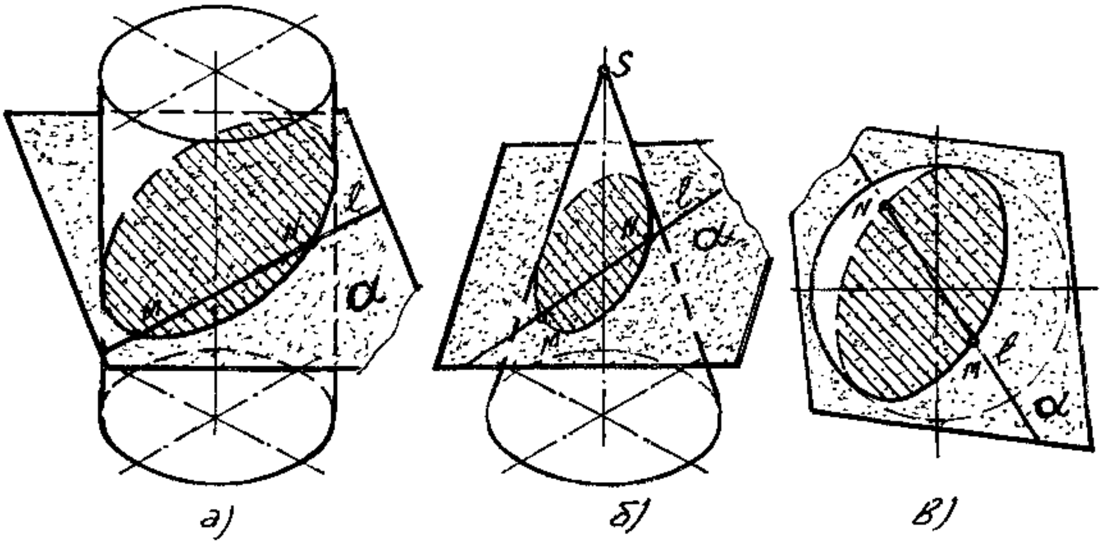
1. Ийри сызыктарды кандайча алабыз?
2. Ийри сызыктар түзүлүшү боюнча кандай түрлөргө бөлүнөт?
3. Кандай ийри сызыктар тегиздиктүү ийри сызыктар болушат жана алар чиймеде кандай сүрөттөлөт?
4. Мейкиндиктүү ийри сызыктар деп кандай сызыктарды айтабыз?
5.Закон ченемдүү ийри сызыктарды атагыла.
6. Бурама ийри сызыктарды кандайча түшүнөсүңөр?
7. Цилиндрдик жана конустук ийри беттердин айырмасы эмнеде жана алар чиймеде кандай айырмаланат?
8. Ийри беттер кандайча пайда болот?
9. Цилиндрдик ийри бетти кандай жолдор менен алууга болот?

8.Көлөмдүү ийри беттердин тегиздик жана түз сызык менен кесилиши

8.1. Ийри беттердин жеке абалдагы тегиздиктер менен кесилиши

Ар кандай ийри беттер менен жалпы же жеке абалдагы тегиздиктердин кесилишүүсүндө тегиз ийри сызыктар пайда болоорун далилдөөсүз эле айтууга болот. Анткени кесилишүүдө пайда болгон тегиз ийри фигура ийри беттерди кескен тегиздикте жатат.

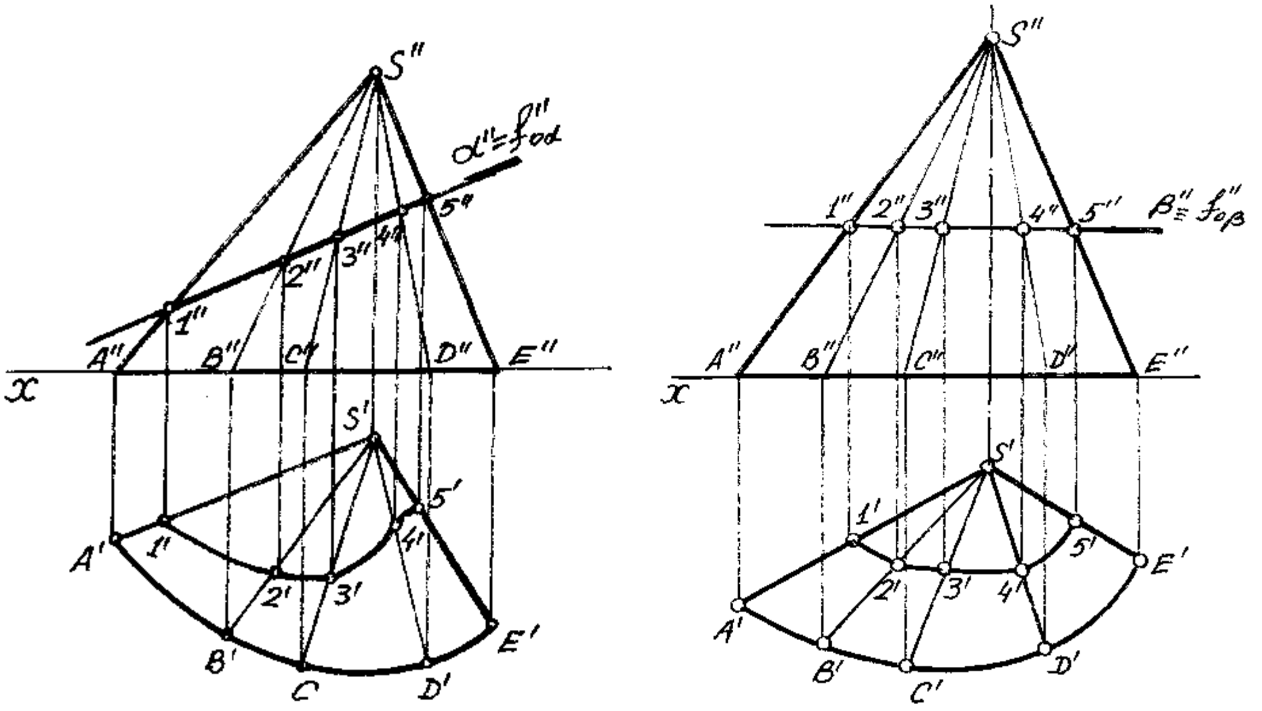
224-сүрөттө цилиндр,конус жана сферанын α тегиздиги менен кесилиштирсек, кесилиште пайда болгон тегиз ийри фигура α тегиздигинде жатаары белгилүү.



а)   б)   в)

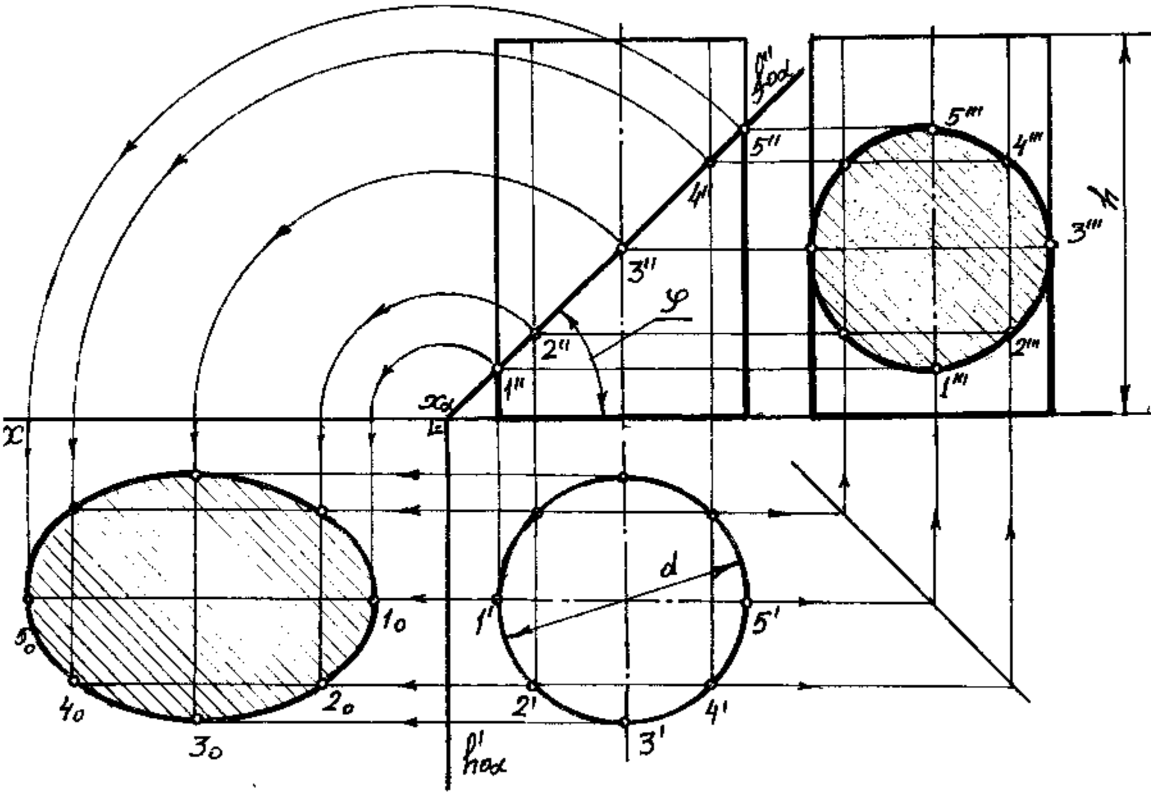
224-сүрөт

Ийри беттер менен ар кандай абалдагы тегиздиктердин кесилиш сызыгын табууда, кесилишти чектеген чекиттерди беттин түзүүчүлөрү менен берилген тегиздиктин кесилиш чекиттеринен аныктайбыз. Мындай чийме маселелерди аткарууда түз сызык менен тегиздиктердин кесилиш чекитин аныктоону жетекчиликке алабыз. 225-сүрөттө S чекити жана ACE чекиттери чектеген ийри сызык аркылуу берилген конустук бет менен фронталдык-проекцияланууччу α тегиздигинин кесилишин чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн. Кесилиш сызыктын болуусу үчүн S чекитинен кошумча SB, SD жана SF түзүүчүлөрү жүргүзүлгөн. Берилген тегиздик фронталдык (π_2) тегиздигине перпендикуляр жайгашкандыктан кесилиште пайда болгон тегиз ийри сызыктын фронталдык проекциясы менен беттешип, берилген конустук беттин түзүүчүлөрүнүн фронталдык проекциялары (A″S″, B″S″,C″S″,D″S″,E″S″) менен берилген кесүүчү тегиздиктин фронталдык проекциясынын кесилишинде жатса, кесилиштин горизонталдык проекциясын конустук беттин дал келген түзүүчүлөрүнө байланыштыруучу сызыкты жүргүзүү менен аныктайбыз.



225-сүрөт

225-сүрөттө(оң жакта) конустук бет менен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигинин денгээлиндеги (горизонталь) **β** тегиздигинин кесилиши чиймеде көрсөтүлгөн.



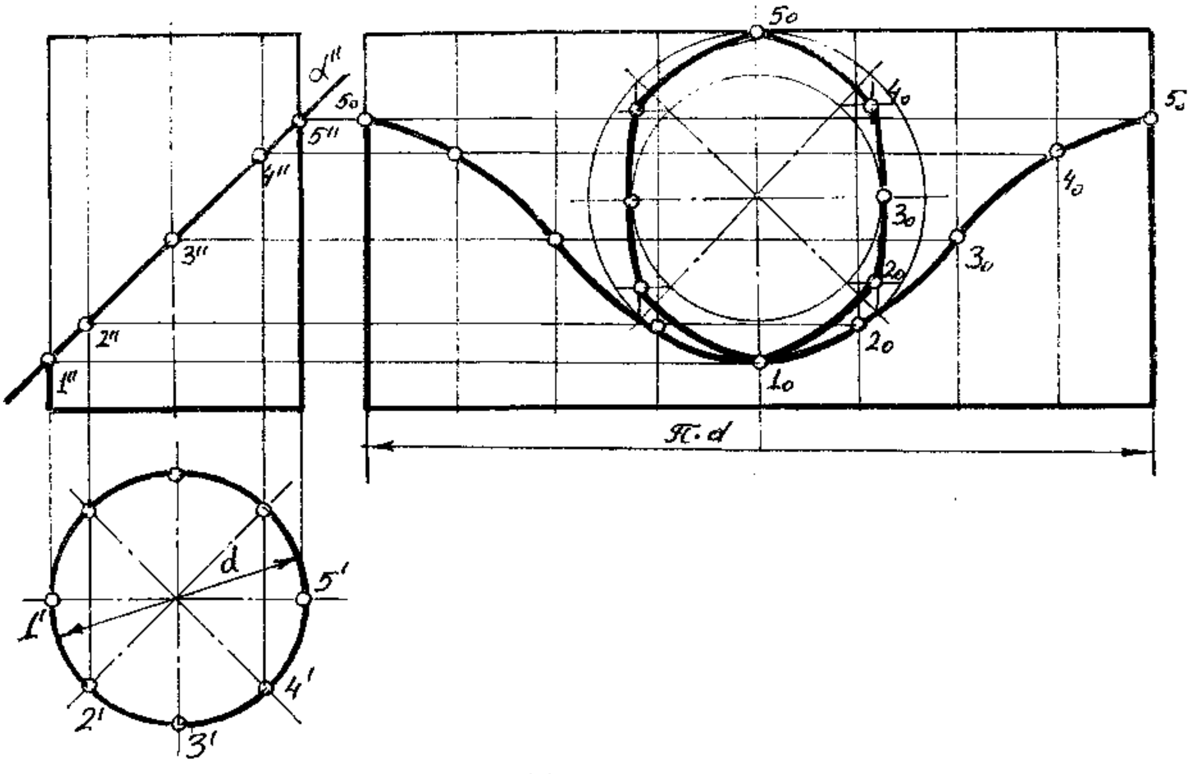
226-сүрөт

226-сүрөттө тик цилиндрдин фронталдык проекциялануучу α тегиздиги менен кесилиши көрсөтүлгөн. Бул чиймеде кесилишти чиймеге тургузууда горизонталдык проекциялануучу түз сызык менен фронталдык-проекциялануучу тегиздиктин кесилиш чекитин чиймеге тургузууну жетекчиликке алабыз.

Анткени 226-сүрөттө цилиндрдин каптал түзүүчүлөрү горизонталдык (π_1) тегиздигине перпендикуляр жайгашкан. Кесилиште пайда болгон тегиз фигура фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр абалда эллипс пайда болсо, эллипстин кичине диаметри берилген цилиндрдин диаметрине барабар болсо, чоң диаметри цилиндрди кескен тегиздиктин анын айлануу огуна жантайган бурчуна байланыштуу. Канчалык жантаю бурчу чоң болсо, кесилиште пайда болгон эллипстин диаметри ошончолук чоң болот.

Кесилиште пайда болгон фигуранын чыныгы чоңдугун проекцияны өзгөртүп түзүүнүн тигил же бул ыкмасы менен аныктоо сунушталат. 226-сүрөттө кесилиште пайда болгон эллипстин чыныгы чоңдугун беттештирүү ыкмасы менен аныкталган.

226-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын фронталдык проекциясы берилген цилиндрдин негизинин диаметринин чоңдугуна барабар чоңдуктагы айлана болуп проекцияланат. Кесилиш контурун чиймеге тургузуу үчүн байланыштыруучу сызыктардын жардамы менен эллипстин профилдик проекциясы чиймеге тургузулат.



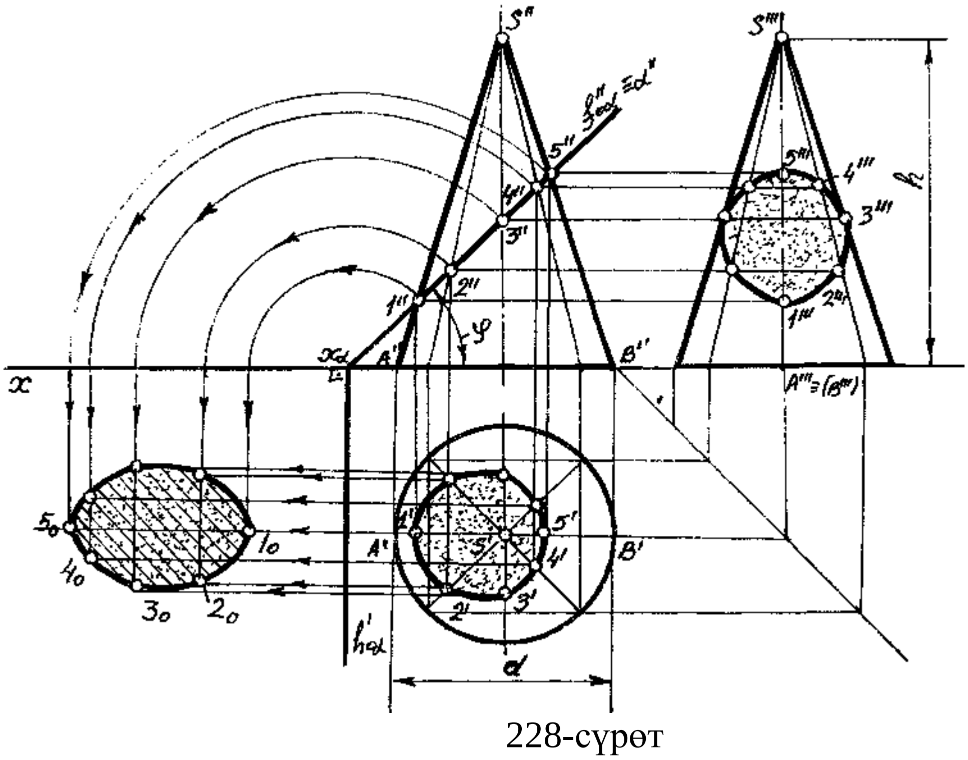
227-сүрөт

Жогоруда сүрөттө көрсөтүлгөндөй берилген цилиндр кандай абалда жайгашпасын, анын жеке абалдагы тегиздиктер менен кесилишкенде кесилиш фигуранын чиймеси берилген ийри беттин түзүүчүлөрү аркылуу тургузулат.

227-сүрөттө көрсөтүлгөн фронталдык проекциялануучу α тегиздиги кесилишкен тик цилиндрдин жайылмасы көрсөтүлгөн. Цилиндрдин жайылмасын чиймеге тургузууда призманын жайылмасын чиймеге тургузууну жетекчиликке алып, анын каптал бетинин жайылмасынын негизинин берилген цилиндрдин негизинин диаметринин узундугу $\boldsymbol{\pi.d}$ формуласы менен аныкталып чийилет.

Конус менен жеке абалдагы (проекциялануучу) тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууда, пирамида жана түз сызыктар менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууну жетекчиликке алабыз. Бул учурда жогоруда белгиленгендей кесилишти чектеген чекиттерди конустун каптал түзүүчүлөрүнөн аныкталат (228-сүрөт).

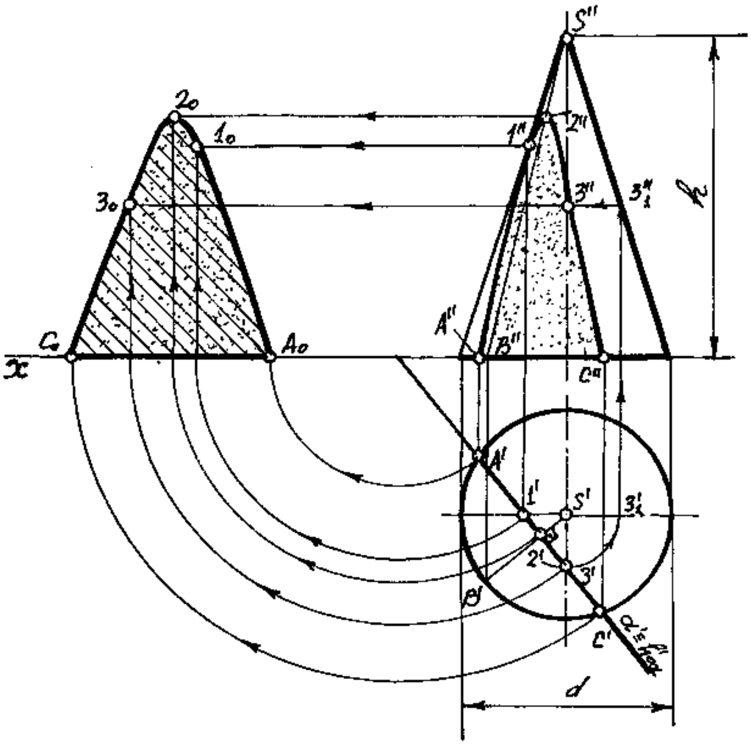
228-сүрөттө тик конус менен фронталдык проекциялануучу $(\alpha\perp\pi_2)$ α тегиздигинин кесилиши чиймеде көрсөтүлгөн. Мында кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын фронталдык проекциясы, берилген тегиздиктин фронталдык проекциясы менен беттешип түз сызык болуп проекцияланат, калган горизонталдык жана профилдик проекциясы байланыштыруучу сызыктардын жардамы менен тургузулган. Конустун BS жана DS түзүүчүсүндөгү кесилишти чектеген чекиттердин горизонталдык проекциясы. Жардамчы кесүүчү α тегиздигинин $(\alpha||\pi_1 \wedge \alpha\perp\pi_2)$ жардамы менен же үчүнчү профилдик проекциясы аркылуу аныктоого болот.



228-сүрөт

Эгерде конус менен горизонталдык проекциялануучу тегиздик кесилишсе, анда кесилишти чектеген чекиттери жогорудагыдай эле конустун каптал түзүүчүлөрүнөн аныкталат (229-сүрөт). 229-сүрөттө тик конус менен горизонталдык проекциялануучу α $(\alpha\perp\pi_1)$ тегиздигинин кесилиши көрсөтүлгөн. Кесилиштеги эң жогорку чекитти аныктоодо, берилген α

тегиздигине перпендикуляр абалдагы түзүү алынат.($SB \equiv S'B' \perp \alpha \equiv h'_0\alpha$). Берилген α тегиздиги горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болгондуктан, кесилиште пайда болгон тегиз фигура көмкөрүлгөн пароболадай болот, демек кесилиштин эки чекитин А жана С чекиттери конустун негизинде жатат. Кесилишти чектеген чекитти жогоруда 227-сүрөттө көрсөтүлгөн ыкмалар менен аныкталат.



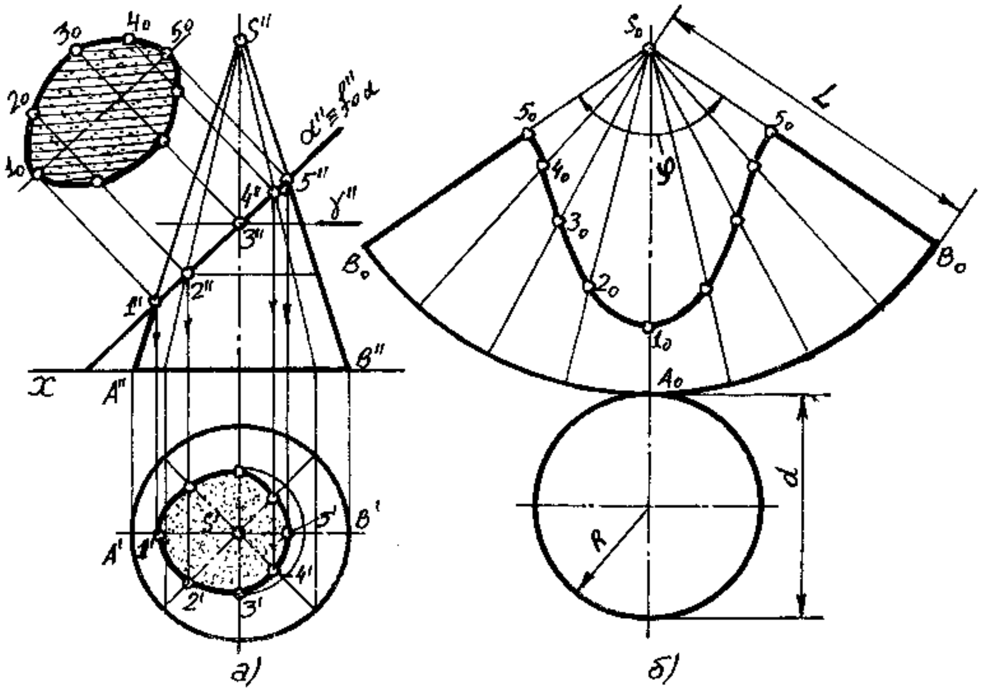
229-сүрөт

Горизонталдык проекцияланууучу тегиздик берилген тик абалдагы конустун чокусу S чекити аркылуу кесип өтсө анда кесилиште пайда болгон тегиз фигура тең капталдуу үч бурчтукту берет. Бул учурда үч бурчтуктун негизи конустун негизинин диаметрине барабар болот.

Эгерде жантайган цилиндр жеке абалдагы тегиздик менен кесилишсе, жантайган призма менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин жетекчиликке алып, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын проекциялары аныкталат. Ал эми жантайган конус менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууда жантайган пирамида менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууну жетекчиликке алуу сунушталат.

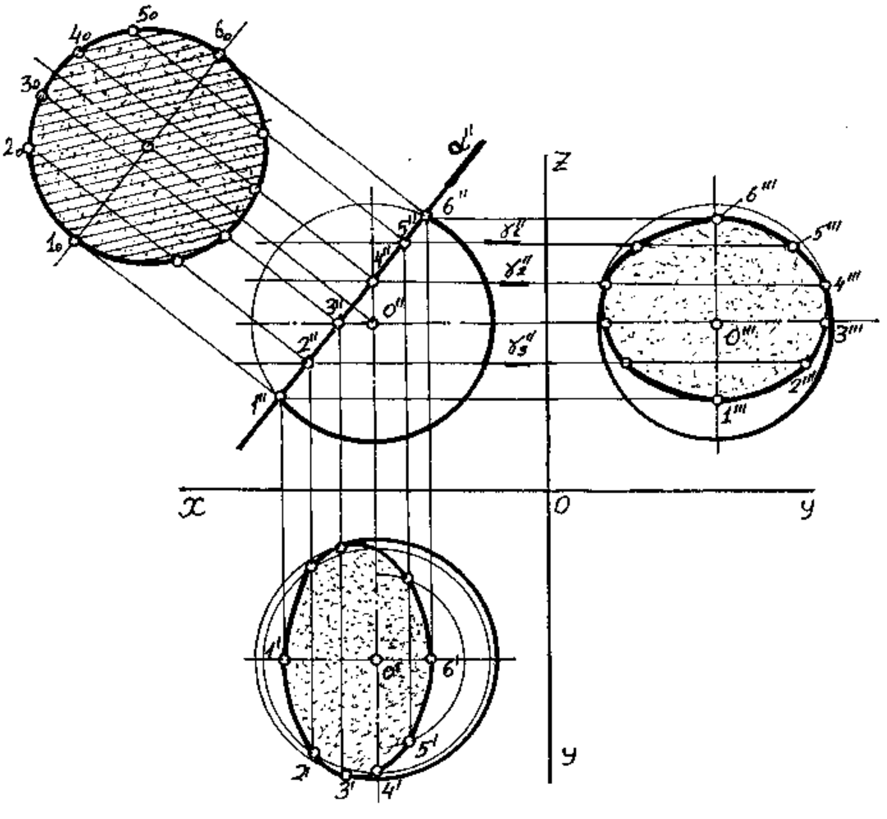
Конустун жайылмасын чиймеге тургузууда, конустун каптал бетинин жайылуусу кандайдыр айланган секторун берет. Бул учурда сектордун φ бурчу $\varphi=360/RL$ формуласы менен аныкталат. Бул учурда R-конустун негизинин диаметринин радиусу; L-конустун түзүүчүсүнүн узундугу.

Конустун кесилишиндеги кесилишти чектеген чекиттерди конустун түзүүчүсүнүн чыныгы чоңдугунан аныктап, андан соң аларды туташтыруу менен алабыз. 230-сүрөттө, 228-сүрөттө көрсөтүлгөн фронталдык проекцияланууучу тегиздик менен кесилишкен тик конустун жайылмасы көрсөтүлгөн.



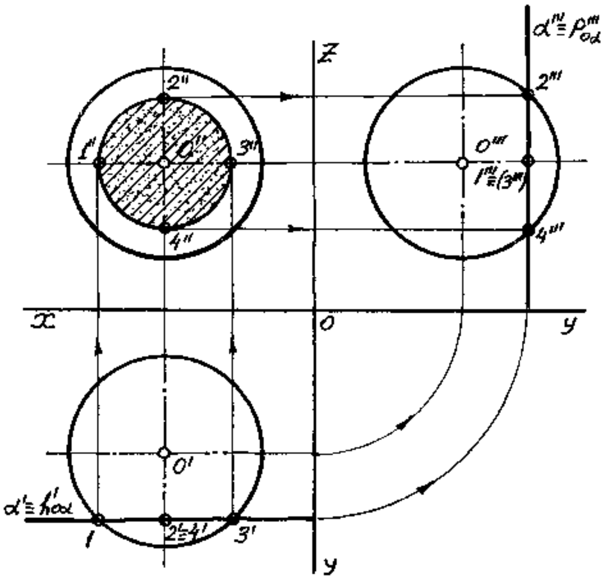
230-сүрөт

Сфералык бет менен ар кандай абалдагы тегиздиктин кесилишүүсүндө пайда болгон тегиз фигура айлананы берет. Ал эми алардын чиймеде сүрөттөлүшү кескен тегиздиктин проекция тегиздиктерине салыштырмалуу абалына жараша сүрөттөлөт(231-сүрөт).



231-сүрөт

Эгерде кесип өткөн тегиздик проекциялануучу (проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр абалда) болсо, анда бир проекциясы түз сызык болуп проекцияланып калган проекциясы чиймеде эллипсти берет. Мисалга кесүүчү α тегиздигин фронталдык проекциялануучу ($\alpha \perp \pi_2$) абалда жайгашса, анда айлананын фронталдык проекциясы түз сызык болуп проекцияланып, калган горизонталдык жана профилдик проекциялары эллипс болуп проекцияланат (231-сүрөт).Ушундай эле сфера менен кесилишкен α тегиздиги фронталдык проекция тегиздигинин деңгээлинде жайгашса ($\alpha // \pi_2 \wedge \alpha \perp (\pi_2 \wedge \pi_3)$), анда кесилиште пайда болгон айлананын фронталдык проекциясы өзүнүн чыныгы чоңдугуна барабар болгон чоңдуктагы айлана болуп проекцияланса, калган горизонталдык жана профилдик проекциялары түз сызык болуп проекцияланат (232-сүрөт).



232-сүрөт

Эгерде сфералык бетти кескен мейкиндик тегиздиги горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашса, анда кесилиште пайда болгон айлана дагы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель болот.

Сфералык бет жайылбоочу беттердин курамына кирет. Ошондуктан сферанын бети жакындатылган түрдө жаюуга болот. Мындай шарттуу жакындатылган жайылманы төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат (233-сүрөт).

1) Сфералык беттин болжолдуу жайылмасын тургузуу үчүн, сфера меридиандары боюнча кошумча тегиздиктер менен кесебиз жана сфераны он эки бөлүккө бөлөбүз.

(Чийме чаташып кетпөө максатында сфераны он эки бөлүккө бөлүнгөн фронталдык проекциясы чиймеде көрсөтүлбөгөн).

2) Сфераны шарттуу түрдө он эки бөлүккө бөлгөндө пайда болгон айлананын жаасынын горизонталдык (π_1) проекция тегиздигинде түз сызык менен алмаштырабыз (мисалга K′6′L′ жаасын M′N′ түзү менен алмаштырылган).

3) Сферанын ар бир бөлүнгөн бөлүгү айлануу огунун тегерегинде пайда болгон цилиндрдик бет менен алмаштырылат (цилиндрдик беттин радиусу сфералык беттин радиусуна барабар болот).

4) 0″6″0″1 жаасын тең барабар бөлүктөргө бөлөбүз 219-сүрөттө 0″6″ жаасы алты бөлүккө бөлүнгөн, мында 0″1″=1″2″=2″3″=3″4″=4″5″=5″6″).

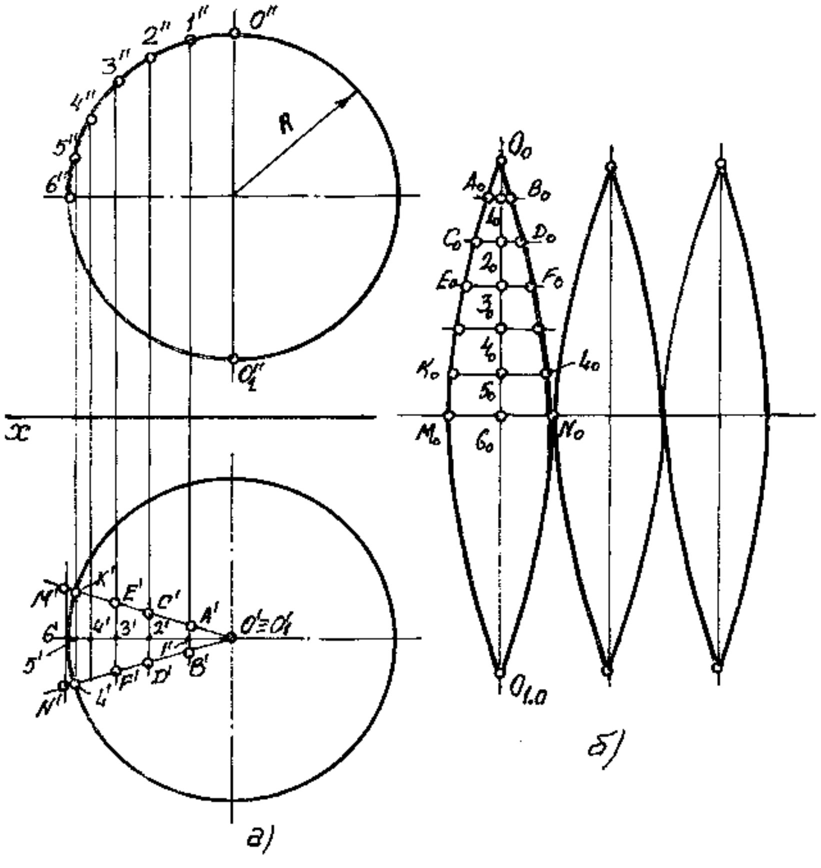
5) Сферадагы цилиндрдик беттин түзүүчүсүнүн фронталдык проекциясынан 1″,2″ ж.б. чекиттерди алып, анын огуна параллель абалдагы M′N′ кесиндисине параллель A′B′, C′D′ ж.б. кесиндилеринин горизонталдык проекцияларын тургузабыз.

6) M_0 жана N_0 чекиттери аркылуу өткөн түз сызык жүргүзөбүз, мында M_0 N_0=M′N′ болот, M_0 N_0 кесиндисинин тең ортосунан перпендикуляр түз сызык жүргүзөбүз.

7) Жүргүзүлгөн перпендикуляр менен M_0 N_0 кесиндиси менен кесилишкен чекитин 6_0 чекити менен белгилеп 6_0 чекитинен 6_0 O_0 жана 6_0 $O_{1.0}$ аралыктарын ченеп коебуз. 6_0O_0 жана $6_0O_{1.0}$ аралыгы сферанын диаметринин жайылышынын төрттөн бир бөлүгүнө барабар болот (6_0 O_0=$6_0O_{1.0}$=π.d/4).

8) Ошол 6_0 O_0 кесиндиси 0″1,1″2″ 2″3″...5″6″ жаасына барабар аралыктарына бөлүнүп 1_0,2_0...6_0 чекиттери менен белгилеп, ошол чекиттер аркылуу M_0N_0 кесиндисине параллель деп A_0B_0=A′B′, C_0D_0=C′D′ ж.б. аралыгын ченеп коебуз.

9) O_0, A_0, C_0,... M_0 жана O_0, B_0, D_0,... N_0 чекиттерин лекалалык сызгычтын жардамы менен туташтырабыз.



233-сүрөт

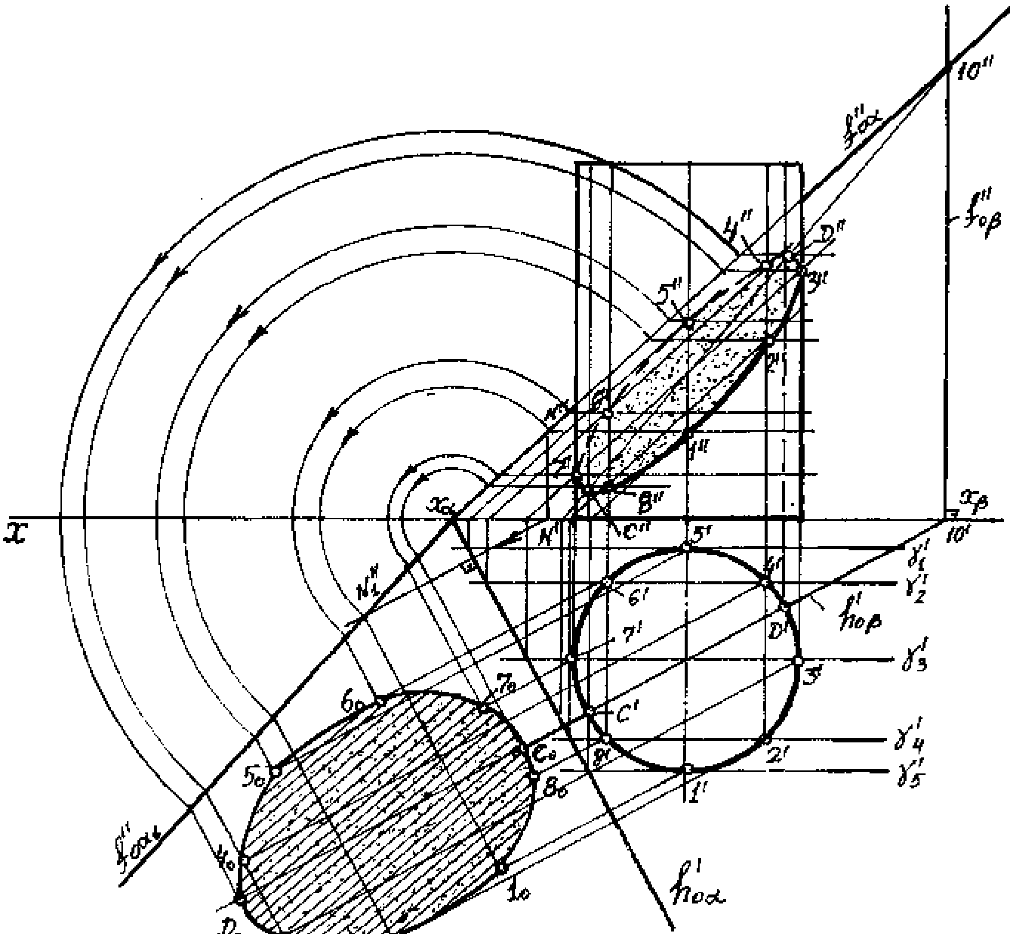
Жыйынтыкта жакындатылган (болжолдуу) сферанын он экиден бир тилкесинин жайылмасын чиймеге тургузган болобуз. 233б-сүрөттө сферанын төрттөн бир бөлүгүнүн жакындатылган жайылмасы көрсөтүлгөн.

8.2. Ийри беттердин жалпы абалдагы тегиздиктер менен кесилиши

Ийри беттердин жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишүүсүндө,контуру ийри сызык болгон жалпы абалдагы тегиз фигура пайда болот. Анткени кесилишүүдө пайда болгон фигура берилген кесүүчү тегиздикте жатат.

Ийри беттердин жалпы абалдагы тегиздиктер менен кесилиш сызыгын чиймеге тургузууда түз сызык менен жалпы абалдагы тегиздиктердин кесилиш чекитин аныктоону жетекчиликке алып, кесилиштин контурун чектеген чекиттерди берилген тегиздик менен ийри беттердин түзүүчүлөрүнөн аныктайбыз.

Цилиндрдин жана конустун түзүүчүлөрү түз сызык болоору жогоруда каралган темалардан белгилүү



234-сүрөт

Мисалга; тик абалдагы (тикесинен жайгашкан) цилиндр менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузуу төмөндөгү тартипте аткарууну сунуштайбыз (234-сүрөт).

1) тикесинен жайгашкан цилиндрдин айлана болуп проекцияланган, горизонталдык проекциясын сегиз тең барабар бөлүктөргө бөлөбүз. (Мындай учурда айлананы он эки (12) тең бөлүккө бөлүүгө да болот).

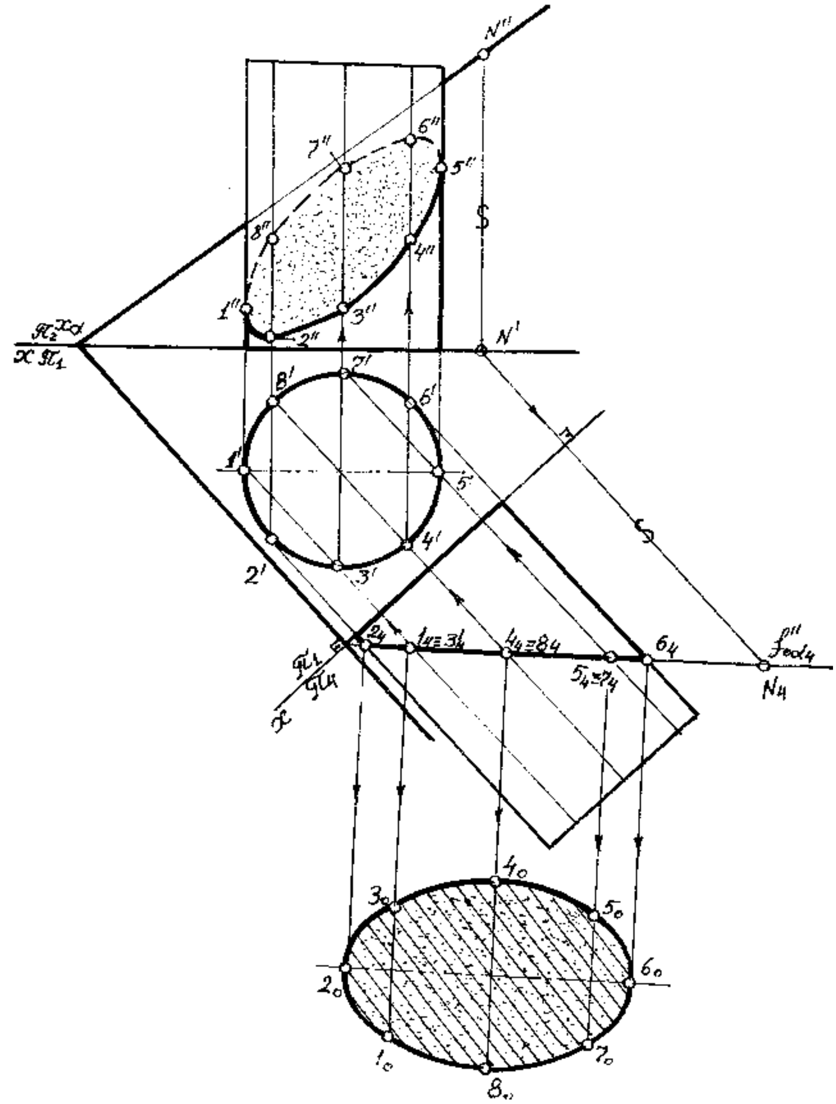
2) Берилген цилиндрдин огу аркылуу берилген α тегиздигине перпендикуляр абалдагы горизонталдык проекциялануучу β ($\beta\perp\pi_1\wedge\beta\perp\alpha$) тегиздигин жүргүзүп, β тегиздигинде жаткан түзүүчүлөрдүн кесилиштин эң жогорку жана төмөнкү CD чекиттерин аныктайбыз (ал чекиттер түзүүчүлөр менен α жана β тегиздиктеринин кесилиш сызыгынын кесилиш чекиттеринде болот. Мындай учурда α тегиздигине перпендикуляр β тегиздиктеринин горизонталдык издери өз ара перпендикуляр болот ($h'_{0\beta}\perp h'_{0\alpha}$).

3)Цилиндрдин горизонталдык проекциясын сегизге бөлгөн чекиттери аркылуу өткөн кесүүчү фронталь (фронталдык проекция тегиздигинин деңгээлиндеги) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,$ жана α_5 тегиздиктерин жүргүзөбүз (γ_1, γ_2, γ_3, $\gamma_4\wedge\gamma_5$)$||$ $\pi_2\wedge$ ((γ_1, γ_2, γ_3, $\gamma_4\wedge\gamma_5\perp\pi_1$)).

4)Кесүүчү γ_1, γ_2, γ_3, γ_4, жана γ_5 тегиздиктер менен берилген жалпы абалдагы α тегиздигинин кесилиш сызыктарын тургузуп, ошол кесилиш сызыктар менен цилиндрдин дал келген түзүүчүлөрүнүн кесилиш чекиттеринен, цилиндр менен α тегиздигинин кесилишинин контурун чектеген калган M,N,L,K,E,F чекиттерин аныктайбыз.

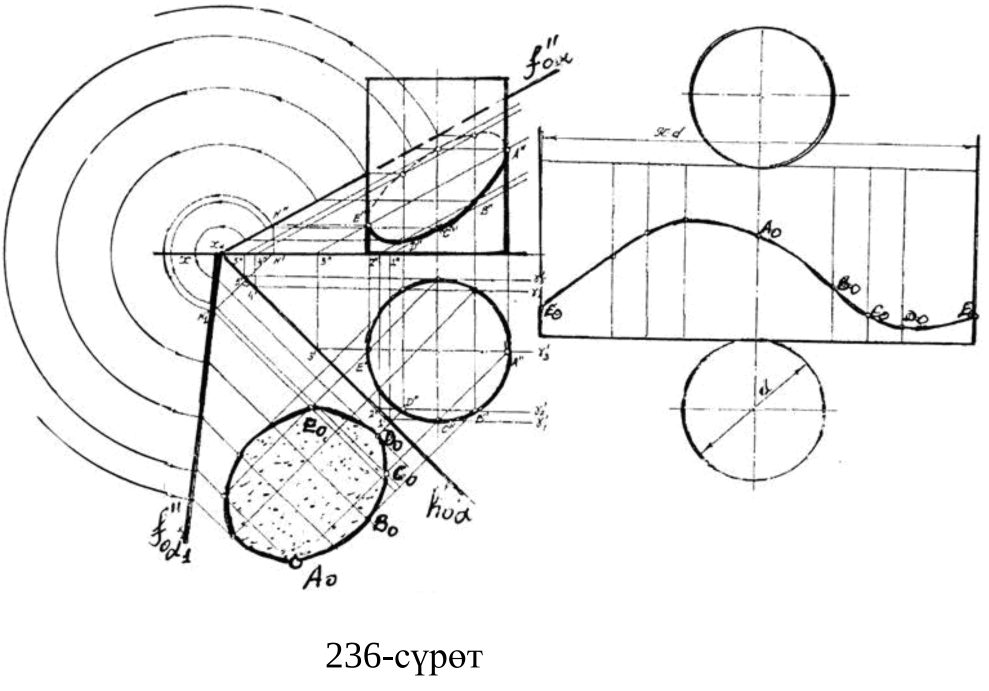
5) Алынган C″,D″,M″,N″,L″,K″,E″,F″ чекиттерин туюк туташтыруу менен тик абалдагы цилиндр менен жалпы абалдагы α тегиздигинин кесилишинде пайда болгон фигуранын фронталдык проекциясын алабыз. Ал эми кесилиштин горизонталдык проекциясы цилиндрдин горизонталдык проекциясы менен беттешет. Эгерде кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын чыныгы чоңдугун аныктоо талап кылынса жогорку 226-сүрөттө көрсөтүлгөндөй проекцияны өзгөртүп түзүүнүн беттештирүү ыкмасы менен аныктоого болот.

234-сүрөттө көрсөтүлгөн тик абалдагы цилиндр менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузуу кошумча проекция тегиздиктерин пайдалануу менен дагы тургузууга болот (235-сүрөт). Мындай чиймени аткарууда кошумча алынган π_4 проекция тегиздиги горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине жана α тегиздигине перпендикуляр алынган ($x_1\perp h'_0\alpha$). Андан соң тик цилиндрдин жана α тегиздигинин π_4 проекция тегиздигиндеги проекциясын тургузсак, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын проекциясы π_4 проекция тегиздигинде түз сызык болуп проекцияланат. Ошол түз сызык болуп проекцияланган кесилишти кайрадан артты көздөй проекциялап, байланыштыруучу сызыктын жардамы менен кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын горизонталдык жана фронталдык проекцияларын чиймеге тургузабыз. Мындай учурда кесилиштин чыныгы чоңдугун чиймеге тургузуу экинчи кошумча π_5 проекция тегиздигин колдонуу менен аныктоо ыңгайлуу. Мында π_5 проекция тегиздиги π_4 проекция тегиздигине перпендикуляр, ал эми α тегиздигине параллель алынат. Жыйынтыкта кесилиштин π_5 проекция тегиздигиндеги проекциясы кесилиш тегиз фигуранын чыныгы чоңдугун берет.



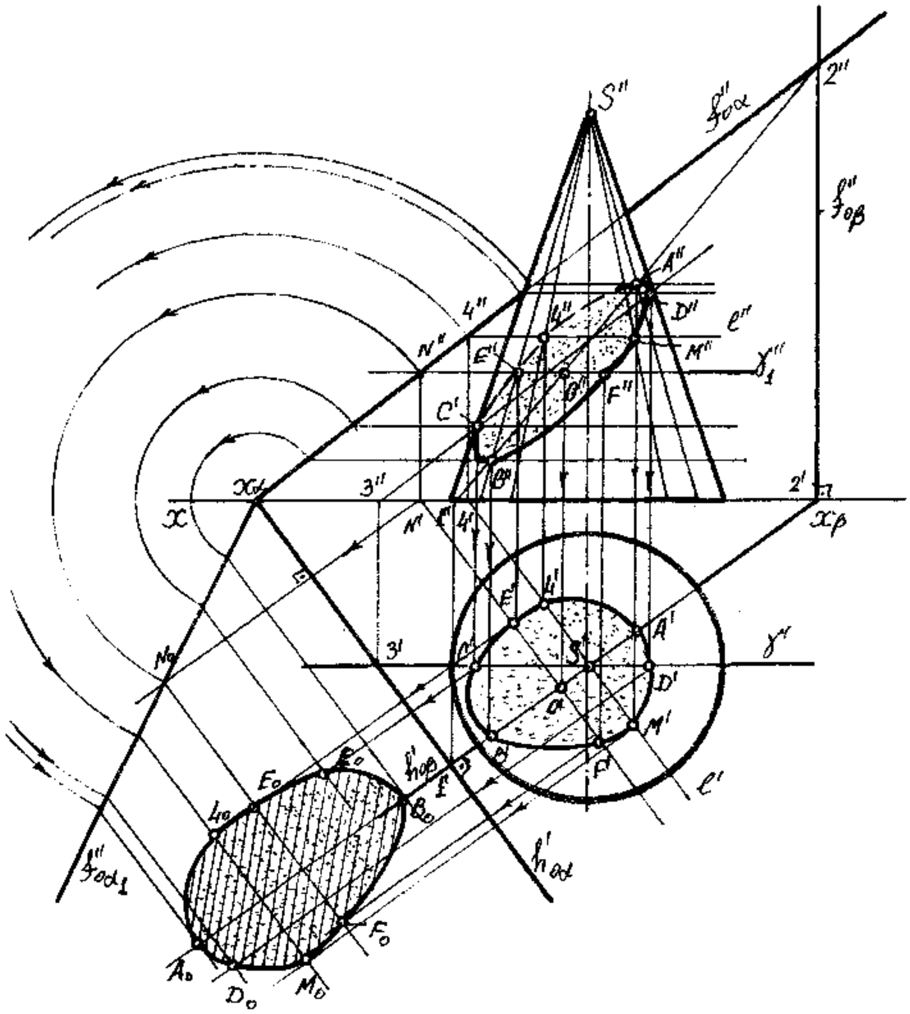
235-сүрөт

236-сүрөттө тик цилиндрдин жалпы абалдагы α тегиздиги менен кесилиши жана ошол цилиндрдин жайылмасы менен көрсөтүлгөн.



236-сүрөт

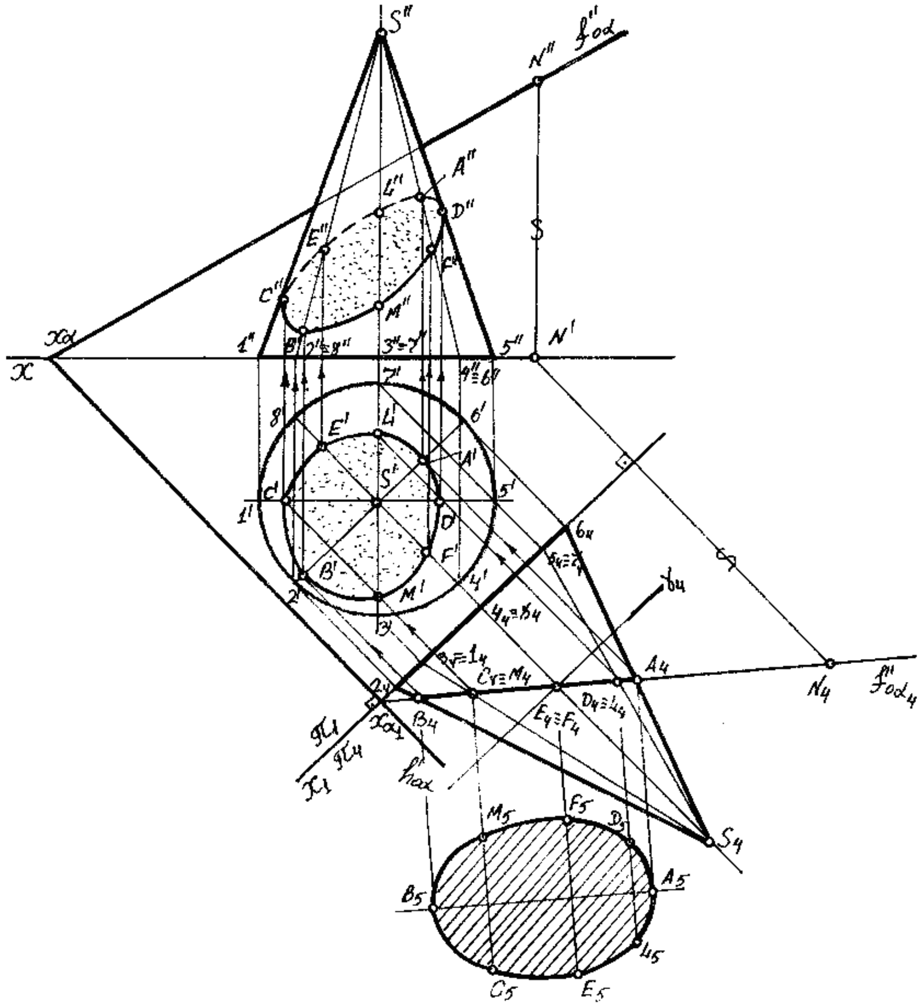
Конустук бет менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууда, пирамида менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууну жетекчиликке алабыз. Эгерде пирамида менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууда кесилишти чектеген чекиттер пирамиданын кырларында жатса, конус менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишинде кесилиштин контурун чектеген чекиттер конустун каптал түзүүчүлөрүндө жатат. Мисалга, тик абалдагы конус менен жалпы абалдагы α тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузсак, мындай чийме маселени чиймеге тургузууда жардамчы горизонталдык проекциялануучу β жана фронталь абалдагы тегиздиктер, берилген тик конустун чокусу аркылуу жүргүзүлүп, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын горизонталдык жана фронталдык проекциялары чиймеге тургузулган (237-сүрөт).



237-сүрөт

237-сүрөттө берилген тик конус менен жалпы абалдагы α тегиздигинин кесилишинде пайда болгон тегиз фигураны чиймеге тургузуу беттештирүү же болбосо берилген α тегиздигин өзүнүн горизонталдык ($h'_{0\alpha}$) изинин тегерегинде айландырылып, горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен беттештирип аныкталган. Бул учурда, берилген α тегиздиги өзүнүн горизонталдык изинин тегерегинде π_1 проекция тегиздиги менен беттешкенче айландырылган.

238-сүрөттө, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын чыныгы чоңдугу проекцияны өзгөртүп түзүүнүн, кошумча алмаштырылуучу проекция тегиздигин пайдалануу (колдонуу) менен аныкталган. Мындай чийме маселелерди чийүүнү төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат.



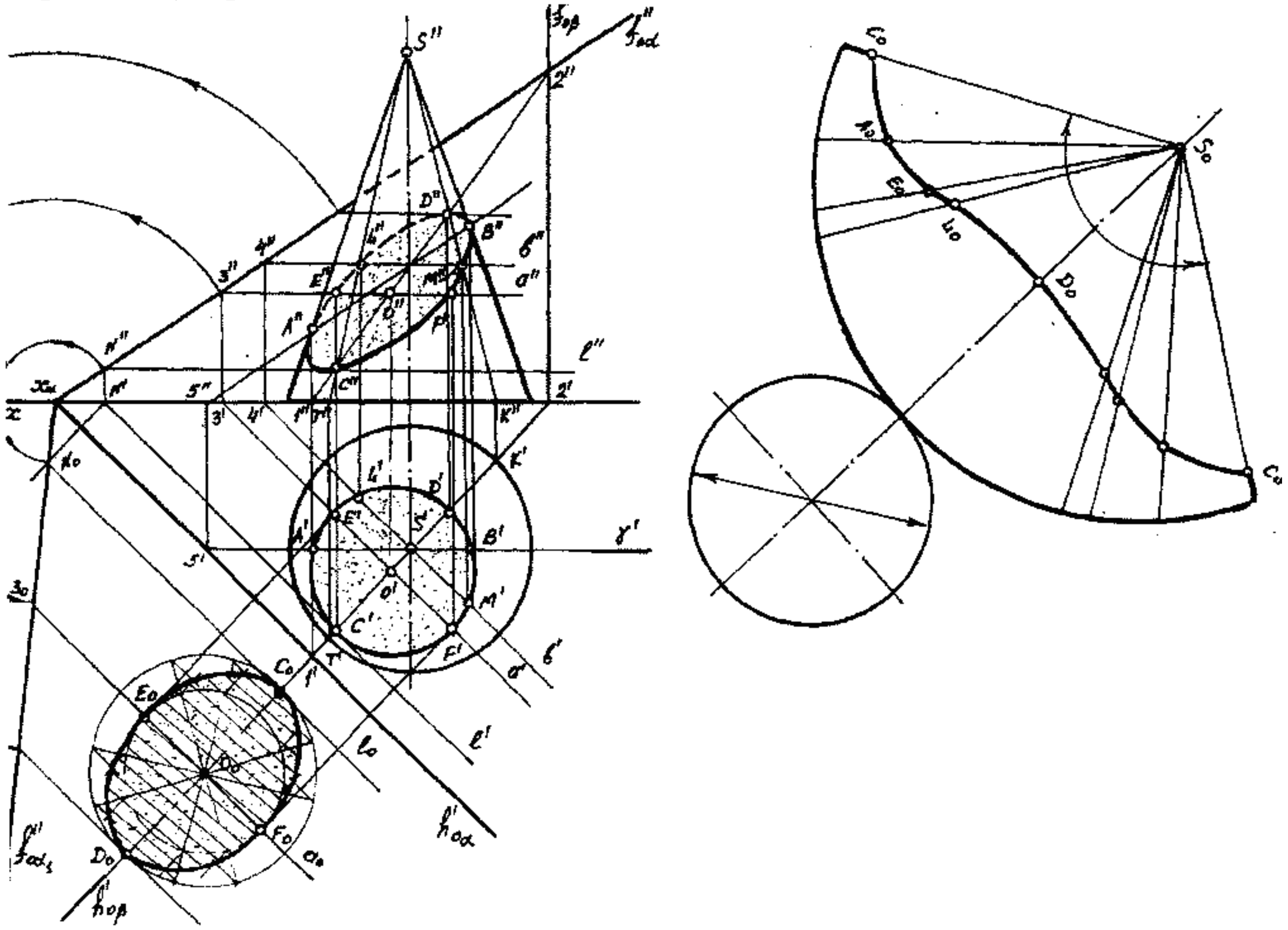
238-сүрөт

1) Кошумча алынган проекция тегиздиги негизги проекция тегиздиктеринин бирине жана берилген жалпы абалдагы мейкиндик тегиздигине перпендикуляр алынат (238-сүрөттө кошумча π_4 проекция тегиздиги π_1 проекция тегиздигине жана α тегиздигине перпендикуляр алынган $\pi_4 \perp \pi_1 \wedge \pi_4 \alpha$).

2) Берилген конустун жана α тегиздигин кошумча алынган π_4 проекция тегиздигинин проекцияларын чиймеге тургузабыз. Ал үчүн α тегиздигинде жаткан N чекитин алып, N'' N'' аралыгын x_1 огунан ченеп коюп N_4 чекитин алабыз, андан $x_{\alpha 1}$ N_4 туташтыруу менен α тегиздигинин π_4 проекция тегиздигиндеги ($f''_{0\alpha 4}$) α тегиздигинин проекциясын чиймеге тургузабыз.

3) Берилген тик конустун негизин сегиз тең барабар бөлүктөргө бөлүп, ошол бөлүктөрдү конустун чокусу S чекити менен туташтырып, конустун сегиз каптал түзүүчүлөрүн алабыз.

4) Конустун π_4 проекция тегиздигиндеги проекциясы менен α тегиздигинин ошол проекция тегиздигиндеги проекциясынын кесилишинен, конус менен α тегиздигинин π_4 проекция тегиздигиндеги кесилишин алабыз. (A_4,B_4...M_4 түз сызык болуп проекцияланат, анткени α тегиздиги π_4 проекция тегиздигине перпендикуляр).



239-сүрөт

5) Кесилиштин π_4 проекция тегиздигиндеги проекциясынан артты көздөй (тескери) байланыштыруучу сызыктарды жүргүзүп, дал келген түзүүчүлөрдөн кесилиштин горизонталдык (A', B'...M') жана фронталдык (A'',B''...M'') проекцияларын чиймеге тургузабыз.

Кесилиш контурундагы E_1, F_1 чекиттерин алууда E_4 F_4 чекиттери аркылуу π_4 проекция тегиздигине перпендикуляр, π_1 тегиздигине парраллель абалдагы α мейкиндик тегиздигин жүргүзүп α тегиздиги менен конустун кесилиш контурунун 8S жана 4S түзүүчүлөрүнүн кесилишинен E_1 жана F_1 чекиттерин алабыз.

6) Кесилиш фигуранын контурун чектеген (A,B...M) чекиттердин бир аттуу проекцияларын туюк туташтырып, берилген α тегиздиги менен тик конустун кесилишинин проекцияларын чиймеге тургузган болобуз.

7) Кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын чыныгы чоңдугун шарттуу түрдө кошумча проекция тегиздигин пайдалануу ыкмасын колдондук. 238-сүрөттөгү A_5,B_5...,M_5 чекиттери чектеген контур, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын чыныгы чоңдугун берет.

239-сүрөттө берилген тик абалдагы конус менен жалпы абалдагы α тегиздигинин касилиши жана ошол конустун жайылмасы чиймеде көрсөтүлгөн .Берилген конустун жайылмасын чиймеге тургузууда, 239-сүрөттө көрсөтүлгөн түшүндүрмөнү жетекчиликке алабыз.

Ар кандай диаметрде берилген сферанын баардык проекциясы шар болуп проекцияланат. Ал эми сфера кандай гана мейкиндик тегиздиги кесилишпесин кесилиште пайда болгон тегиз фигура айлананы берет. Алынган айлананын диаметринин чоңдугу кесип өткөн тегиздиктин сферанын борборуна жакындыгына байланыштуу. Канчалык кесип өткөн тегиздик сферанын борборуна жакын болсо, ошончолук кесилиште пайда болгон айлананын диаметри чоңдугу боюнча берилген сферанын диаметрине жакын болот.

Сфера менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин чиймеге тургузууну үч ыкма менен аткарууга болот:

1) Кесүүчү деңгээл тегиздиктерин пайдалануу ыкмасы.

2) Берилген сфераны горизонталдык же фронталдык проекция тегиздигине параллель абалга көчүрүү (жылдыруу) ыкмасы.

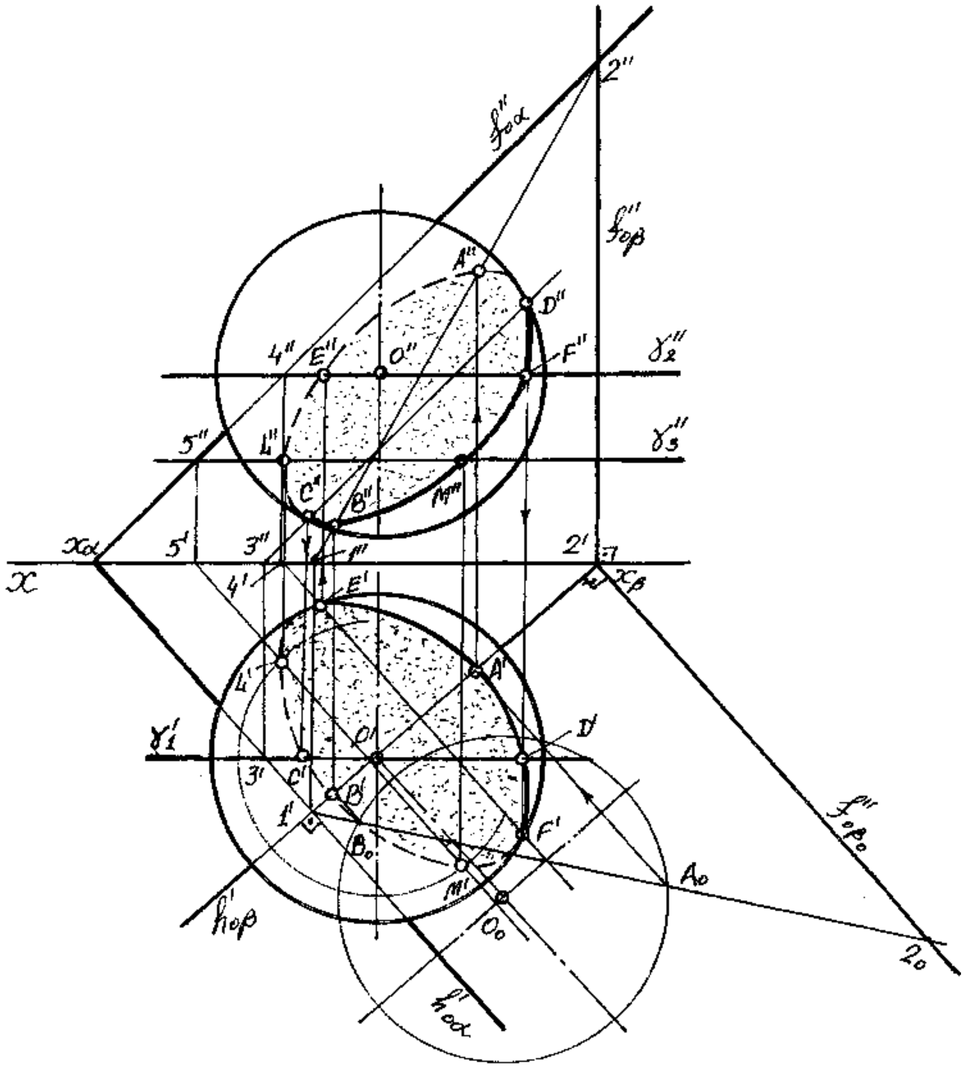
3) Берилген сферанын борбору аркылуу берилген тегиздикке перпендикуляр проекциялануучу тегиздикти жүргүзүп; анын негизинин борборун беттештирүү менен аныктап жардамчы айлананын радиусун аныктоо ыкмасы менен.

Экинчи жана үчүнчү ыкмасы (Х.А.Арустамов; “Сборник задач по начертательной геометрии” Москва: Машиностроение-1978. 344-345 стр) кошумча алуу сунушталат. Сфера менен жалпы абалдагы α мейкиндик тегиздиги менен кесилишин кесүүчү деңгээл тегиздиктеринин жардамы менен чиймеге тургузуу төмөндөгү тартипте аткарылат (240сүрөт):

1) Сферанын борбору аркылуу перпендикуляр горизонталдык проекциялануучу β тегиздигин жүргүзсөк, β тегиздиги сфералык бетти айлана боюнча кессе, α тегиздигин 1,2 ($1'1''$,$2'2''$) түз сызыгы боюнча кесет.

2) Кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын эң жогорку жана эң төмөнкү чекиттерин аныктоо үчүн β тегиздигин горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен беттештиребиз.

3) β тегиздиги менен берилген сферанын кесилишинен пайда болгон айлананын контуру (жаасы) менен кесилиш 1,2 сызыгынын кесилишинен, кесилиштеги эң жогорку A_0 жана эң төмөнкү B_0 чекитин аныктап, ошол чекиттерди кайра артты көздөй байланыштыруучу сызыктарды жүргүзүп А,В чекиттеринин горизонталдык (A',B') жана фронталдык (A'',B'') проекцияларын чиймеге тургузабыз.



240-сүрөт

4) Кесилиш контурунун арасындагы калган чекиттерди чиймеге тургузуу үчүн бир канча кесүүчү деңгээл тегиздиктерин $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ жүргүзөбүз.

5) Кесилиштеги көрүнүмдүүлүктү аныктоо максатында, сферанын борбору аркылуу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель α_1 тегиздигин жүргүзүп, α тегиздиги менен α_1 тегиздигинин кесилиш сызыгы менен сферанын контурунун кесилишинен C D чекиттерин аныктайбыз $(\alpha_1 || \pi_2 \wedge \alpha_1 \perp \pi_1 \wedge \pi_3)$.

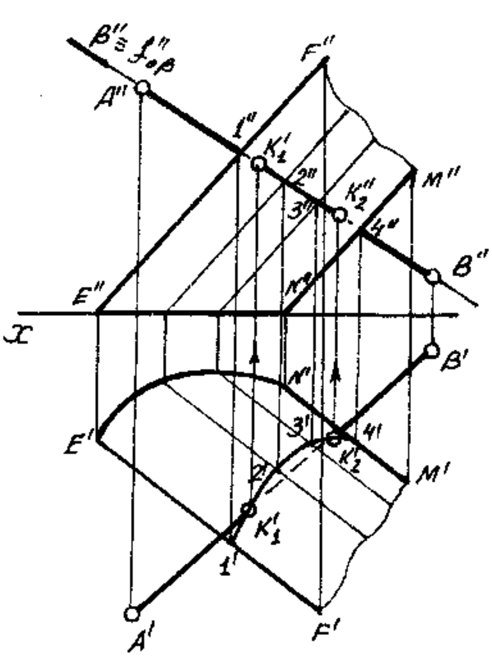
6) Сферанын борбору аркылуу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель α_2 тегиздигин жүргүзүп E F чекиттерин алабыз.

7) Кесилиш контуру тагыраак болуу максатында α_3 тегиздигин жүргүзүп кесилиште пайда болгон айлананын контуру менен α жана α_3 тегиздигинин кесилиш сызыгынын кесилиштеринен L M чекиттерин алабыз.

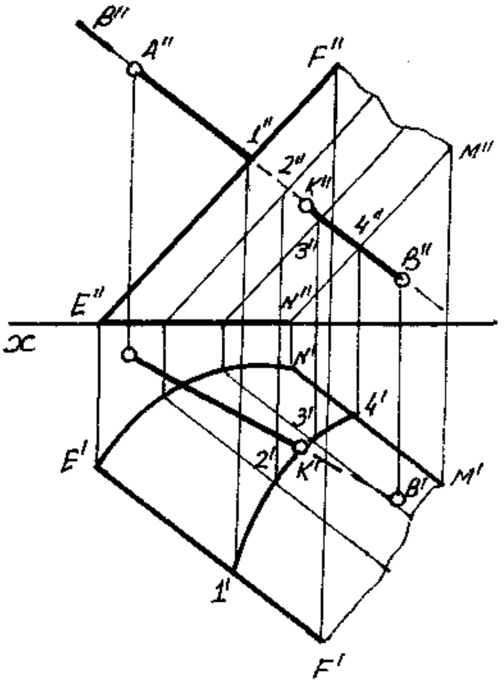
8) Алынган A,B,C,D,E,F,L жана M чекиттерин туюк туташтырууда берилген сфера менен α тегиздигинин кесилишинен пайда болгон айлананын горизонталдык (A′,B′,...,M′) жана фронталдык (A″,B″,...,M″) проекциясын чиймеге тургузабыз.

8.3. Ийри беттер менен түз сызыктын кесилиши

Ар кандай көлөмдүү фигуралар менен мейкиндиктеги түз сызык эки чекит аркылуу кесилишет. Мындай учурда түз сызык менен тегиздиктердин ийри беттердин кесилиш чекитин аныктоону жетекчиликке алабыз. 241-сүрөттө кандайдыр цилиндрдик бет менен АВ кесиндисинин кесилиш чекиттерин аныктоо көрсөтүлгөн. Бул учурда берилген кесинди аркылуу фронталдык проекцияланууучу тегиздик жүргүзүп $(\alpha\text{э}[AB]\wedge\alpha\perp\pi_2)$, жүргүзүлгөн α тегиздиги менен берилген цилиндрдик беттин кесилиш сызыгы аныкталган (1,2,3,4) кесилиш сызыктын горизонталдык проекциясы менен (1′,2,′3,′4′) АВ кесиндисинин кесилиш чекиттеринен (K_1, K_2) аныкталып, андан соң байланыштыруучу түз сызыктардын жардамы аркылуу, чекиттердин фронталдык (K_1'', K_2'') проекциялары аныкталат.



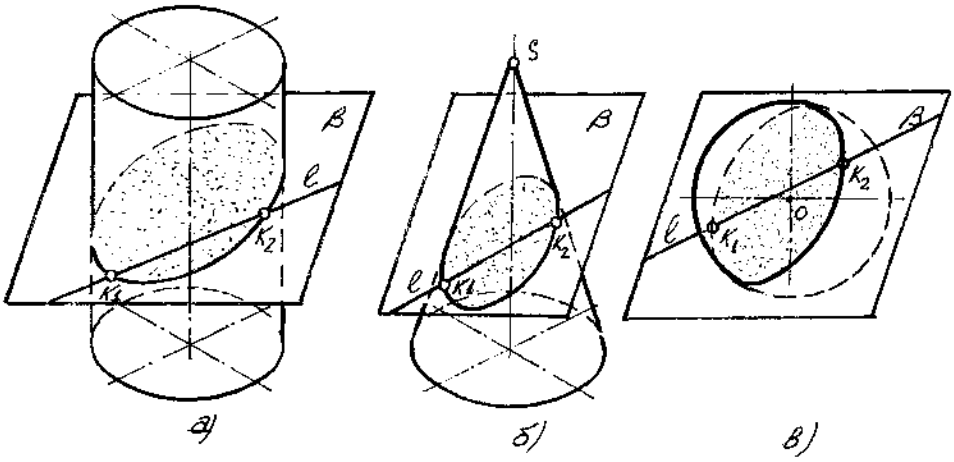
241-сүрөт



242-сүрөт

Ийри беттер менен мейкиндиктеги түз сызыктар дайым эле эки чекит аркылуу кесилише бербейт. Эгерде берилген түз сызык аркылуу жүргүзүлгөн жардамчы проекцияланууучу тегиздик менен ийри беттин кесилиш сызыгы менен берилген түз сызык бир чекит аркылуу кесилишсе анда берилген түз сызык дагы ийри бетти бир чекит аркылуу кесет (242-сүрөт).

Демек цилиндр, конус жана сфера менен мейкиндик түз сызыгынын кесилиш чекиттерин аныктоодо жогорудагы 241-242-сүрөттөгү көрсөтмөлөрдү жана көп



243-сүрөт

кыр беттүү көлөмдүү фигуралар менен түз сызыктардын кесилиш чекиттерин чиймеге тургузууну жетекчиликке алып чиймеге тургузуу сунушталат.

Көлөмдүү ийри беттүү геометриялык фигуралар менен түз сызыктардын кесилиш чекиттерин аныктоо үчүн берилген түз сызык аркылуу проекцияланууучу тегиздик жүргүзүп, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын контуру менен берилген түз сызыктын кесилиш чекиттеринин көлөмдүү ийри бет менен түз сызыктын кесилиш чекиттерин аныктайбыз (243-сүрөт).

Кээ бир учурларда түз сызык менен көлөмдүү ийри беттүү көлөмдүү геометриялык фигуралар менен түз сызыктын кесилиш чекиттерин аныктоодо кошумча тургузуулар талап кылынбайт. Мисалга,244-сүрөттө көрсөтүлгөн тик цилиндр менен ар кандай абалдагы түз сызыктын кесилишинде, кесилиш чекиттерин аныктоодо кошумча тургузууларсыз эле түз сызыктын горизонталдык (K_1', K'_2) проекцияларын аныктап, андан кийин ошол чекиттердин фронталдык (K_1'',K_2'') проекцияларын чиймеге тургузабыз.

Негизи горизонталдык же фронталдык проекция тегиздигине параллель жайгашкан жантайган (кыйгач) цилиндр менен түз сызыктардын кесилиш чекиттерин эки ыкма менен аныктоого болот:

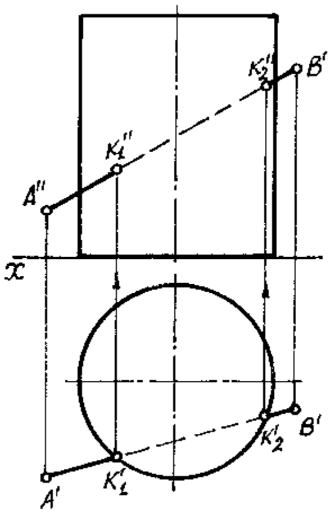
1) Берилген цилиндрдин түзүүчүлөрү аркылуу жардамчы тегиздиктерди жүргүзүү ыкмасы.

2) Берилген түз сызык аркылуу кошумча проекцияларды жүргүзүү ыкмасы.

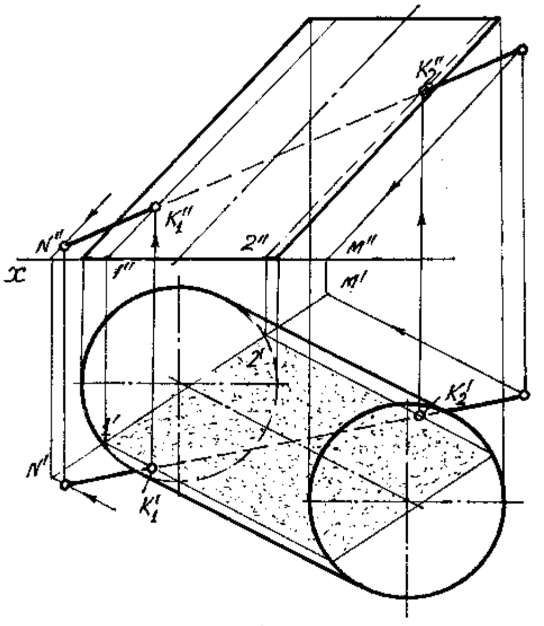
Кандай гана абалдагы цилиндр же түз сызык болбосун жогорудагы шарттагы чиймелерди аткарууда кошумча тургузуулар аз болуусу талапка ылайык. Мындай чиймелерди аткарууда жантайган призма менен түз сызыктардын кесилиш чекиттерин аныктоолорду жетекчиликке алабыз.

245-сүрөттө негизи горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель (же жаткан) жантайган цилиндр менен жалпы абалдагы АВ кесиндисинин кесилиш (K_1, K_2) чекиттерин аныктоо көрсөтүлгөн.

Мындай чийме маселелерди аткарууну төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат.



244-сүрөт



245-сүрөт

1) Берилген цилиндрдин бети менен кесилишкен АВ кесиндисинен тышкары α тегиздигин жүргүзөбүз.

2) А чекити аркылуу цилиндрдин түзүүчүсүнө параллель абалда кошумча аныктоочу AN түз сызыгын тургузабыз.

3) В чекити аркылуу цилиндрдин түзүүчүсүнө параллель абалда кошумча аныктоочу ВМ түз сызык жүргүзөбүз.

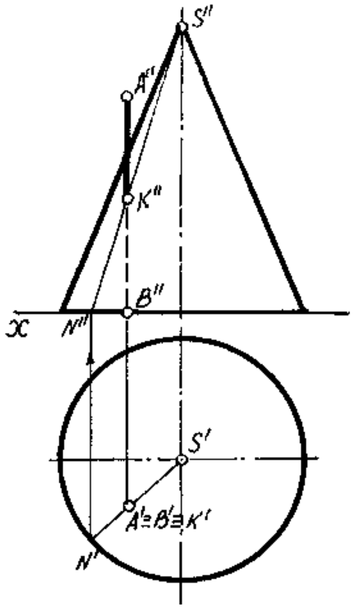
4) N′ M′ чекиттерин туташтырсак цилиндрдин негизин 1′,2′ чекиттери аркылуу кесип өтөт: Жыйынтыкта жүргүзүлгөн α тегиздиги берилген цилиндрди 1,2 чекиттери аркылуу өткөн түзүүчү аркылуу кесип өтөт. Демек цилиндрдин 1,2 чекиттери аркылуу өткөн түзүүчү менен АВ кесиндисинин кесилиш чекиттеринен, АВ кесиндиси менен жантайган цилиндрдик кесилиш (K_1,K_2) чекиттери аныкталат.

Ушундай эле шарттагы чийме маселени берилген түз сызык аркылуу кошумча проекцияланууучу тегиздиктерди жүргүзүү менен дагы аныктоого болот.

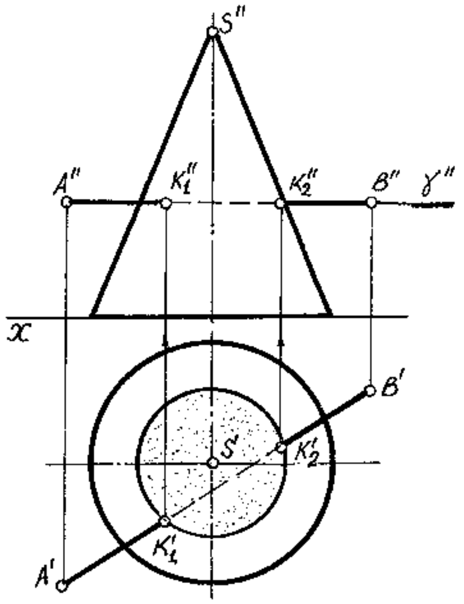
Конус менен түз сызыктардын кесилиш чекиттерин аныктоо берилген түз сызыктын проекция тегиздиктерине салыштырмалуу жайгашышына жана конустун абалына байланыштуу болот.

Эгерде тик конус менен кесилишкен түз сызык жеке абалда болсо тургузуу бир кыйла жеңил, анткени мындай учурларда кошумча тургузууларсыз эле жеңил тургузуулардын жардамы менен горизонталдык роекцияларын аныктайбыз. 246-сүрөттө проекцияланууучу АВ кесиндиси менен тик абалдагы конустун кесилиш чекити аныкталганы көрсөтүлгөн. 246-сүрөттө көрүнүп тургандай кесилиште пайда болгон чекиттин горизонталдык проекциялары АВ кесиндисинин горизонталдык проекциясы менен беттешет. Ал эми фронталдык проекциясын аныктоо үчүн, АВ кесиндисинин горизонталдык (A′≡B′) проекциясы аркылуу конустук түзүүчү жүргүзүп, андан ошол түзүүчүнүн фронталдык проекциясы менен АВ кесиндисинин фронталдык проекциясынын (A″B″)кесилишинен талап кылынган кесилиш чекиттин фронталдык (K″) проекциясы аныкталат (бул учурда BM чекити конустун негизинде жатат).

247сүрөттө тик конус менен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель (горизонталь) абалда AB кесиндисинин кесилиш чекиттерин аныктоо көрсөтүлгөн. Мында берилген AB кесиндиси аркылуу горизонталь (α) тегиздигин жүргүзүп, ,$\alpha \perp (\pi_2 \wedge \pi_3)$ α тегиздиги менен конустун кесилишинен пайда болгон айлананын контурунун кесилишкен чекиттеринен түз сызык менен конустун кесилиш (K_1, K_2) чекиттерин аныктайбыз.



246-сүрөт



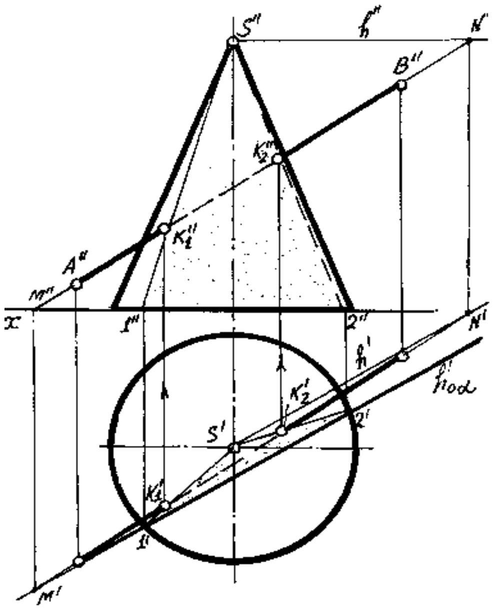
247-сүрөт

Эгерде жалпы абалдагы түз сызык менен тик абалдагы конустун кесилиш чекиттерин аныктоодо бир канча тургузуулар талап кылынат. Жогоруда белгилеп кеткендей ар кандай абалдагы конустун чокусу аркылуу өтүп анын негизин кескен тегиздик, үч бурчтукту пайда кылат.Ошондуктан тик абалдагы конус менен жалпы абалдагы түз сызыктын кесилиш чекиттерин төмөндөгү тартипте аткарууга болот (248-сүрөт):

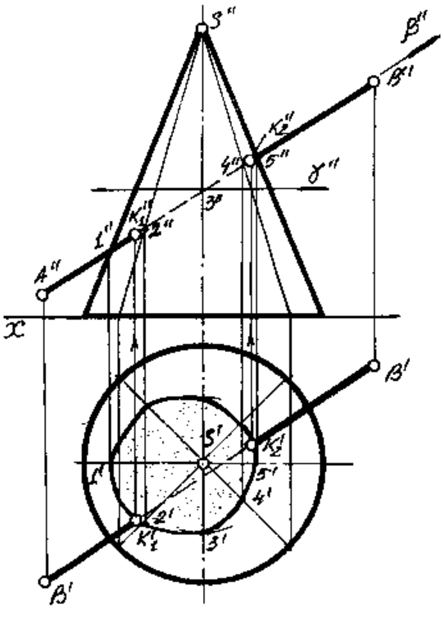
1) Конустун чокусу S чекити аркылуу AB кесиндиси менен N(N′N″) чекитинен кесилишкен горизонталь (h) түз сызыгын жүргүзөбүз.

2) Ар кандай тегиздикте жаткан горизонталь түз сызыгы ошол тегиздиктин горизонталдык изине параллель болот, ошондуктан берилген конус менен кесилишкен AB кесиндисинде жаткан M чекити аркылуу α тегиздигин жүргүзөбүз, мында α тегиздигинин горизонталдык изи (h'_{02}) M чекитинин горизонталдык (M′) проекциясы аркылуу өтөт ($h'_{0\alpha}$ э $M' \wedge h'_{0\alpha} \| h$).

3) α тегиздиги берилген конустун чокусу S чекити аркылуу өтүп, негизин 1,2 чекиттери аркылуу кесип өтөт, демек кесилиште S.1 2 үч бурчтугу пайда болот.



248-сүрөт



249-сүрөт

4) Кошумча жүргүзүлгөн α тегиздиги конустун каптал беттерин кескенде пайда болгон түзүүчүлөрдөн горизонталдык (S′1′S′2′) проекциялары менен АВ кесиндисинин горизонталдык (A′B′) проекциясынын кесилишинен, берилген түз сызыктын тик конус менен кесилишкен чекиттеринин горизонталдык ($K_1'K_2'$) проекцияларын аныктап, андан соң ошол чекиттердин фронталдык ($K''_1K''_2$) проекцияларын чиймеге тургузабыз.

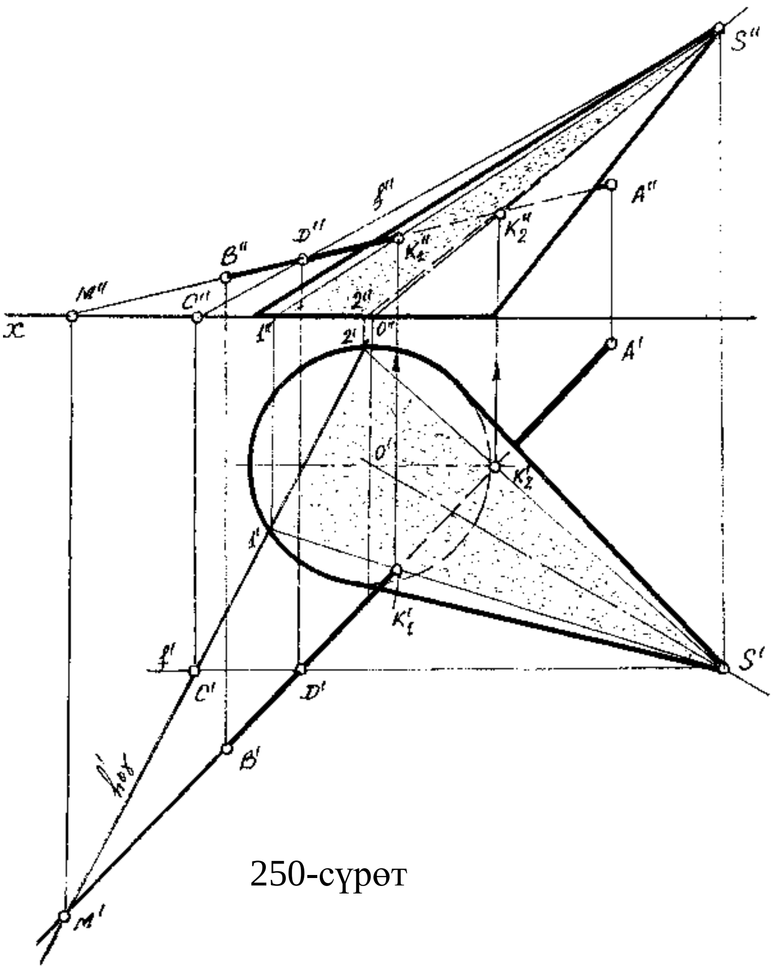
Жыйынтыкта K_1 K_2 чекиттери тик конус менен жалпы абалдагы АВ кесиндисинин кесилиш чекиттери болот.

249-сүрөттө ушул эле шарттагы чийме маселе, берилген АВ кесиндиси аркылуу фронталдык проекциялануучу тегиздик $\boldsymbol{\beta}$ жүргүзүлүп (βэ$[AB]\wedge\beta\perp\pi_2$), АВ кесиндиси менен конустун кесилиш чекиттери аныкталган.

Бул учурда **β** тегиздиги менен конустун кесилишин тургузуп, кесилиште пайда болгон тегиз фигуранын контуру менен АВ кесиндисинен берилген түз сызык менен конустун кесилиш чекиттери (K_1 K_2) аныкталат.

250-сүрөттө жалпы абалдагы АВ кесиндиси менен жантайган (кыйгач) абалдагы конустун кесилиш чекиттерин аныктоо көрсөтүлгөн. Бул мисалда конустун чокусу S чекити жана АВ кесиндиси аркылуу өткөн кесүүчү **α** тегиздиги конустун S чокусу жаткан фронталь f түз сызыгы аркылуу өткөн (f эS^f || $\wedge\pi_2$).

Жыйынтыкта АВ кесиндиси S чокусу аркылуу өткөн **α** тегиздиги менен берилген конустун кесилишинин контуру 1,2, S менен АВ кесиндиси менен жантайган конустун кесилиш чекиттерин берет.

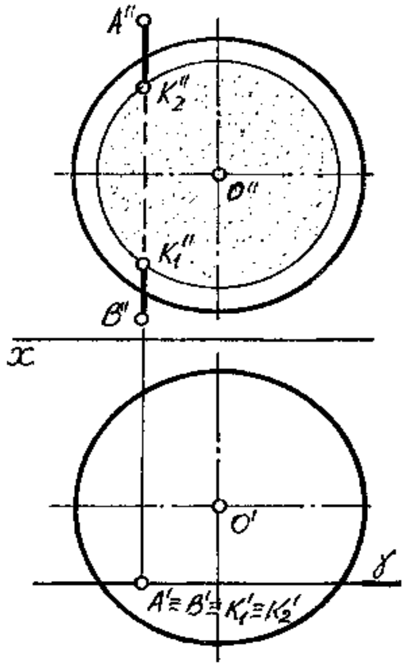


250-сүрөт

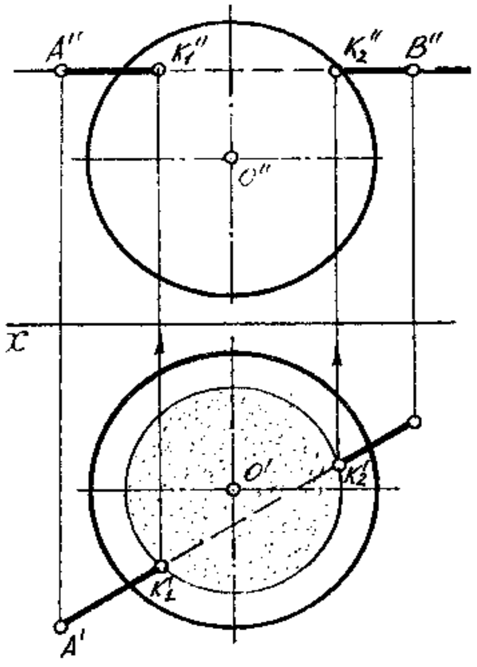
Сфералык (шардык) бет менен түз сызыктын негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу абалына байланыштуу болот.

Эгерде сфералык бет менен жеке абалдагы түз сызыктар (проекция тегиздиктеринин бирине же экөөнө параллель абалда) кесилишсе анда алардын кесилиш чекитин аныктоо бир кыйла жөнөкөй. Мисалга; сфера менен горизонталдык проекциялануучу АВ кесилишинин кесилиш чекитин аныктасак (АВ$\perp\pi_1$), $\perp(\alpha||)$, АВ кесиндиси аркылуу фронталь **α** тегиздигин жүргүзүп, кесилиште пайда болгон айлананын контурунун фронталдык проекциясы менен АВ кесиндисинин Фронталдык (А″В″) проекциясынын кесилиш чекиттеринен АВ кесиндиси менен берилген сферанын кесилиш чекиттеринин фронталдык проекциялары ($K''_1K''_2$) аныкталат, ал эми горизонталдык проекциясы АВ кесиндисинин горизонталдык проекциясы менен беттешет ($A'\equiv B''\equiv(K_1\equiv'K'_2)$, (251-сүрөт).

252-сүрөттө сфера менен горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалдагы АВ кесиндисинин кесилиш чекиттерин аныктоо көрсөтүлгөн. Бул учурда АВ кесиндиси аркылуу горизонталь (**α** $//\pi_1$)тегиздиги жүргүзүлүп, кесилиште пайда болгон айлананын контурунун горизонталдык проекциясы менен АВ кесиндисинин горизонталдык проекциясы менен АВ кесиндисинин горизонталдык проекциясынын кесилишинен сфера менен АВ кесиндисинин кесилиш чекиттеринин горизонталдык ($K_1'K'_2$) проекциялары аныкталып, андан соң байланыштыруучу түз сызыктарды жүргүзүү менен кесилиш чекиттердин фронталдык ($K''_1K''_2$) проекциялары аныкталат.



251-сүрөт



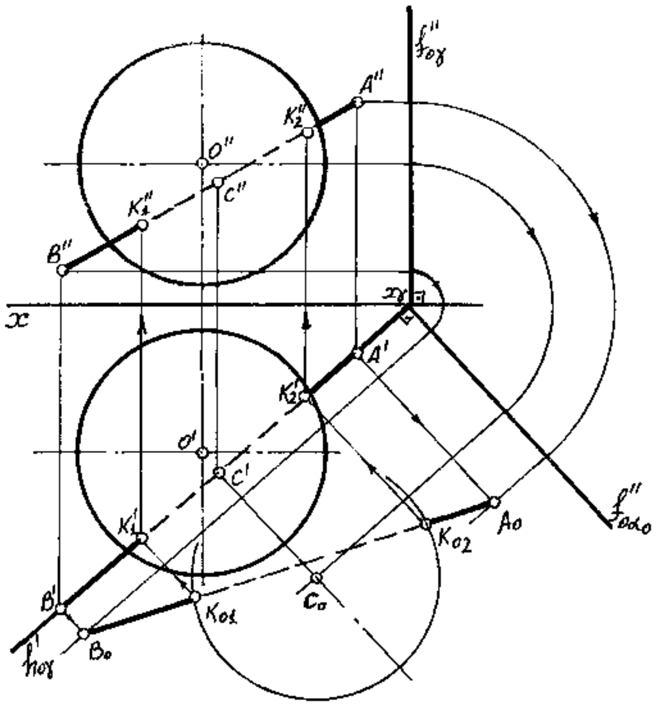
252-сүрөт

Сфералык (шардык) бет менен жалпы абалдагы түз сызыктын кесилиш чекиттерин аныктоону эки ыкма менен аткаруу сунушталат:а) проекция тегиздиктеринин бири менен беттештирүү; б)кошумча проекция тегиздиктерин пайдалануу ыкмасы;

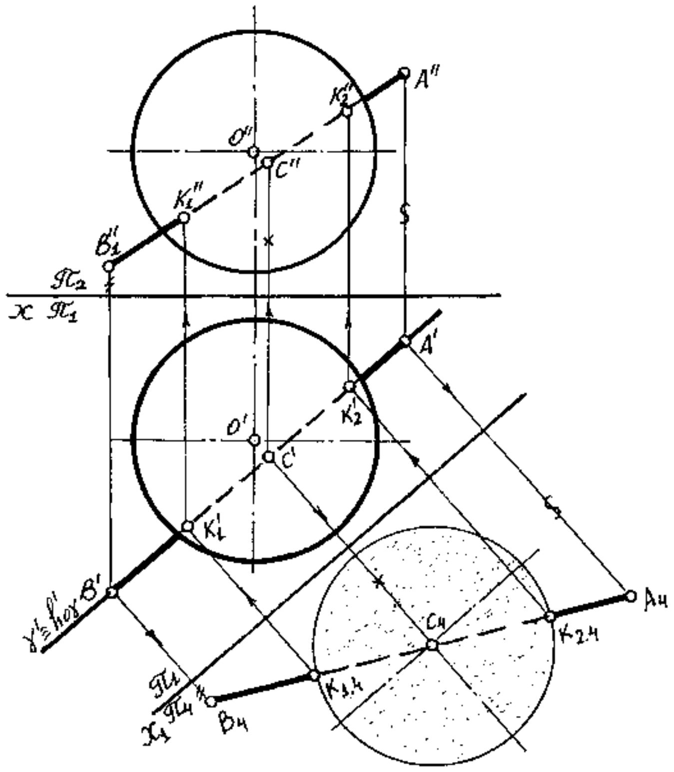
253-сүрөттө сфералык бет менен жалпы абалдагы АВ кесиндисинин кесилиш (K_1 K_2) чекиттерин аныктоодо берилген АВ кесиндиси аркылуу горизонталдык проекциялануучу **α** тегиздиги жүргүзүлүп (**α** э[AB]^α⊥π_1), жүргүзүлгөн α тегиздиги өзүнүн горизонталдык изинин ($h''_{0\alpha}$) тегерегинде айландырып, горизонталдык (π_1) проекция тегиздиги менен беттештирилген.

Беттештирүүдө АВ кесиндиси жана **α** тегиздиги кескенде пайда болгон айлананын контуру менен АВ кесиндисинин беттешкен (A_0 B_0) абалындагы кесилишинен, сфералык бет менен АВ кесиндисинин кесилиш чекиттерин ($K_{01,}$ K_{02}) менен кесилиш чекиттердин горизонталдык ($K_1'K'_2$) жана фронталдык ($K''_1K''_2$) проекцияларын чиймеге тургузабыз.

Эгерде сфералык бет менен жалпы абалдагы АВ кесиндисинин кесилиш чекиттерин кошумча проекция тегиздиктерин пайдалануу менен аныктоодо берилген кесинди аркылуу проекциялануучу тегиздик жүргүзүлүп, андан жүргүзүлгөн проекциялануучу тегиздикке параллель негизи проекция тегиздиктеринин бирине перпендикуляр абалда кошумча проекция тегиздиги алынат (бул учурда берилген жалпы абалдагы кесинди аркылуу жүргүзүлгөн проекциялануучу тегиздик кайсыл проекция тегиздигинде перпендикуляр болсо, кошумча алынган проекция тегиздиги дагы ошол проекция тегиздигине перпендикуляр болот).



253-сүрөт



254-сүрөт

254-сүрөттө сфералык бет менен кесилишинен AB кесиндиси аркылуу горизонталдык проекцияланууччу α тегиздиги жүргүзүлсө, кошумча алынган π_4 проекция тегиздиги дагы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр ($\pi_4 \perp \pi_1$). Берилген сфералык бет менен AB кесиндисинин кесилиш чекиттерин кошумча алынган π_4 проекция тегиздигинен аныктап, андан соң байланыштыруучу сызыктардын жардамы менен кесилиш чекиттердин горизонталдык ($K_1'K_2'$) жана фронталдык ($K''_1K''_2$) проекцияларын аныктайбыз.

Текшерүүчү суроолору

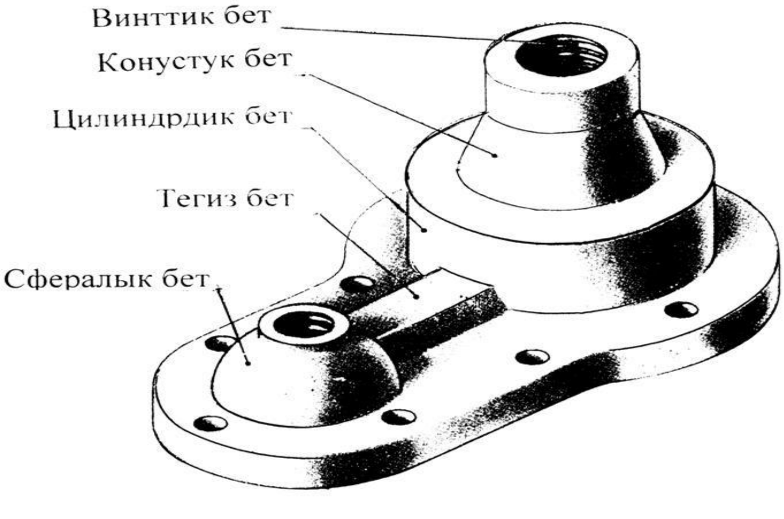
1. Көлөмү ийри буттуу геометриялык фигуралар менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин аныктоо кандай тартипте аткарылат?
2. Цилиндр менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин аныктоодо кандай эрежелерге таянабыз?
3. Конус менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин кандай тартипте тургузабыз?
4. Сфералык менен жеке абалдагы тегиздиктин кесилишин аныктоо, кандай өзгөчөлүккө ээ?

5. Цилиндр менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилишин кандай ыкмалар менен чиймеге тургузууга болот?
6. Конус менен жалпы абалдагы тегиздиктин кесилиши кандай тартипте чиймеге түшүрүлөт?
7. Көлөмдүү ийри беттүү геометриялык фигуралар менен ар кандай абалдагы түз сызыктын кесилиш чекиттерин аныктоо кандай жалпы эрежеге (ыкмага) ээ?

9. Көлөмдүү фигуралардын кесилиши

9.1. Кесилиш жана өтүү сызыктар

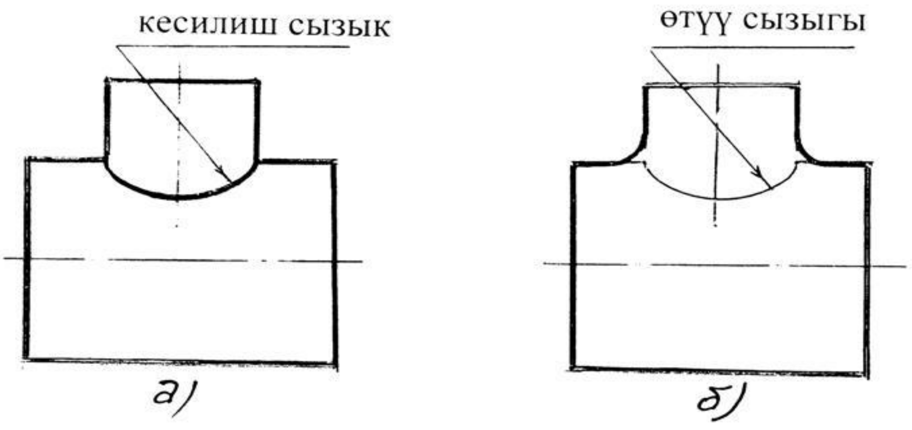
Турмушта колдонулган буюмдардын жана машиналардын тетиктеринин конструкциялык түзүлүштөрү ар кандай формадагы жана өлчөмдөгү геометриялык көлөмдүү фигуралардын кесилишинин же бириктирилишинен турары белгилүү. (255-сүрөт). Ошол фигуралардын беттеринин кесилиштерин, кесилиш сызыктары деп атап келебиз. Кесилиш сызыктар өз ара кесилишкен беттердин формасына ылайык ийри же түз сызыктар болуусу мүмкүн.



255-сүрөт

Чиймеде кесилиш сызыктар негизги жоон сызык менен чийилет. Машина курууда коюлган же штампталган тетиктерде так кесилиш сызыктар болбойт. Мындай тетиктерде өтүү сызыктары чийилет. Өтүү сызыктары чиймеде ичке туташ сызык менен чийилип көрсөтүлөт (256-сүрөт).

Сызма геометрияны окууда көлөмдүү геометриялык фигуралардын кесилиш сызыктарын чиймеге тургузууда, түз сызык менен көлөмдүү геометриялык фугуралардын кесилиш чекиттерин чиймеге тургузууну жетекчиликке алабыз, анткени бир фигура экинчи фигура менен кесилишкенде кесилишкен эки фугуранын биринин кырын же түзүүчүсүн түз сызык катары элестетип алып, кесилиш сызыкты чектеген чекиттерди аныктайбыз.



256-сүрөт

Бул учурда кесилиш сызык кесилишкен эки фигурага тең таандак болгондуктан кесилишти чектеген чекиттер дагы кесилишкен фигуралардын экөөнө тең таандык болот.

Демек берилген эки геометриялык фигуралардын кесилиш чекиттерин чиймеге тургузууда, эки ыкманы пайдаланабыз:

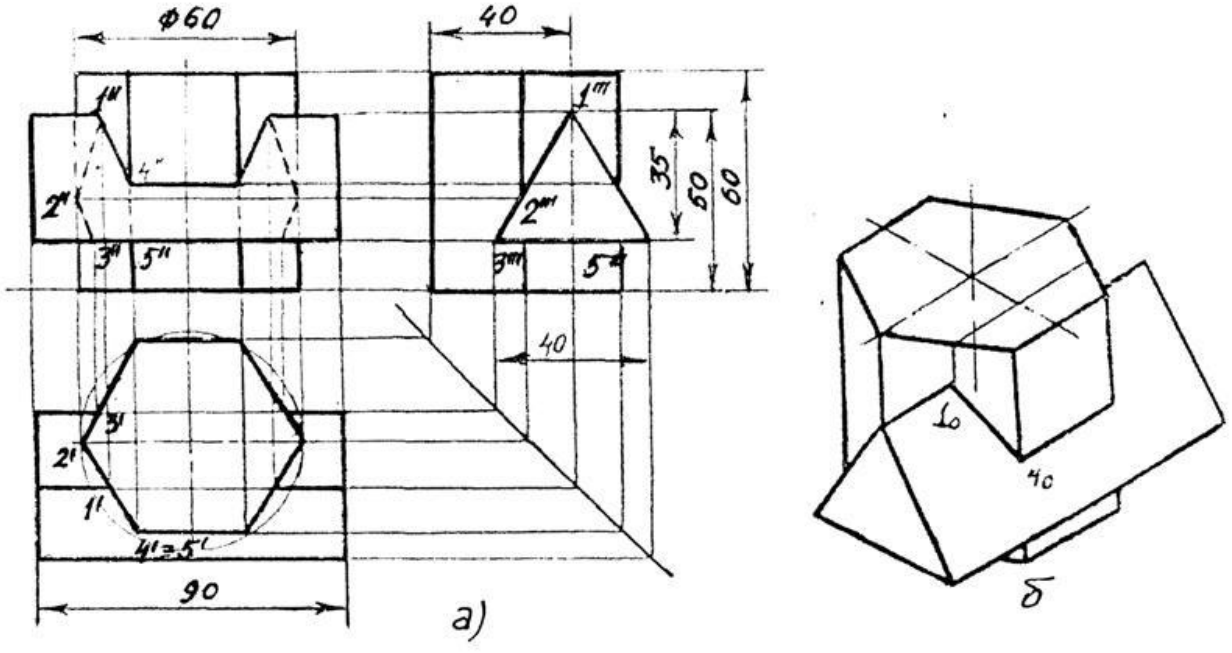
- кесүүчү жардамчы деңгээл тегиздиктерин пайдалануу
- кесүүчү сфералык ыкма

Жардамчы кесүүчү деңгээл тегиздиктерди пайдалануу

Көлөмдүү геометриялык фигуралардын кесилиш сызыгын чиймеге тургузууда кандай ыкманы пайдаланабыз, ал берилген көлөмдүү фигурага жана алардын бири – бирине жана негизги проекция тегиздигине салыштырмалуу жайгашышына байланыштуу. Эгер кесилишкен эки фигура көп кырбеттүүлөр болушса (призма же пирамида) жана алардын кырлары негизги проекция тегиздигине салыштырмалуу жалпы абалда болушса, анда андай фигуралардын кесилиш сызыгын аныктоодо, берилген көп кырбеттүүлөрдүн кырлары аркылуу жардамчы проекциялануучу тегиздик жүргүзүүгө туура келет (бир проекция тегиздигине перпендикуляр).

Эгерде кесилишкен эки көп кырбеттер негизги проекция тегиздигине салыштырмалуу тик абалда жайгашса, кесилиш сызыктардын эки проекциясы кесилишкен көп кырбеттүүлөрдүн проекциясы менен беттешет. Мындай учурда кесилиш сызыктын жетишпеген проекциясын, байланыштыруучу сызыктардын жардамы менен чиймеге тургузууга болот (257-сүрөт). 257–сүрөттө көрсөтүлгөн негизги алты (6) бурчтук болгон призма кесилиш сызыгын негизги үч (3) бурчтук болгон призманын кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн.

. Бул чиймеде кесилиш сызыктын горизонталдык проекциясы менен беттешет, анткени негизги алты бурчтук болгон призманын каптал кырлары горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашкан.



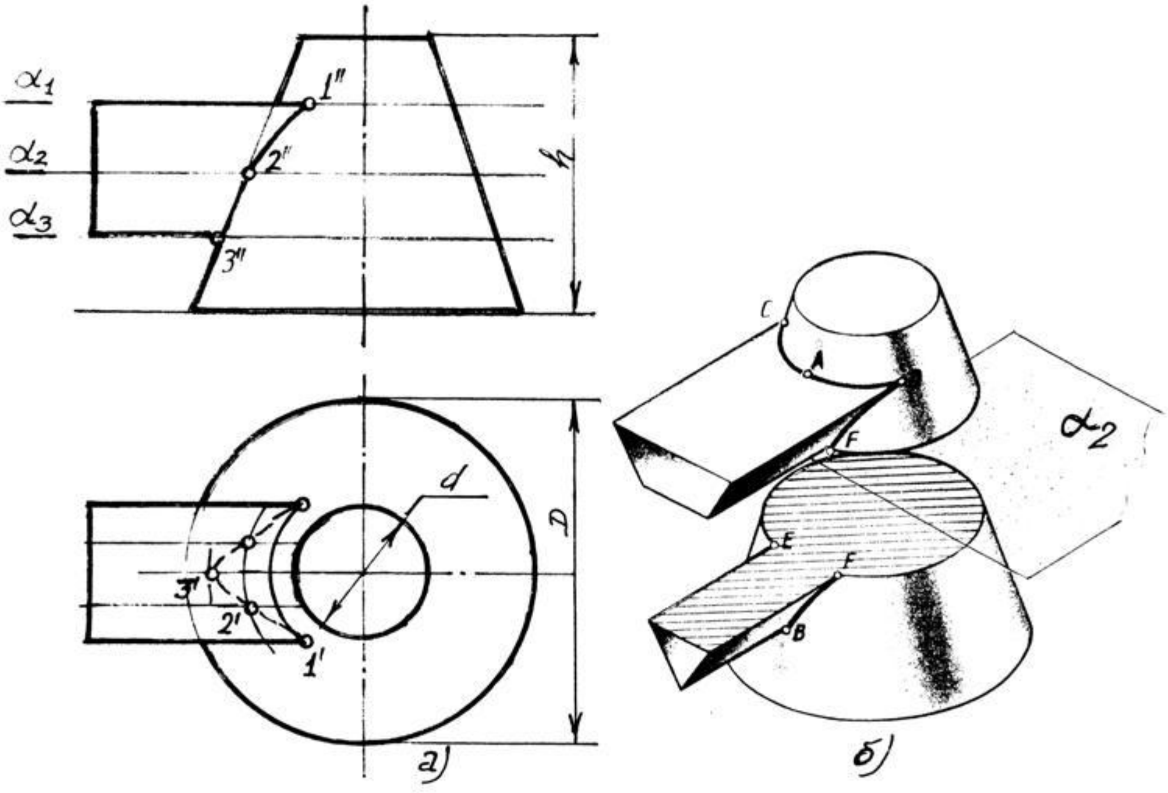
257-сүрөт

Ошондой эле негизи үч бурчтук болгон призманын каптал кырлары профилдик проекцияланууччу болгондуктан, кесилиште пайда болгон кесилиш сызыктын профилдик проекциясы ошол призманын профилдик проекциясы менен беттешет. Ал эми берилген эки призманын кесилиш сызыгынын фронталдык проекциясы, жогоруда белгилегендей байланыш сызыктардын жардамы менен чиймеге тургузулат. Чиймеде берилген кесилишкен эки көлөмдүү фигуранын бири көп кырбеттүү, ал эми экинчиси айлануу огуна ээ болгон көлөмдүү геометриялык фигура болсо, кесилиш сызыкты чиймеде тургузууда жардамчы кесүүчү деңгээл тегиздиктери пайдаланылат (258-сүрөт).

258 – сүрөттө негизги үч бурчтук болгон призма менен кесилген конустун кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн. Бул учурда кесилишкен фигураларда эки проекциясын (горизонталдык жана фронталдык) чиймеге тургузуу жетиштүү. Анткени берилген призманын кырлары профилдик проекция тегиздигине перпендикуляр болгондугуна байланыштуу кесилиш сызыктын профилдик проекциясы призманын профилине проекциясы менен дал келет (беттешет).

Берилген чиймедеги эки фигуранын кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу төмөндөгү катар (тартип) менен аткаруу сунушталат.

а) призманын каптал кырлары жана узунунан призманы бөлгөн кесүүчү жардамчы үч горизонталь $\boldsymbol{\alpha}_1$, $\boldsymbol{\alpha}_2$ жана α_3 тегиздиктерин жүргүзөбүз (жардамчы кесүүчү деңгээл тегиздиктерди жүргүзүүнүн негизги максаты, кесүүчү тегиздиктер берилген фигураларды кескенде пайда болгон тегиз фигуралардын контурларынын кесилишкен, берилген фигуралардын кесилиш чекиттерин чектеген чекиттер аныкталат).



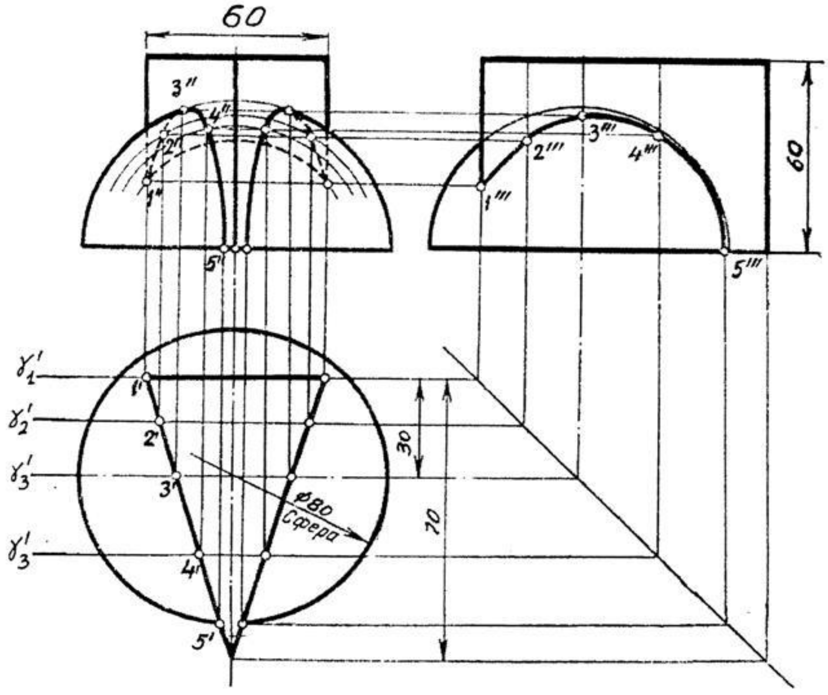
258-сүрөт

б) кесүүчү деңгээл тегиздиктер кескенде пайда болгон кесилиштин контурлары чиймеге тургузулат.

в) кесилиш тегиз фигуралардын контурларынан берилген призма менен кесилген конустун кесилиш сызыгын чектеген чекиттер аныкталат. (258-сүрөттө кесилишти чектеген чекиттердин горизонталдык проекциясы аныкталып, андан соң байланыштыруучу сызыктарды жүрүзүү менен чекиттердин фронталдык проекциясы чиймеге тургузулат).

г) Кесилиш чекиттерди аныктаган соң, ошол чекиттерди катар туташтыруу менен берилген эки фигуранын кесилиш сызыгын чиймеге тургузабыз.

Эгерде каптал кырлары горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашкан призма менен сферанын кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу 259–сүрөттө көрсөтүлгөн. Бул чиймеде жардамчы кесүүчү тегиздиктер горизонталдык проекция тегиздигине перпендикуляр жана фронталдык проекция тегиздигине параллель алынган (фронталь). Бул чиймеде призманы жана сфераны кесүүчү тегиздик кескенде пайда болгон кесилиштин контур сызыктарынын кесилиш чекиттерин, берилген эки тегиздиктин кесилиш сызыгынын кесилиш чекиттерин, берилген эки тегиздиктин кесилиш сызыгын чектеген чекиттер аныкталган.

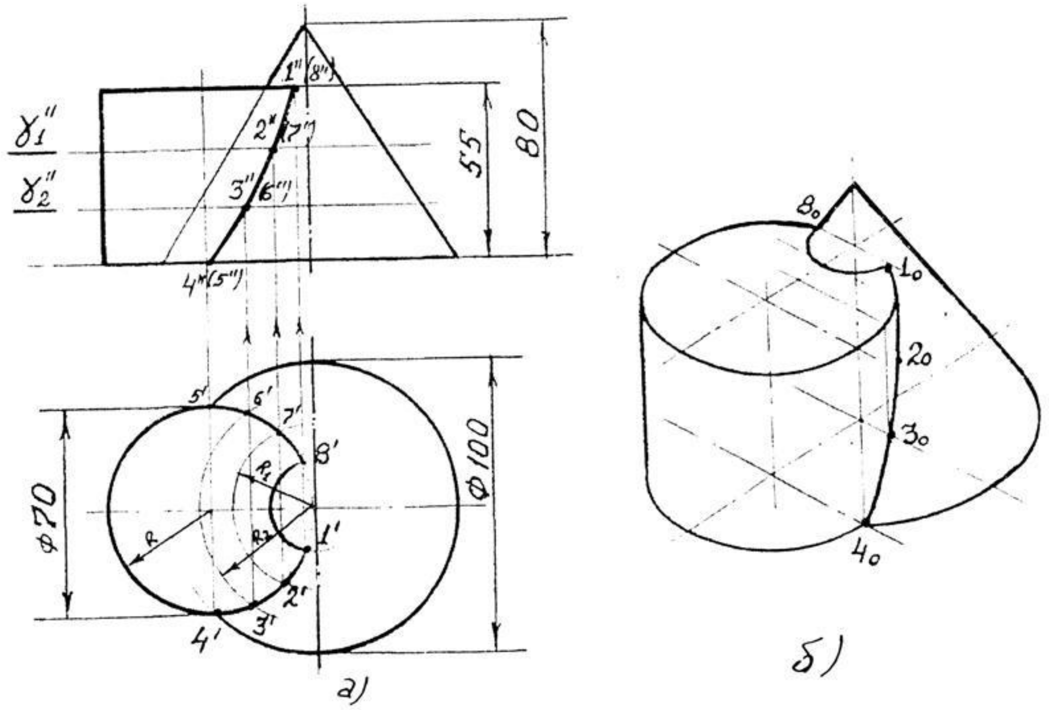


259-сүрөт

Жогорудагы чиймеде көрсөтүлгөндөй кесилишкен көлөмдүү эки фигуранын кесилиш сызыгын чиймеге тургузууда жардамчы кесүүчү деңгээл тегиздигин негизги проекция тегиздигинин кайсынысына параллель болоорун жана ошол тегиздик кесилишкен эки фигураны кескенде кандай формадагы тегиз фигура пайда болоорун алдын ала билүүбүз талапка ылайык.

260-сүрөттө көрсөтүлгөн цилиндр менен конустун айлануу октору өз ара параллель болуп горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашкан. Ошондуктан бул учурда кесүүчү деңгээл тегиздиктери π_2 жана π_3 проекция тегиздигине перпендикуляр болот. $((\gamma_1, \gamma_2)//\pi_1)$ же $((\gamma_1, \gamma_2)\perp \pi_2 \wedge \pi_3)$. Бизге белгилүү болгондой кесүүчү деңгээл тегиздиктер берилген цилиндрди жана конусту кескенде айлана формасындагы тегиз фигуралар пайда болот. Кесилишти чектеген чекиттер ошол айланалардын сырткы сызыктары (контурлары) кесилишкен чекиттер болот. Мисалы: кесилиш сызыкты чыктеген 2 жана 7 чекиттери кесүүчү γ_1 тегиздиги берилген цилиндр менен конусту кескенде радиусу R болгон цилиндрдеги айлана менен радиусу R_1 болгон конустагы айланалардын сырткы контур сызыктарынын кесилишинен пайда болот. Бул чиймеде кесилишти чектеген чекиттердин горизонталдык $(2' \ 7')$ проекцияларын аныктап, андан соң байланыштыруучу сызыктарды жүргүзүү менен фронталдык $(2'' \ 7'')$ проекцияларын алабыз.

Кийинки 3 жана 6 чекиттери дагы ушул эле ыкма менен аныкталса, 4 жана 5 чекиттери берилген цилиндрдин жана конустун негиздеринин контуру кесилиш чекиттери менен дал келет. Керектүү кесилишти чекиттерди чиймеде аныктаган соң, ошол чекиттерди лекалалык ийри сызыктардын жардамы менен

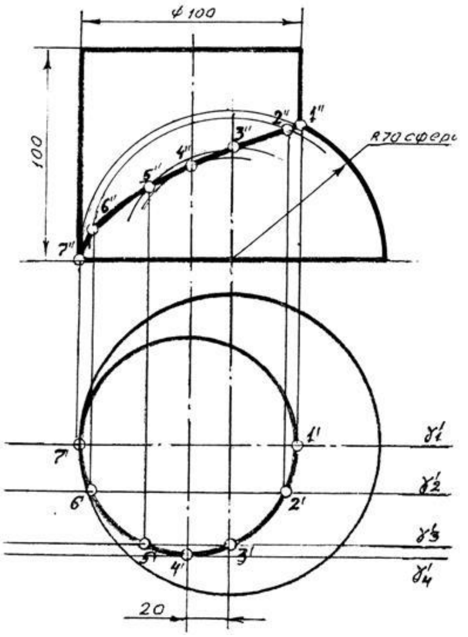


260-сүрөт

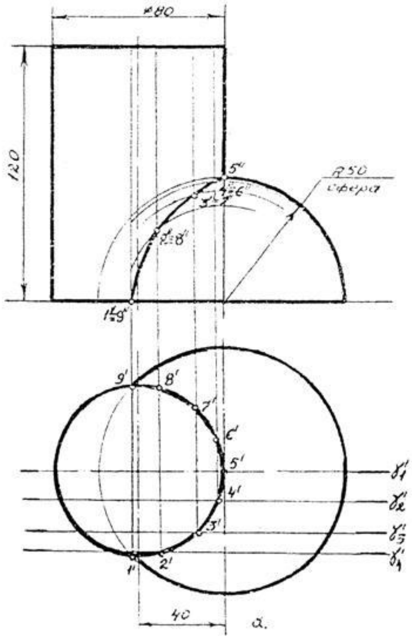
кынтыксыз катар туташтыруу менен берилген цилиндр менен конустун кесилиш сызыгын чиймеге тургузабыз. Чиймеде кесилиш сызыктын көрүнгөн бөлүгү туташ жоон сызык менен чийилет. Ал эми кесилиш сызыктын көрүнбөгөн бөлүгүн үзүк ичке сызык менен сунушталат. Демек ар кандай көлөмдүү геометриялык фигуралардын беттеринин кесилишин чиймеде чийүүдө төмөндөгүлөрдү эске алуу талапка ылыйык:

1. Беттердин кесилишүү сызыктарын чектеген чекиттерди чиймеге тургузууда, жардамчы кесүүчү тегиздик кесилишкен фигуралардын беттеринин экөөнү тең кесип өтүүсү зарыл.
2. Жардамчы кесүүчү тегиздиктин кесилишкенде пайда болгон тегиз фигура жөнөкөй болуусу шартка ыңгайлуу.
3. Кесилиште, кесилишкен эки бет тең симметриялуу кесилишсе, кесилишүүнү чектеген чекиттерди симметрия огуна салыштырмалуу бир жагынан белгилөө жетиштүү (261- сүрөт). 261-262- сүрөттөрдө цилиндр менен сферанын кесилиш сызыктарын чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн.

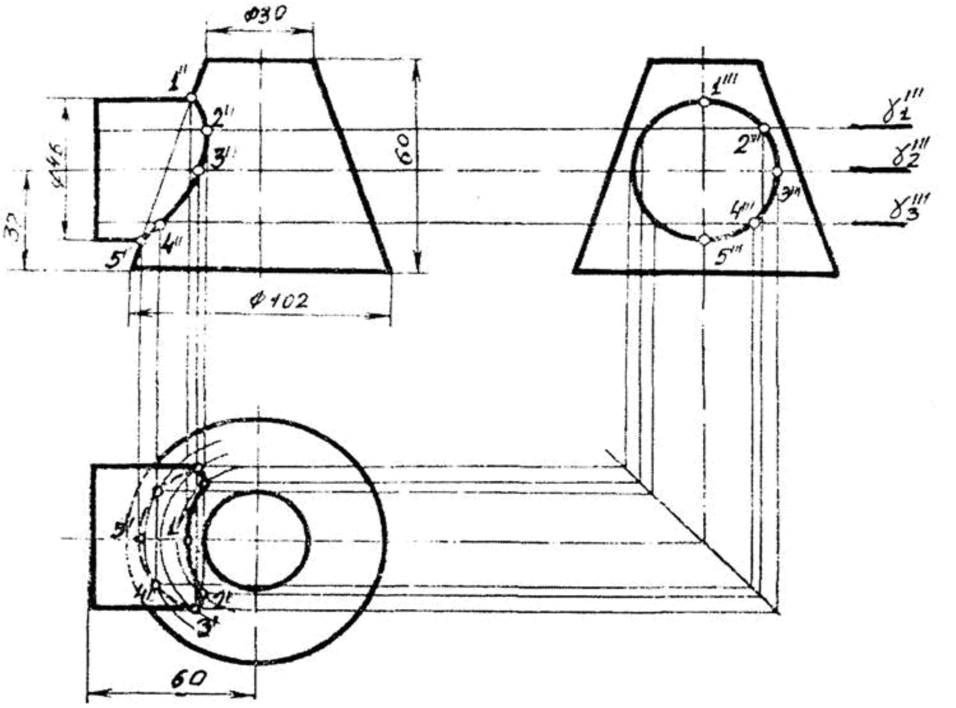
4.Бул чиймеде, берилген цилиндрди каптал түзүүчүлөрү (айлануу огу) горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашкан, ошондуктан берилген цилиндр менен сферанын кесилиш сызыгын чиймеге тургузууда пайдаланылган жардамчы кесүүчү деңгээл тегиздиктери фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель алынып, кесилиш сызыктын фронталдык проекциясы чиймеге тургузулган, ал эми кесилиш сызыгынын горизонталдык проекциясы берилген цилиндрдин горизонталдык проекциясы берилген цилиндрдин горизонталдык проекциясы менен беттешет.



261-сүрөт



262-сүрөт

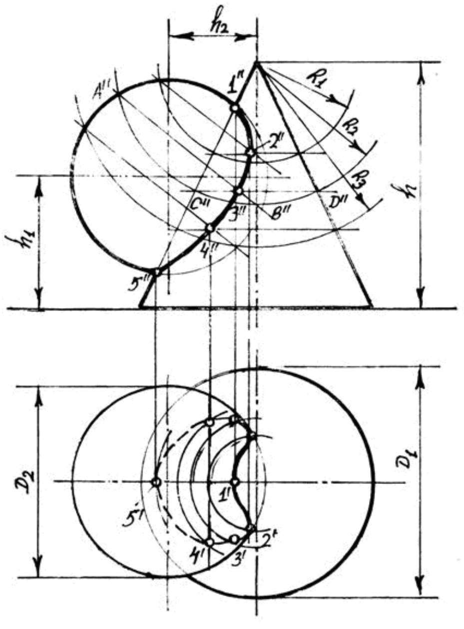


263-сүрөт

Кээ бир учурда чиймеде берилген кесилишкен эки көлөмдүү фигуралардын кесилиш сызыгын чиймеде тургузууда, кесүүчү жардамчы деңгээл тегиздиктерин пайдаланууда, кесилишкен эки көлөмдүү фигуралардын эки проекциясы жетишсиз болсо, анда ал фигуралардын үчүнчү проекциясын дагы тургузууга туура келет. 263- сүрөттө көрсөтүлгөн кесилген конус менен цилиндрдин кесилишин чиймеге тургузууда, алардын горизонталдык жана фронталдык проекциялары жетишсиз. Анткени кесүүчү фронталь тегиздиктери берилген цилиндрди кескенде пайда болгон тик фигуранын контурунун горизонталдык проекциясын берилген мисалда, үчүнчү профилдик проекциясы аркылуу гана алууга болот. Бул мисалда кесилиш сызыктын профилдик проекциясы, берилген цилиндрдин негизинин профилдик проекциясы менен беттешет (дал келет).

Кесүүчү сфера ыкма

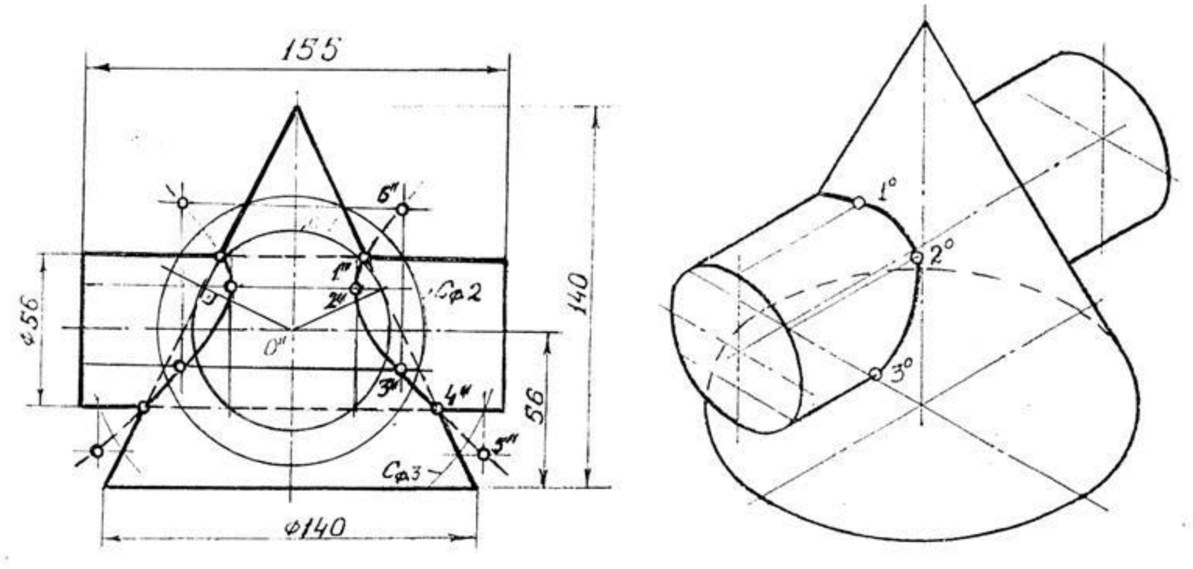
Эгерде кесилишкен эки көлөмдүү фигуралардын экөө тең айлануу телосуна ээ болсо, жана алардын айлануу октору өз ара кесилишсе, кесүүчү сфера ыкмасын пайдалануу ыңгайлуу. Кесүүчү сфера ыкмасын пайдаланууда берилген кесилишкен эки көлөмдүү фигуралардын бир эле (фронталдык) проекциясынан кесилиш сызыктарын тургузууга болот. 264 – сүрөттө конус менен шардын кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн.



264-сүрөт

Кесүүчү сфера ыкмасында берилген эки көлөмдүү фигуранын берилишине карата аныкталган борбордон ар кандай өлчөмдөгү радиус менен сфера жүргүзөбүз. 264- сүрөттөгү чиймеде берилген конустун чокусунан R_1, R_2 жана R_3 радиусундагы кесүүчү сфера жүргүзүлгөн.

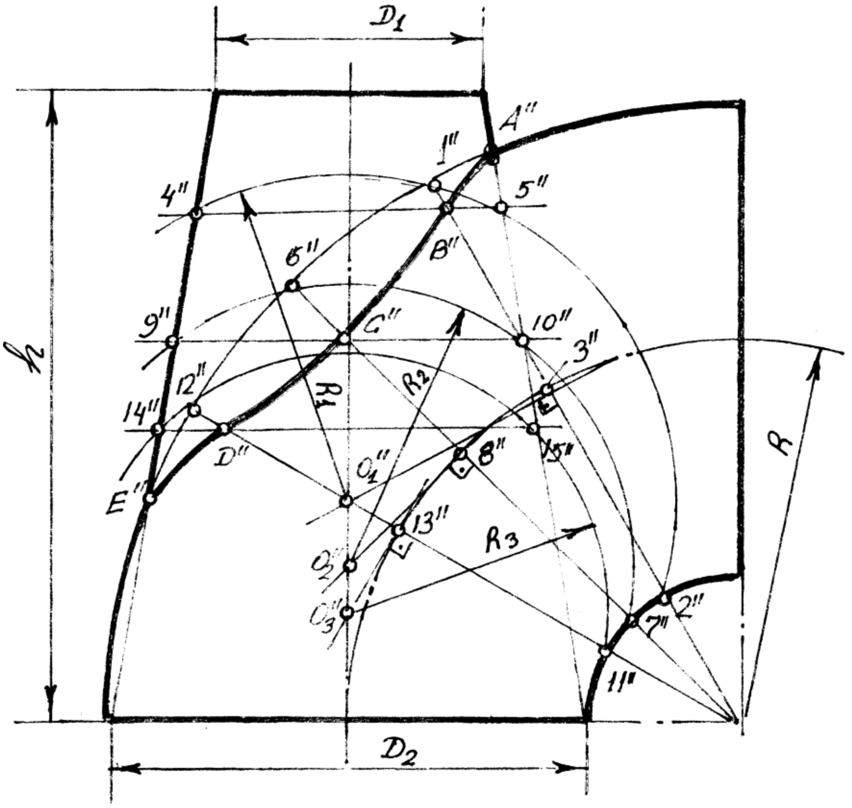
Бул учурда жүргүзүлгөн сферанын контуру кесилишкен эки көлөмдүү фигуранын (конустун жана шардын) контурун кесип өтүүсү керек. Жүргүзүлгөн сферанын контурун кесип өткөн чекиттерди түз сызык менен туташтырабыз дагы, ошол түз сызыктардын кесилишкен, берилген фигуралардын кесилиш сызыгын чектеген чекитти аныктайбыз. (Мисалга: Кесилишти чектеген (3) аныктоодо R_2 радиусунда жүргүзүлгөн сферанын контуру, шардын контурун кескен CD чекиттеринин туташтыргандагы түз сызыктардын кесилишинен 3 - (үчүнчү) чекитти аныктайбыз. 2 жана 4 чекиттери дагы ушул ыкма менен аныкталат. Ал эми 1 жана 5 чекиттери берилген конус менен шардын түзүүчүлөрүнүн кесилишинен аныкталат). Кесилишти чектеген 1,2,3,4, 5 чекиттерин катар лекаланын жардамы менен туташтырып, талап кылынган кесилиш сызыкты чиймеге тургузабыз. Эгерде кесилиш сызыктын экинчи (горизонталдык) проекциясын тургузуу талап кылынса, жогоруда каралган жардамчы кесүүчү деңгээл тегиздиктеринин жардамы менен аныкталат, кесилишти чектеген чекиттер аркылуу жүргүзүү менен чиймеге тургузабыз.



265-сүрөт

265-сүрөттө айлануу огу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр конус менен айлануу огу горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалдагы эки көлөмдүү фигуралардын кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу көрсөтүлгөн. Бул чиймеде жүргүзүлгөн кесүүчү сферанын радиусунун борбору кесилишкен эки фигуранын окторунун кесилишкен чекити аныктаган. Кээ бир учурларда айлануу огуна ээ болгон көлөмдүү фигуралардын айлануу октору кесилишпесе деле кесүүчү сфералык ыкма менен тургузууга болот. Мындай учурда кесилишкен эки көлөмдүү фигуранын түзүүчү октору бир тегиздикте жатып, негизги проекция тегиздигинин бирине параллель болуусу керек.

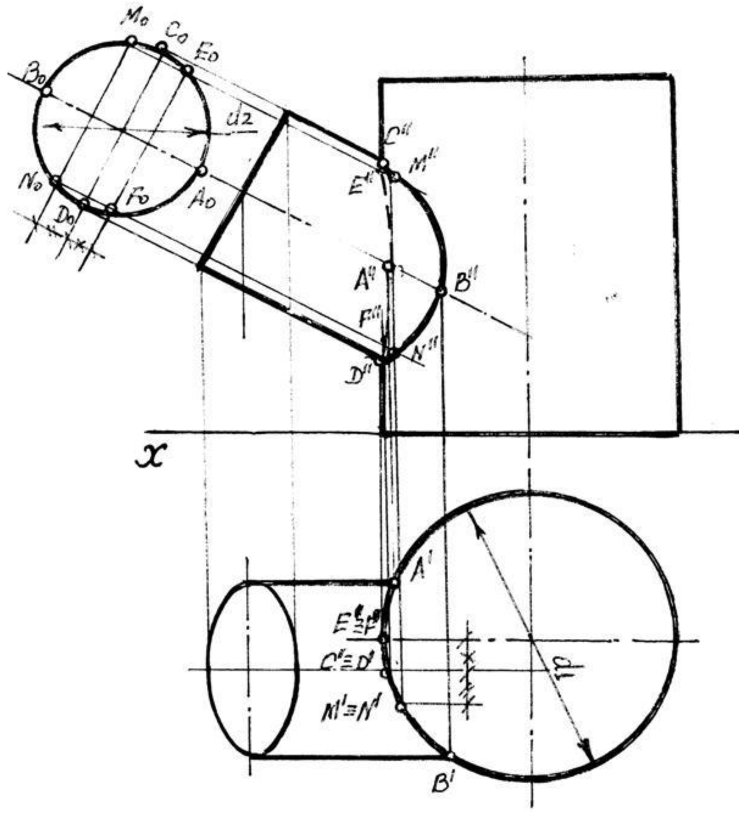
266-сүрөттө октору өз ара кайчылышкан конус менен тордун кесилиш сызыгын чиймеге тургузуу чиймеде көрсөтүлгөн. Бул чийме мисалда каралган конустун айлануу огу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашса, аны менен кесилишкен тордун айлануу огу фронталдык (π_2) проекция тегиздигине перпендикуляр жайгашкан, бирок берилген торду түзгөн айлананын түзүүчү огу жана аны менен кесилишкен конустун айлануу огу; фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель абалдагы бир тегиздикте жатат. 266– сүрөттө А (жогорку) жана Е (төмөнкү) конус менен тордун кесилишкендеги анык мүнөздүү кесилишти чектеген чекиттер. Ал эми кесилиш сызыкты чектеген ортодогу чекиттерди төмөндөгү тартипте тургузууга болот. Мисалга В чекитин аныктоодо тордун бетинен 1. 2 проекциясы (1''2'') тандалып алынып, 1''2'' проекциясы тордун түзүүчү огу менен кесилишкен чекиттен (3''), 1''2'' проекциясынан перпендикуляр түз сызык жүргүзүп, ошол жүргүзүлгөн түз сызык менен, конустун огунун кесилишинен радиусу R_1 болгон сферанын борбору (o_1'') алабыз. Жүргүзүлгөн сферанын контуру менен конустун кесилиш чекиттерин туташтырган 4. 5 (4''5'') сызыгы менен 1.2 (1''2'') сызыгынын кесилишинен, кесилиш сызыкты чектеген орто аралыктагы B(B'') чекитин алабыз. Калган C(C'') жана D(D'') ортодогу чекиттерди ушундай эле 6''7'' жана 11''12'' проекция сызыктарын жүргүзүү менен аныкталат. Ар кандай формадагы жана өлчөмдөгү кесилишкен көлөмдүү эки фигуранын кесилиш сызыктарын чиймеге тургузууда, тургузуунун тигил же бул ыкмасын тандоодо, чийме сызыктарынын саны канчалык аз болсо, ошону менен чийме так жана даана чийилсе, аталган чийме талапка жооп берет деген ойдобуз.



266-сүрөт

Ар дайым эле айлануу огуна ээ болгон көлөмдүү геометриялык фигуралардын октору өз ара параллель же кесилише бербейт. 267- сүрөттөгү мисалда эки цилиндрдин айлануу октору өз ара кайчылашкан. Бул мисалда диаметри **d_1** болгон цилиндрдин каптал кырлары горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине перпендикуляр болгондуктан, кесилиште пайда болгон кесилиш сызыктын горизонталдык проекциясы, диаметри **d_1** болгон цилиндрдин негизинин жаасы менен беттешет (A',B',C',D'E',F',M',N'). A жана B чекиттеринин фронталдык проекцияларын, байланыштыруучу сызыктарынын жардамы менен аныкталат. 267-сүрөттөгү A жана B чекиттери алыскы жана жакынкы чекиттер болуп, анын фронталдык (A''B'') проекциялары экинчи цилиндрдин айлануу огунун фронталдык фронталдык проекциясында жатат. C жана D чекиттери жогорку жана төмөнкү чекиттер болуп, берилген цилиндрдин түзүүчүсүндө жайгашат. Ал эми кесилиштеги M,N, E,F чекиттеринин фронталдык проекциясын чиймеге тургузууда, кошумча фронталь кесүүчү γ_1

тегиздигин M чекити аркылуу экинчи γ_2 тегиздигин N чекити аркылуу жүргүзүп, M жана N чекиттеринин фронталдык (M'' N'') проекциясын чиймеге тургузабыз. E,F,M,N чекиттеринин фронталдык (E'',F'',M'',N'') чиймеге тургузууда, экинчи диаметри **d_2** болгон цилиндрдин кошумча көрүнүшүн, анын түзүүчүсүнө перпендикуляр багытта түшүрүп андан соң, жогорудагы E,F,M жана N чекиттеринин фронталдык (E'',F'',M'',N'') проекцияларын чиймеге тургузуу ыңгайлуу.



267-сүрөт

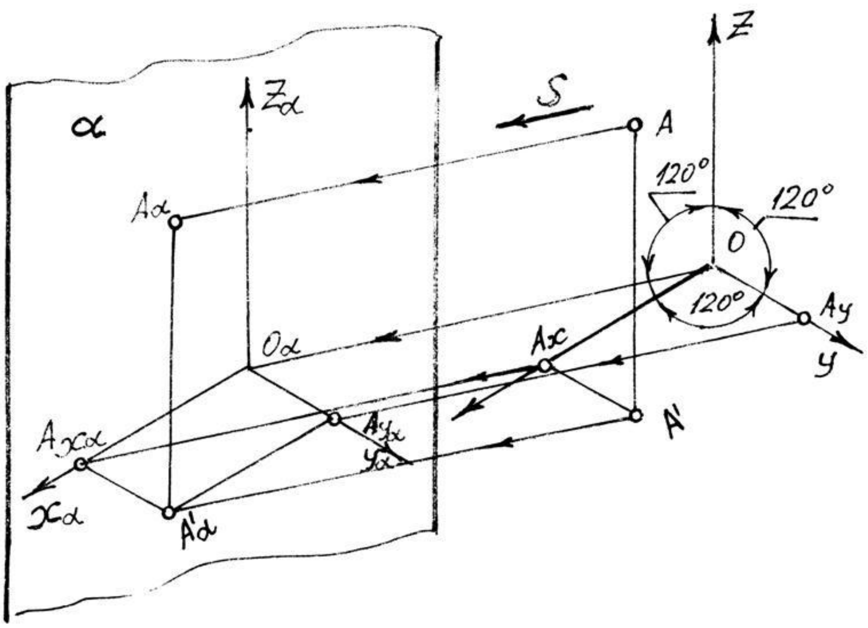
Текшерүү суроолору

1. Көлөмдүү эки фигуранын кесилишин чиймеге тургузууда кандай ыкмалар колдонулат?
2. Кесүү сызыгы менен өтүү сызыгынын айырмасы эмнеде?
3. Кандай шартта кесүүчү жардамчы деңгээл тегиздиктерин колдонбой эки көлөмдүү фигуранын кесилиш сызыгы тургузулат?
4. Жардамчы кесүүчү деңгээл тегиздиктери негизги проекция тегиздиктерине салыштырмалуу кандай абалда болушат?
5. Кандай шартта кесүүчү сфера ыкмасы колдонулат?
6. Эки көлөмдүү фигуранын кесилиш сызыгын тургузууда кесүүчү сфералык ыкманын өзгөчөлүгү эмнеде?
7. Көлөмдүү фигуралардын кесилиш сызыктары кандай тартипте чийилет?

10. Аксонометриялык проекциялар.
Жалпы түшүнүктөр

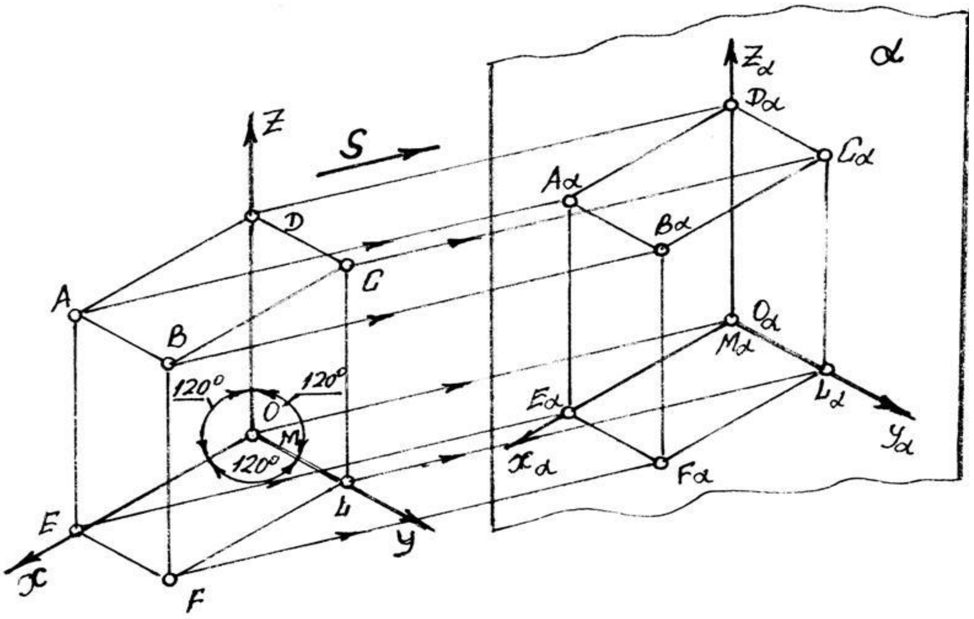
Мейкиндикте берилген буюмду үч ыкма менен сүрөттөп көрсөтүүгө болот: жөнөкөй сүрөт, чийме жана аксонометриялык проекциялоо менен. “Сызма геометрияны” окутууда тик бурчтуу (ортогоналдык) параллель проекциялоо менен катар аксонометриялык проекцияларга дагы кеңири маани берилет. “Аксонометрия” – деген сөз VII-VIII кылымдарда грек сөзүнөн алынган эки сөздөн турат. “аксон” жана “метрия”. Демек которгондо “ок” жана “өлчөймүн” (ченеймин). Демек “Аксонометрия” – октор менен өлчөө деген түшүнүктү берет.

Турмушта колдонулуучу ар кандай буюмдардын жана геометриялык түспөлдөрдүн тик бурчтуу (ортогоналдык) проекциялары, алардын мейкиндиктеги сүрөттөлүшүн чиймеге сүрөттөп түшүрүүдө көрсөтмөлүү же көрүнүмдүү сүрөттөлүшүн чиймеде көрсөтүп бере албайт. Анткени тик бурчтуу палаллель проекциялоодо берилген түспөлдүн бир сүрөттөлүшү мейкиндиктин эки гана огу боюнча маалымат берет. Мисалга түспөлдүн фронталдык проекциясы x жана z огу боюнча, горизонталдык проекциясы x жана y огу боюнча маалымат берсе, профилдик проекциясы y жана z огу боюнча маалымат берет. Ал эми аксонометриялык проекциялоодо берилген түспөлдүн бир эле көрүнүшүнөн толук бардык октор боюнча (x, y, z) маалымат берет. Аксонометриялык проекциялоо ыкмасынын негизги белгилери болуп, мейкиндикте берилген түспөл өзү жайгашкан тик бурчтуу координата системасы менен бирге, бир тегиздиктин бетине проекцияланып элестелет. 268 – сүрөттө тик бурчтуу координаталар системасында жайгашкан A чекити жана координата системасы толук бойдон мейкиндик тегездигигинин бетине S багыты боюнча проекцияланганы көрсөтүлгөн.



268-сүрөт

Аксонометриялык проекциялоодо жөнөкөй чекиттин проекциясынан баштап көлөмдүү геометриялык фигуралардын проекциялары көрүнүмдүү проекцияланып, берилген түспөл жөнүндө толук маалымат берет. 269 – сүрөттө тик бурчтуу призманын аксонометриялык проекциясы көрсөтүлгөн. Бул учурда жогоруда 268–сүрөттө көрсөтүлгөн чекиттин аксонометриялык проекциясындай эле проекцияланат. Демек, ар кандай мейкиндикте көрсөтүлгөн түспөлдөрдү чекиттин көптүгү катары көрүүгө болорун эске алып ар кандай буюмдардын аксонометриялык проекциясын көрсөтмөлүү чийүүгө болот.



269-сүрөт

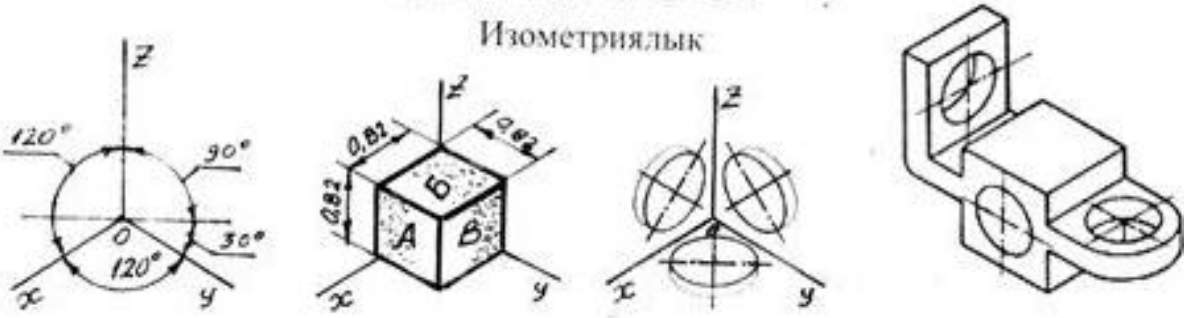
Аксонометриялык өзгөрүү коэффициенттери

268-сүрөттө көрүнүп тургандай, *ox, oy, oz* түз сызыктары мейкиндиктеги координата октору. Ал эми ox_α, oy_α, oz_α түз сызыктары алардын α тегиздигинин бетине түшүрүлгөн проекциялары жана бул сызыктар “аксонометриялык октор” деп аталышат. Мейкиндикте берилген координата системасында x, y, z окторунан бирдик катары кабыл алынган *h* аралыктары өз ара барабар. h_x, h_y, h_z кесиндилери *h* аралыктарынын аксонометриялык окторго түшүрүлгөн проекциялары. Дайыма эле h_x, h_y, h_z аралыктары өз ара жана h аралыктары менен да барабар боло бербейт.

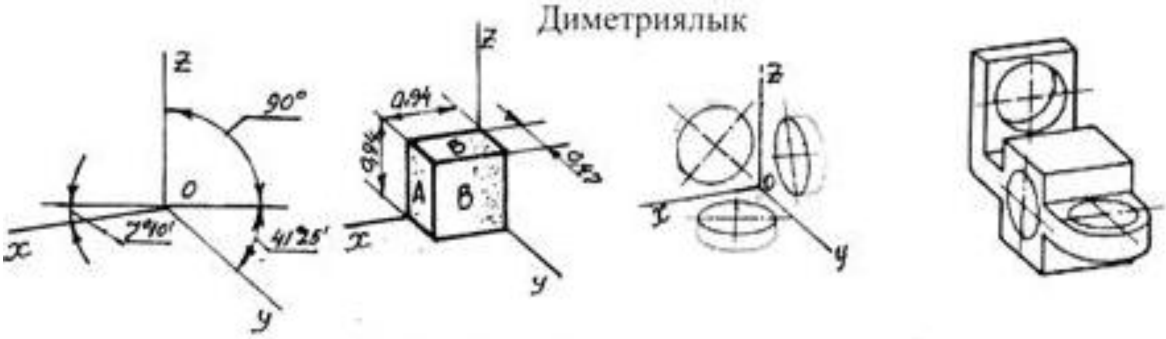
Ошондуктан $h_x / h = k$; $h_y / h = m$; $h_z / h = n$ – аксонометриялык октор боюнча өзгзөрүү коэффициенттери деп аталышат. k-x огу боюнча, *m-y* огу боюнча *n-z* огу боюнча өзгөрүү коефициенттери болушат. Өзгөрүү коефициенттери *k, m, n* - өз ара бири – бири менен барабар же барабар эмес болушу да мүмкүн. Анткени аксонометриялык тегиздиктин бетине проекцияланууучу координата системасындагы октордун, тегиздикке салыштырмалуу жайгашканынан көз каранды.

Тик бурчтуу проекция

Изометриялык



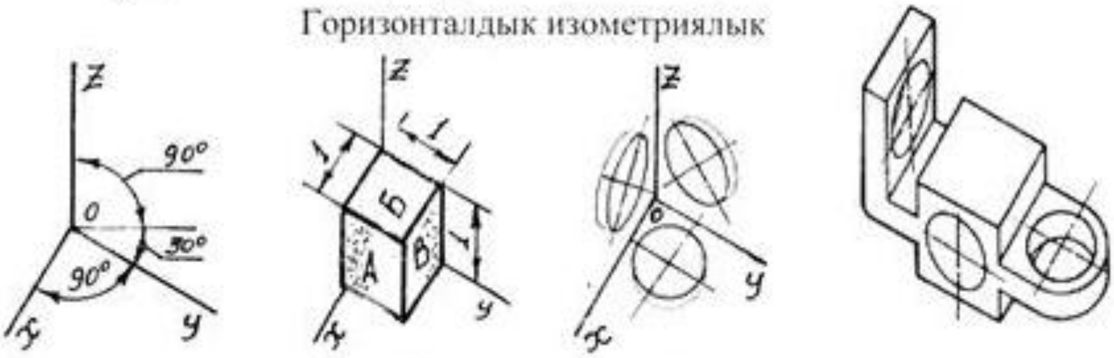
Диметриялык



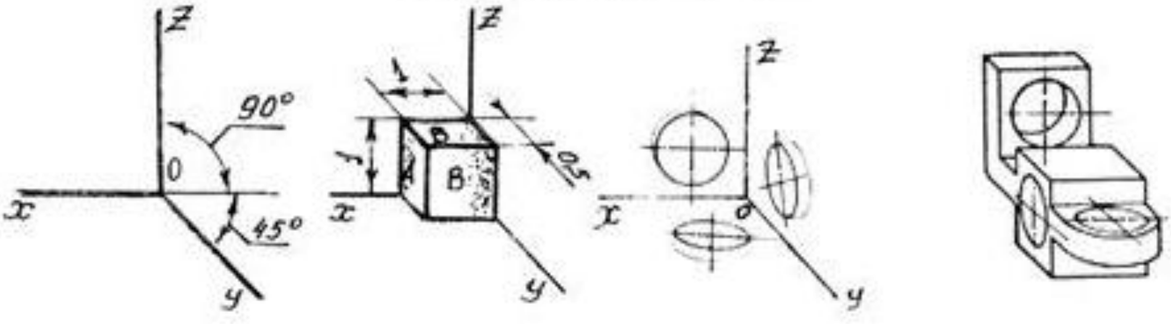
Кыйгач бурчтуу проекция

Фронталдык изометриялык

Горизонталдык изометриялык



Фронталдык диметриялык



270-сүрөт

Эгерде өзгөрүү коэффициенттери өз ара барабар болушса, ($k= m= n$), анда аксонометриялык сүрөттөлүштү, “Изометриялык” (бирдей-өлчөө же бирдейчендеги) аксонометрия деп атайбыз. Эгерде өзгөрүү коэффициентинин экөө барабар болушса ($k=m\neq n$), анда тегиздиктин бетине түшүрүлгөн аксонометриялык сүрөттөлүштү “диметриялык”(экөөнөн-өлчөө) аксонометриялык проекция деп атайбыз. Ал эми өзгөрүү коэффициенттери баардык октор боюнча барабар болушпаса ($k\neq m\neq n$), анда мындай аксонометриялык проекцияны “триметриялык ” (үч- өлчөө) деп атайбыз.

Аксонометриялык проекциянын түрлөрү

Өндүрүштүн жана курулуштун баардык тармактарында колдонулуучу чиймелердеги аксонометриялык проекция түрлөрү ГОСТ 2.317-69(т. сЭВ 1979-79) баюнча аныкталат. Проекциялоо нурунун багытына жана сызыктардын өлчөмдөрүнүн (бузулуу) өзгөрүлүп түшүшүнө жараша аксонометриялык проекция тик жана кыйгач бурчтуу болуп экиге бөлүнөт.

Эгерде проекциялоочу нур аксонометриялык тегиздигине тик бурч менен түшсө (перпендикуляр болсо) тик бурчтуу аксонометриялык проекция деп атайбыз. Тик бурчтуу аксонометриялык проекция “изометриялык” же “диметриялык” болуусу мүмкүн.

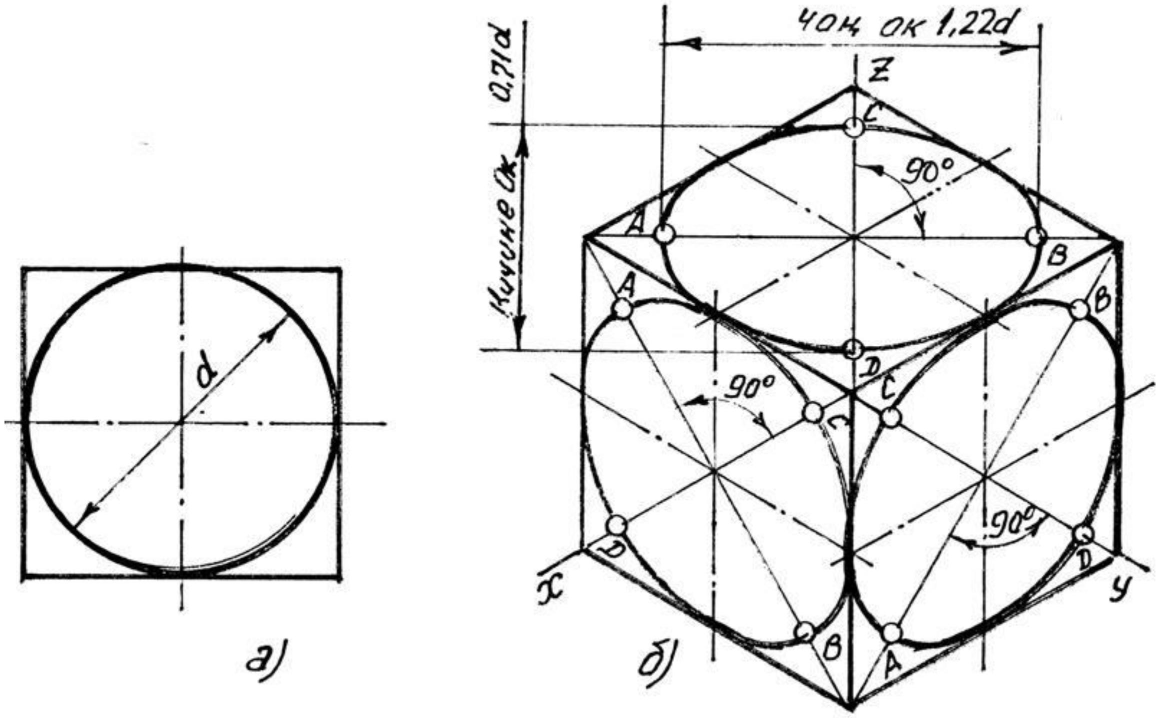
Эгерде аксонометриялык проекциялоочу нур проекция тегиздигине кандайдыр бир бурч менен түшсө кыйгач бурчтуу аксонометриялык проекция фронталдык изометрия, горизонталдык изометрия жана фронталдык диметриялык проекция болуп үчкө бөлүнүшөт. Демек, берилген түспөлдүн көрүнүмдө чиймени чийүүдө аксонометриялык проекциянын беш түрү колдонулат. Алардын түрлөрү 270 - сүрөттө көрсөтүлгөн.

Айлананын тик бурчтуу изометриясы

Мейкиндикте берилген ар кандай буюмдун (тетиктин) же түспөлдүн аксонометриялык проекциясын, тигил же бул аксонометриянын түрүндө чийүүдө негизинен анын көрүнүмдүүлүгүн жана чиймеде жеңил (оңой) чийилишин эске алуу негизги талаптын бири.

Ошондуктан айлананын аксонометриялык проекциясын чийүүдө, анын тик бурчтуу изометриялык проекцияда чийүү, чиймени бир азга жеңилдетет. Анткени айлананын изометриялык проекциясын чийүү, чиймеде кошумча тургузуулардын аздыгы, жөнөкөйлүгү жана көрүнүмдүүлүгү менен башкалардан айырмаланып турат.

271-сүрөттө беттерине айлананын бурчтуу изометрияда чийилген кубдун изаметриялык проекциясы көрсөтүлгөн. Кубдун квадраттык каптал беттери ромб түрүндө чиймеде сүрөттөлгөн. Бул учурда чийилген элиппстин кичине огу CD, чоң огу AB дайыма перпендикуляр болоорун белгилеп кетүү керек.

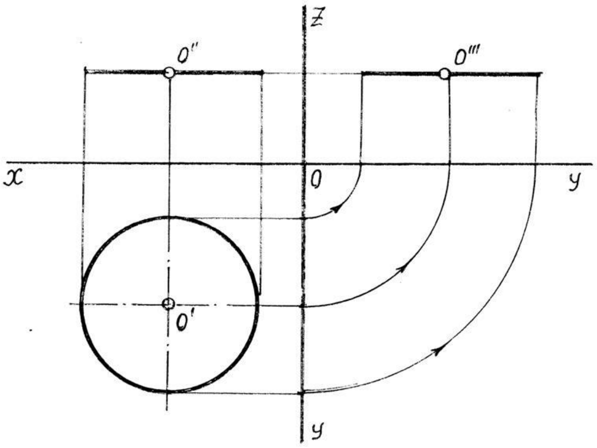


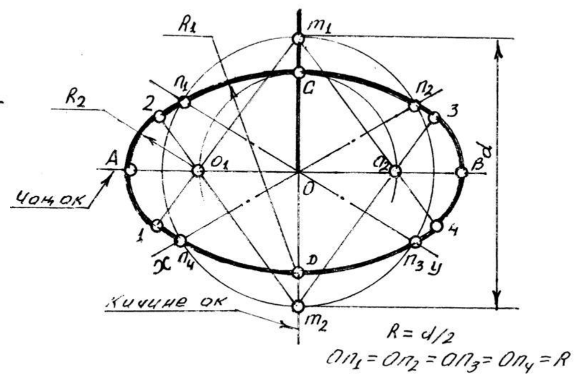
271-сүрөт

Тик бурчтуу ортогоналдык проекциясында айлана дайыма эле айлана болуп проекциялана бербейт. Эгерде айлана горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашса, анда анын горизонталдык проекциясы гана айлана болуп проекцияланып калган фронталдык жана профилдик проекциялары айлананын диаметрине барабар чоңдуктагы кесинди болуп проекцияланат (272-сүрөт).

Бул учурда айлананын түз сызык болуп проекцияланган фронталдык проекциясы x огуна, ал эми профилдик проекциясы у огуна параллель жайгашат. Демек айлананын горизонталдык проекциясы, анын чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта проекцияланат.

Тик бурчтуу изометриялык проекцияда айлана жайгашынан тегиздик горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашса, анда эллипстин чоң огу CD тик (вертикалдык) абалда жайгашышы керек.





272-сүрөт

273-сүрөт

Горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашкан айлананын аксонометриялык проекциясын тик бурчтуу изометрияда чийүүнүн төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат;

а) октордун кесилиш “0” чекитинен, берилген айлананын диаметрине барабар чоңдуктагы жардамчы айлана чийилет.

б) Чийилген айлана х жана у окторун кескен чекиттерден n_1, n_2 , n_3 жана n_4 чекиттерин белгилеп алабыз. Бул учурда $On_1 = On_2 = On_3 = On_4 = d/2 = R$ чоңдукта болуусу талапка ылайык.

в) жардамчы айлананын жаасы Z огун кескен чекиттерден m_1 чекити 1.4 чекиттерин туташтырган жаанын радиусу нун борбору $(R_1 = m_2n_3 = m_1n_4)$, ал эми m_2 чекити 2.3 чекиттерин туташтырган жаанын радиусунун борборун алабыз $(R_1 = m_2n_1 = m_2n_2)$. Ошол жаалардын вертикалдык окту кескен чекиттеринен же болбосо кичине окторунун аралыгын алабыз. (CD=0,71*d*)

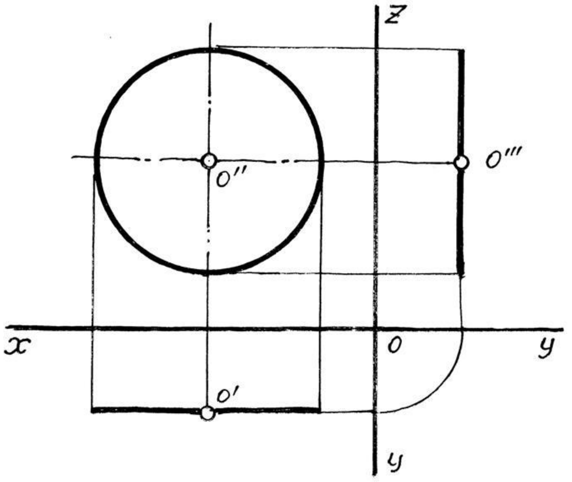
г) OC жана OD аралыгын алып экинчи жардамчы айлана чийсек, ошол айлана чоң окту кескен чекиттерден эллипстин 1.2 жана 3.4 чекиттерин туташтырган жаанын борборлору 0_1 жана 0_2 чекиттерин алабыз. Алынган борбордон R_2 радиусу менен 1.2 жана 3.4 чекиттерин туташтыруу менен берилген d диаметриндеги айлананын аксонометриялык проекциясы горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель абалдагы аксонометриялык проекциясын, тик бурчтуу изометрияда чийген болобуз (273- сүрөт).

Демек айлана горизонталдык (π_1) проекция тегиздигине параллель жайгашкан тегиздиктин бетинде жайгашкан айлананын аксонометриялык проекциясын чийүүдө чеңөө ***x*** жана ***y*** октору боюнча жүргүзүүлөрү жогорудагы 273–сүрөттөн көрүнүп турат. Чиймеде берилген айлананын фронталдык π_2 проекция тегиздигине параллель жайгашса, анда ал айлананын тик бурчтуу (ортогоналдык) проекцияда фронталдык проекциясы берилген айлананын чыныгы чоңдугуна барабар чоңдукта айлана болуп проекцияланып, калган горизонталдык жана профилдик проекциялары, берилген айлананын диаметрине барабар чоңдукта ***x*** жана ***z*** огуна параллель түз сызык болуп проекцияланат (274-сүрөт).

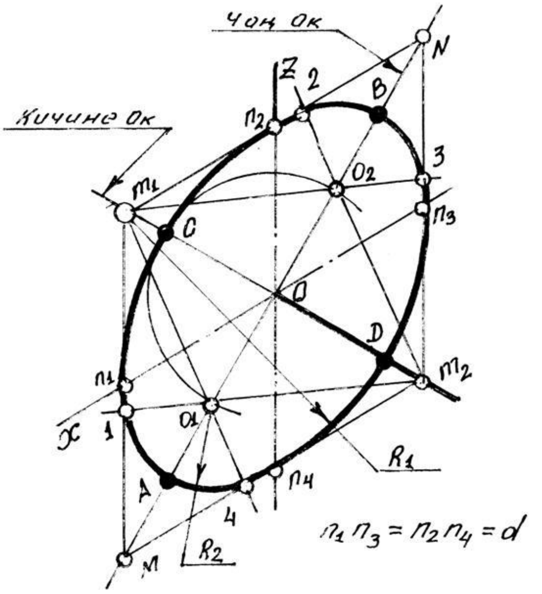
273-сүрөттө айлананын аксонометриялык проекциясы жардамчы айлананын жардамы менен чийсек, 275-сүрөттө фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель айлананын аксонометриялык проекциясын тик бурчтуу изометриялык проекцияда жардамчы ромбунун жардамы менен чийилиши көрсөтүлгөн. Бул учурда айлананын аксонометриялык проекциясы ***x*** жана ***z*** окторунун арасында чийилет.

275- сүрөттөгү чиймени чийүү төмөндөгү тартипте аткаруу сунушталат.

а) x жана z окторунун аксонометриялык проекциясын чийгенден соң, 0 чекитинен берилген айлананын радиусунун чоңдугунда n_1, n_2, n_3 жана n_4 чекиттерин белгилеп алабыз ($On_1 = On_2 = On_3 = On_4 = d/2 = R$).



274-сүрөт



275-сүрөт

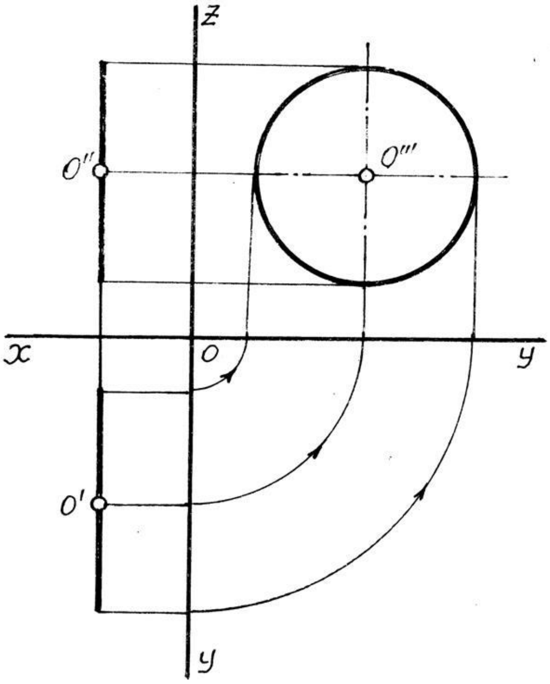
б) n_1 жана n_4 чекиттеринен z огуна, n_2 жана n_3 чекиттеринен x огуна жардамчы параллель түз сызыктарды жүргүзсөк, түз сызыктардын кесилишинен m_1, m_2, M жана N чекиттери чектеген ромбуну алабыз. Бул учурда чийиле турган эллипс ушул ромбунун ички чегинде жайгашышы талап кылынат.

в) m_1 жана m_2 чекиттерин борбор катары кабыл алып, радиусу R_1 болгон жааны m_2 чекитинен n_1 жана n_2 чекиттерин, m_1 чекитинен радиусу R_1 болгон жааны n_3 жана n_4 чекиттерин туташтыруу менен чийилүүчү эллипстин чоң жаасынын бөлүгүн алабыз жана эллипстин кичине огун чектеген CD чекиттерин чиймеге түшүрөбүз.

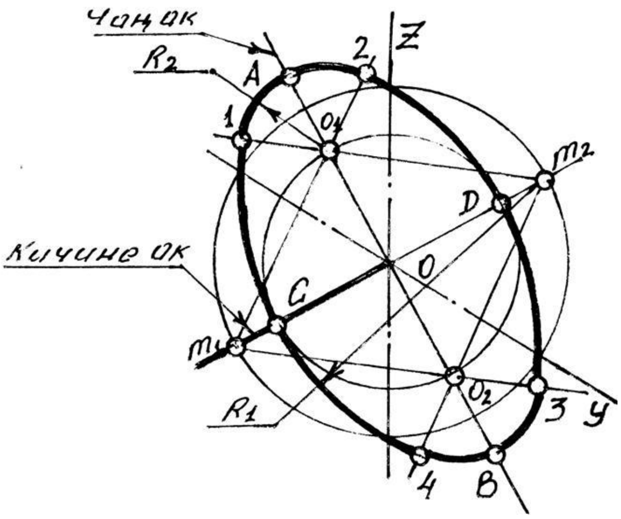
г) O чекитинен OC Жана OD аралыгына барабар чоңдуктагы жаа чийсек, ошол жаа NM түз сызыгын кесип өткөн чекиттерден чийилүүчү эллипстин кичине жаасынын радиусунун (R_2) борборлору O_1 жана O_2 чекиттерин алып, алынган борборлордон 1.4 жана 2.3 чекиттерин туташтыруу менен фронталдык (π_2) проекция тегиздигине параллель жайгашкан айлананын аксонометриялык проекциясын, тик бурчтуу изометриялык проекцияда чийген болобуз.

Эгерде чиймеде берилген айлана профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель жайгашса, берилген айлананын ортогоналдык проекциясында анын профилдик проекциясы, ошол айлананын диаметрине барабар чоңдуктагы айлана болуп проекцияланып, ал эми горизонталдык жана фронталдык проекциялары, берилген айлананын диаметрине барабар чоңдуктагы түз сызык болуп проекцияланып, x огуна перпендикуляр жайгашат. (276-сүрөт).

277-сүрөттө профилдик (π_3) проекция тегиздигине параллель жайгашкан айлананын аксонометриялык проекциясы, тик бурчтуу изометриялык проекцияда чийилиши көрсөтүлгөн. Бул учурда тургузуу ***y*** жана ***z*** окторунун арасында жардамчы айлананын жардамы менен тургузулушу көрсөтүлгөн.



276-сүрөт



277-сүрөт

Текшерүү суроолору

1. Аксонометрия деген эмне?
2. Аксонометриялык проекцияны кандайча алабыз?
3. Аксонометриялык проекциянын башка проекциядан айырмасы эмнеде?
4. Аксонометриялык өзгөрүү коэффициенти деген эмне?
5. “Сызма геометрия” жана “Инженердик графика” окуу сабактарын окууда аксонометриялык проекциянын кандай түрлөрү колдонулат?
6. Аксонометриялык проекциянын түрлөрү кандай принципте тандалып алынат?

11. Сандар менен берилген проекция

Негизги түшүнүк

Сан белгиси менен берилген проекция бир гана проекция тегиздигинде (горизонталдык) көрсөтүлөт. Бирок нерсенин (түспөлдүн) мейкиндикте жайгашкан абалы анан бир проекциясы аркылуу аныкталгандыгы жогорку (мурдагы) темаларда каралган. Ошондуктан берилген түспөлдүн салыштырмалуу геометриялык абалын аныктоодо, берилген түспөлдүн (нерсенин) горизонталдык проекциялары ***Z*** координатасы менен толукталып берилет. Ал координаталар берилген чекиттин горизонталдык проекцияларынын жанына сан аркылуу көсөтүлөт. Ошол себептен бул ыкма сан белгиси бар ыкмасы деп аталат. Сан белгиси бар проекцияларга параллель проекциялоонун бардык инварианттары туура келет. Түспөлдүн (нерсенин) проекциясы түшүрүлгөн тегиздикти нөл деңгээлиндеги тегиздиги деп атайбыз. Түспөлдун нөл деңгээлиндеги проекциясы түспөлдүн мерчеми (планы) деп аталат. Мерчемдеги чекиттер алардын х, у координаталары аркылуу аныкталат, Z координаталары сан белгилери менен көрсөтүлөт.

Эгерде нерсенин (түспөлдүн) х жана у координаталары **Z** координатасына караганда көп эсе чоң болсо, анда ал сан белгиси бир проекцияда проекцияланышы мүмкүн (ыктымал). Мисалы, жер бетинин түзүлүшү жана андагы темир жана авто жолдор, аэдромдор, чоң курулуштар сан белгиси бир проекцияда долбоорлонот.

Чекиттердин сан белгиси менен проекцияланышы

Жогоруда белгиленгендей сан белгиси бар проекцияда чекиттер өзүнүн Z координатасы менен белгиленет. 278а-сүрөттө A,B,C чекиттеринин горизонталдык проекциялары менен аксонометриялык диметрияда көрсөтүлгөн. Ошол эле чекиттер 278б- сүрөттө ортогоналдык (тик бурчтуу) проекцияда көрсөтүлсө , 278в- сүрөттө сан белгиси менен берилген A чекити π_1 проекция тегиздигинен 30 га барабар бөлүктүн аралыгында жогору (үстүндө) жайгашат, ошондуктан A чекитине жанаша сан белги “30” горизонтал проекция санынын жанына жазылган. C чекити π_1 тегиздигинде жайгашкан, ошондуктан анын белгиси “0” , B чекити π_1 тегиздигинен 25 бөлүккө төмөн (асты жагында) жайгашкан., андыктан B чекитине жанаша 25 деп жазылган сандын алдына минус“-” белгиси жазылган (B_{-3}). Демек мисалда каралган A,B,C чекиттеринин аппликаталары Z_A=30: B_Z =-25 болсо Z_C=0 болот.

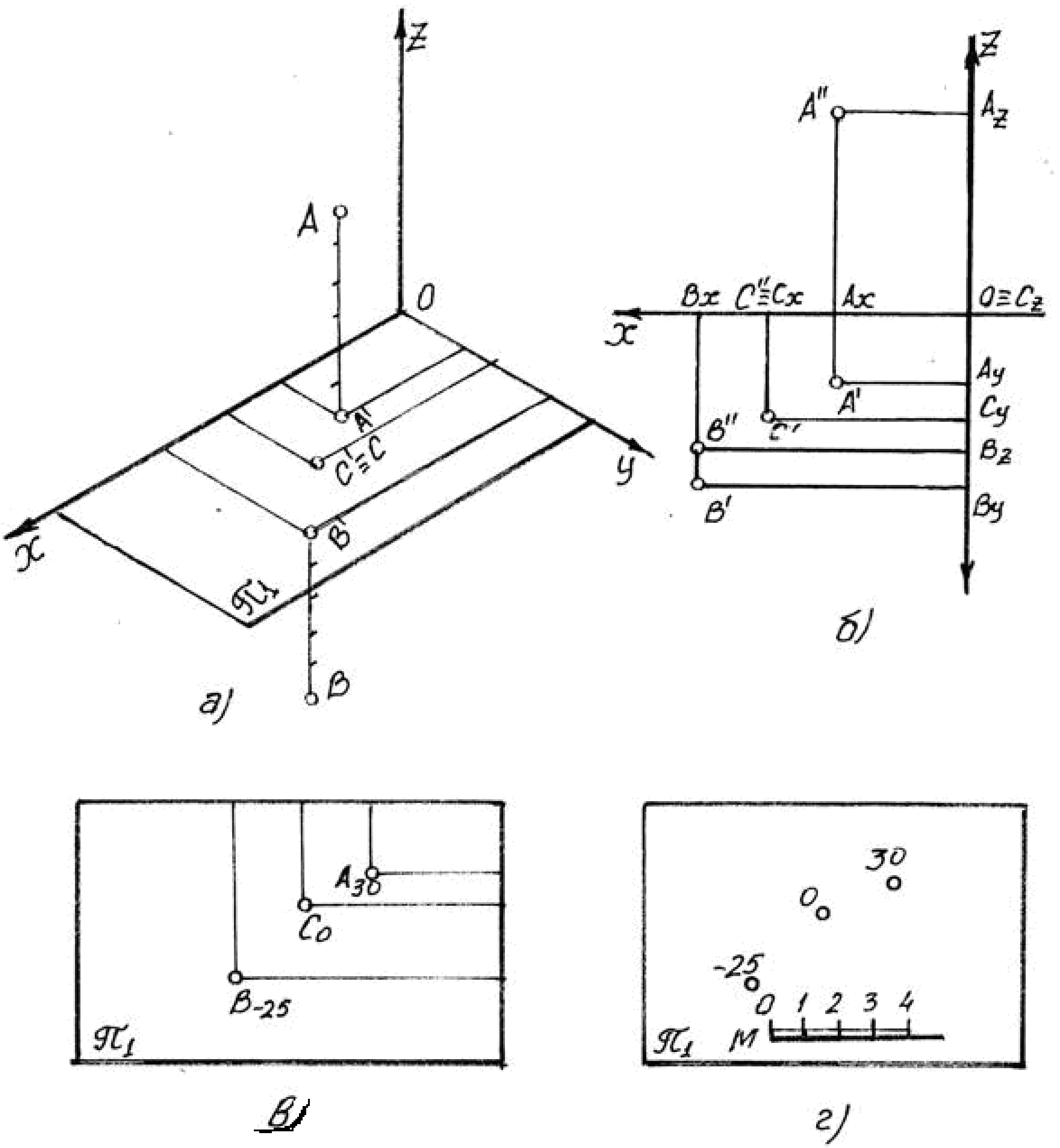
Эгерде чекиттерди A,B,C деп ажыратылышынын зарылчылыгы (кажети) жок болсо, анда алардын ордуна сан белгилери гана жазылышы мүмкүн (278г-сүрөт). Сан белгиси бар проекцияда “0” деңгээлиндеги тегиздик, октор, координаталардын башталышы көрсөтүлбөйт, бирок сөзсүз чийменин сызыктуу масштабы көрсөтүлөт (278г- сүрөт).

Сан мене белгиси бар проекцияда, жалпы абалдагы түз сызык эки түрдө берилет.

1. Кесиндини чектеген эки чекити берилген түз сызыктын проекциясы менен. 279*а* - сүрөттө A_8B_3 түз сызыгы берилген. A учу π_1 тегиздигинен 8 бөлүккө жогору, в учу 3 бөлүккө жогору жайгашат деп билебиз.
2. Түз сызыктын проекциясы жана анын жантаймасы аркылуу (279*б*-сүтөт). Түз сызыктын жантаймасы i деп түз сызыктын горизонтал тегиздигине жантайган бурчунун тангенсин айтабыз.

$$i= tg\alpha = \frac{Z_A - Z_B}{|AB|} \succ 0.$$

Мында: i – түз сызыктын жантаймасы; α – түз сызык менен π_1 дин ортосундагы бурч; Z_A,Z_B түз сызыктын A жана B учтарынын координаталары; $|AB|$ - түз сызыктын горизонтал проекциясынын узундугу. Z_A- Z_B=ΔZ.



278-сүрөт

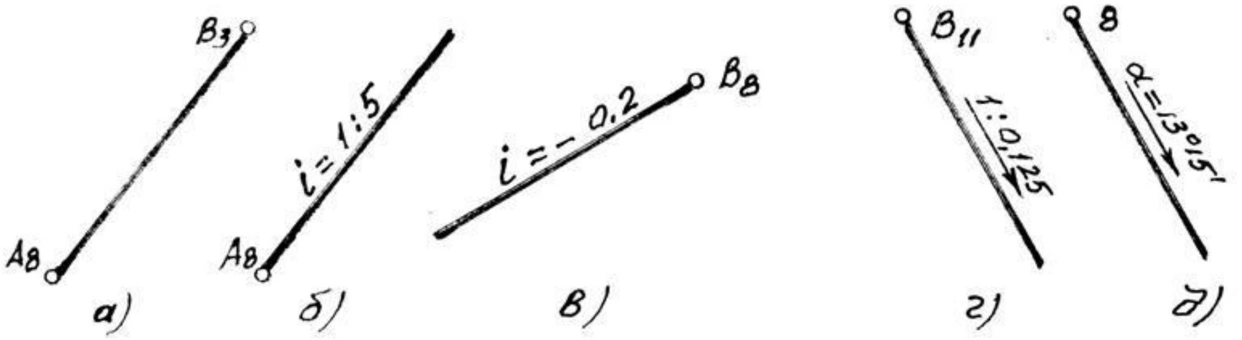
Сан белгиси бар проекцияда түз сызыктын багыты көрсөтүлөт. Багыттын төмөндөгөн белгиси жантайманын жанына “-” деп көрсөтүлөт. Мисалы 279*б* – сүрөттө түз сызык А учунан В ны карай төмөндөйт, ошондуктан

$$Z_A - Z_B = \Delta Z; \; i = \frac{\Delta Z}{|AB|} \succ 0.$$

i- оң, демек анын алдына биз “+” белгисин кошушубуз керек, бирок ал белгиси чиймеде коюлбайт. Эгерде түз сызык В дан А ны карай жогоруласа, анда $|Z_B - Z_A| < 0$, демек i=$\frac{Z_B - Z_A}{|BA|} \prec 0$, анда i белгисинин алдына “-” коюп “-i” деп жазабыз(279*в*-сүрөт).

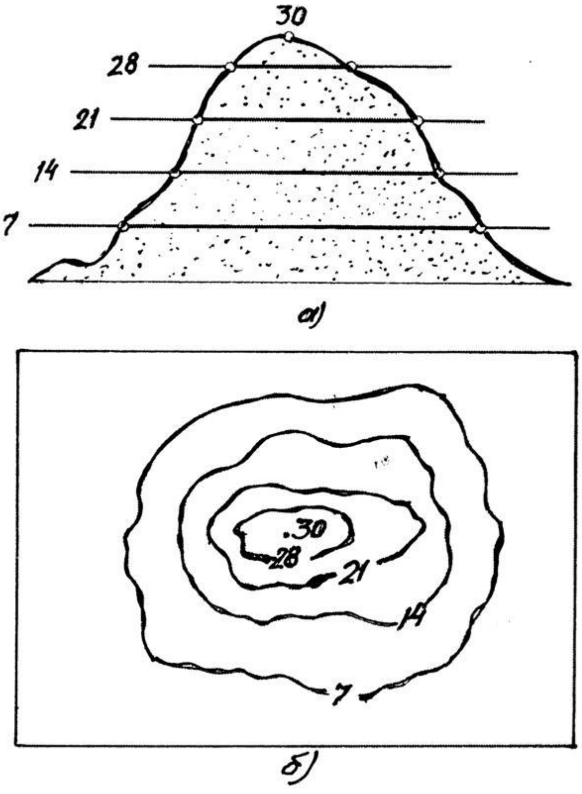
279*б*-сүрөттө түз сызык А учу менен i=1:5 жантаймасы көрсөтүлгөн проекция аркылуу берилген – сүрөттө түз сызык горизонтал проекциясы, В учу жана терс жантаймасы i= 0,2 аркылуу берилген .

Эгерде түз сызык төмөндөө багыты жебе аркылуу көрсөтүлсө, анда жантайманын “-” белгиси коюлбайт (279*г*-сүрөт), эгерде түз сызыктын жантайган бурчу белгилүү болсо, анда түз сызыктын багыты жебе аркылуу көрсөтүлгөн проекция, белгиси бар чекит жана жантайган бурч менен берилет (279*д*-сүрөт).



279-сүрөт

Көпчүлүк учурда топографиялык карталарды же пландарды чийүүдө сандык белги менен берилген проекциялоо колдонулат. Бул учурда сандар менен берилген проекция жер катышынын катмарынын үстүнкү бөлүктөрүнүн өз ара жайгашышын бир проекция (горизонталдык) тегиздигине проекциялап түшүрөбүз.



280-сүрөт

280*б*–сүрөттө топографиялык планды бийиктиктери менен көрсөтүлгөн. Ал эми280а-сүрөттө нөлдүк деңгээлден бирдей аралыкта релефтин бийиктиги кесилип көрсөтүлгөн. Топографиялык планда ар бир деңгээл үзгүлтүксүз сызыктар менен туюук чийилип үзүлгөн жерине анын сан белгиси коюлат.

12.Компьютердик графиканын элементтери

12.1.Компьютердик графиканын колдонуу чөйрөсү

Электрондук – эсептөө машиналарын (ЭЭМ) колдонуу жолдорун изденүү жана өркүндөтүү, адамдардын жашоо турмушунда планетабыздын дээрлик баардык чөйрөсүндө көпчүлүк кесипкөйлөр профессионалдуу түрдө машыгаары актуалдуу маселе.

Компьютердик графика адам менен ЭЭМдин, эң жөнөкөй , ыңгайлуу табийгый, ал тургай кызыктуу байланыш каражаты болуп саналат.

Анын өтө тез өнүккөн багыты катары, интерактивдүү жана диалогдуу режимде персоналдык компьютерлердин (ПК-ПЭЭМ) колдонулушун алсак болот.

Компьютердик графиканы – эки өлчөмдүү (2Д) тегиздик түрүндөгү жана үч өлчөмдүү (3Д) көлөмдүү түрлөрүн айырмалайт.

Буларда компьютердик анымациянын – орун которуу, кесилишүү жана ар кандай татаал өзгөрүүлөрдүн ыкмалары активдүү колдонулат. Бул учурда монитордун экранындагы көрүнүштүн түсү, жарыктанышы жана башка атрибуттары убакыт жана мейкиндик бирдигинде эсепке алынат.

Заманбап комьютердик графиканын активдүү колдонулган жерлери:

- автоматтык түрдө долборлоо системаларында машина куруу каражаттарын, приборлорду чыгуу, электроника жана электрорадио-техника, өндүрүштүк жана архитектордук дизайн, көбүнчө сүрөтчүлөр, архитекторлор, кийим модельерлери, бут кийим жана аксессуарлар, тейлөө буюмдары, эмеректер, фурнитурлар жана колдонмо искуство компьютердик графиканын активдүү колдонуучусу катары калмакчы;
- илимий изилдөөлөрдө физика, химия, астрономия, математика, медицина, биология, экология ж.б. тармактарда;
- татаал тнхнологиялык, техникалык жана транспорт, өндүрүш процесстерин уюштурууда, коммуникация системаларын ж.б. башкарууда.
- Автоунаалардын, самолеттордун ж.б. жаңы моделдерин сыноо жана окутуу үчүн тренажерлорду жасоодо (мисалы, эгерде кырсык болсо, адам эмес “учкуч- сыноочу” жабыркайт(!), же адамдын математикалык же электрондук модели...);
- Сыналгыда, киноматографияда, полиграфияда, көрнөк жарнактарда, көңүл ачуу индустриясында.

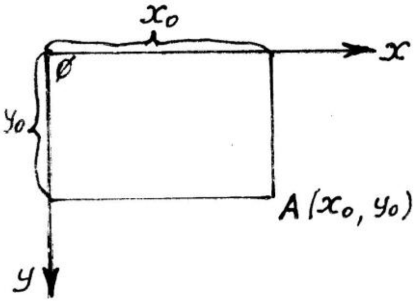
Биеим тармагында да компьютердик графиканын келечеги кең – окуу жана презентациялык видеофилимдерди жана мультимедиа азыктарын жаратууда, анын ичинде электрондук адабияттар, тапшырмалар жыйнагы, энциклопедиа жана көптөгөн электрондук – программалоо каражаттары, ошондой эле окутуунун ыкмалары, текшерүү, өз алдынча билимин өркүндөтүү, өз алдынча аңдап билүү жана адамдын жекече чыгармачылык мүмкүнчүлүгүн өркүндөтүү.

Мындан сырткары мугалимдин алдына дагы бир тапшырма коюлган: окуучуларга жардам берүү – келечектин окумуштууларына, инженерлерине, жумушчуларына, сүрөтчүлөрүнө, фермерлерине, экономисттерине жана келечектин башка профессиясындагы өкүлдөрүнө ЭЭМ менен иштөөдө аң – сезимде тоскоолдуктарды жеңүүнү талап кылат. А муну деген компьютердик графиканын каражаттары менен оңой эле чечүүгө болот.

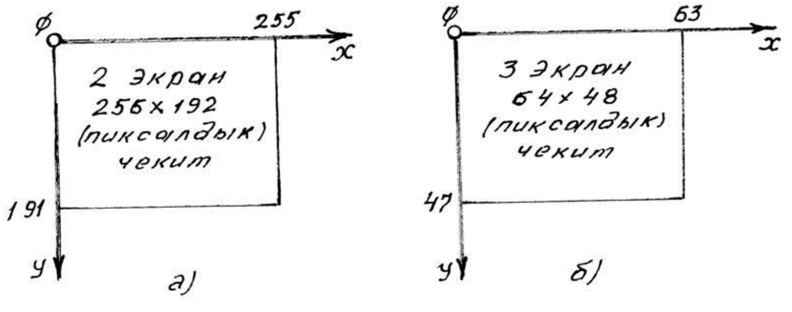
12.2.Монитордун экранындагы графика жөнүндө кыскача маалымат

Монитордун экраны – бул горизонталдык катардан жана вертикалдык столбтордон турган чоң матрица (таблица). Бул матрицанын ар бир ячейкасы (уяча) аныкталган жарыктанууну жана түстү чыгарып турат. Монохромдуу мониторлордун ахроматикалык палитрасы тон өткөрүү диапазонунда кара –ак-боз түстөрдү камтыйт.

Түстүү мониторлордун баштагы палитрасы 16 андан кийин 256 түстү камтыган. Заманбап мониторлордун түс тондорунун саны 16,7 милионго чейин жетет. Монитордун экранынын үстүңкү горизонталдык катарын ***x*** огу деп кабыл алабыз, ал эми солдогу вертикалдык столбду ***y*** огу деп кабыл алабыз; координаттын башталышы экрандын сол жагындагы үстүңкү бурчунда жайгашкан (281 - сүрөт). Экрандын матрицасынын өлчөмү ар кандай болушу мүмкүн: 64 x 48 ден жана 256 x 192, 1600 x 1200 гө чейин жана андан көп ячейкасы менен (282-сүрөт). Ячейканын өлчөмү канчалык кичине болсо, көрүнүштөрдүн сапаты ошончолук жакшы. Бир эле монитор ар кандай графикалык режимде иштей алат (283 – сүрөт).



281-сүрөт

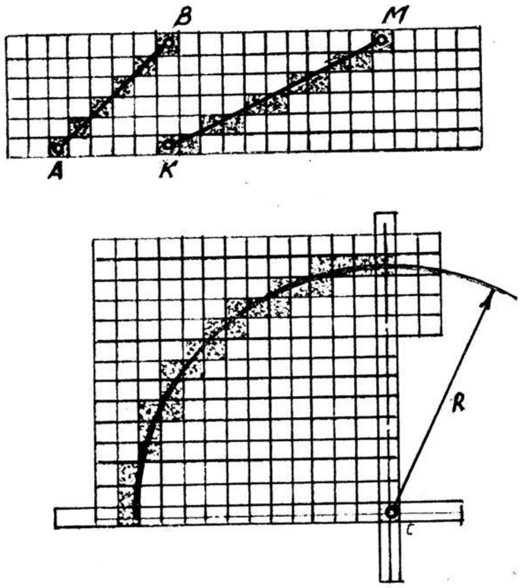


282-сүрөт

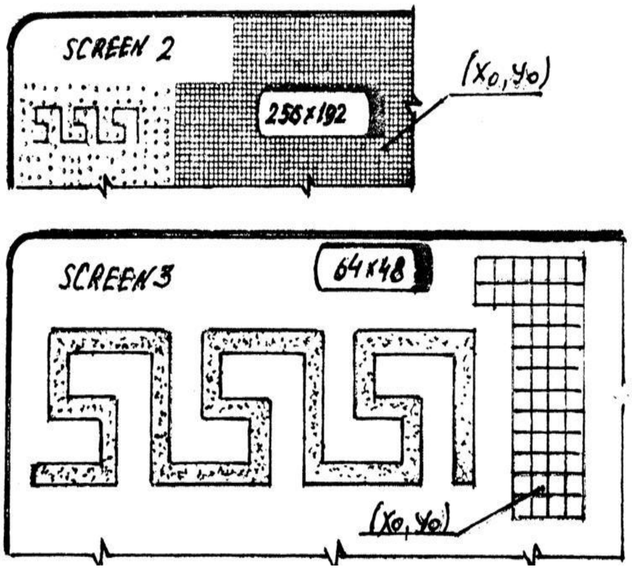
Экрандын матрицасынын ар бир ячейкасы экрандык А чекитке дал келет жана ал пиксел деп аталат (281- сүрөттү кара).

Толук көрүнүштөр көптөгөн чекит – пикселдерден жаралат. Түз сызыктын кесиндиси жана борбору С чекит (пиксели) болгон R радиусундагы айлананын жаасы монитордун экранында кандайча пайда болоорун (284-сүрөт) карап көргүлө;

Экрандын горизонталдык огу менен 45^0 ту түзгөн АВ кесиндисинин пайда болуу мүнөзүнө көңүл бургула. Заманбап компьютерлерди колдонууда графиканын эки түрү колдонулат: вектордук жана чекиттик. Вектордук графикада бардык көрүнүштөр объект катары берилет, берилиши



283-сүрөт



284-сүрөт

математикалык сызык түрүндө, анын ичинде контурларды жана чектелген сызыктарды чийүү. Чекиттик графикада көрүнүштөр чекит – пикселдер боюнча жаралат. Мониторлор жана компьютерлер пайда болгонго чейин көп кылымдар бою колдонулуп келген, калыптанган “чакмак боюнча” кол менен сүрөт тартууга окшош.

12.3. Монитордун экранындагы образдарды визуалдаштыруунун (көз менен көрүүдөгү) негизги принциптери

Компьютердеги көрүнүштөр шифрленген формада болот – программанын текстери жана формула түрүндө. Алар жаңы көркөм каражаттардын бөлүгү болот – электрондук графикалык инструменттердин. Мунун ичине ар түрдүү графикалык пакеттер кирет, жөнөкөй графикалык PAINTBRUSH тибиндеги редакторлордон баштап, Auto CAD тибиндеги программаны камсыздоочу графикалык станцияга чейин.

Монитордун экранында кандайдыр бир образды визуалдаштыруу үчүн, жок эле дегенде жалгыз чекитти, атайын команда (же оператор) керектелет. Кээ бирки командаларды микрокоманда деп атайбыз, себеби алар көптөгөн командалардын (же операторлордун) биригишинен турат. Туура келген командалардын жана операторлордун жыйындысы графикалык программанын ар кандай татаалдыктагы деңгээлин түзүшү мүмкүн.

Команда – бул көрсөтмө (буйрук, инструкция) эсептөө системасында өтө тез аткарылуучу (алардын ролун клавишалардын кээ бир комбинациясы да аткарышы мүмкүн).

Программалоо режиминде көбүнчө операторлорду колдонот – алар өтө тез аткарылбайт, алардын ишке ашышы программанын жумушуна байланыштуу. Операторлор программаларды жана программаларды конкреттүү алгоритмикалык тилде аныкталуучу эрежелер жана мыйзамдар боюнча катарга тизмектейт. Компьютердик графиканын программаларында көбүнчө жогорку деңгээлдеги алгоритм тилинде СИ, БЕЙСИК, ПАСКАЛЬ ж.б. колдонулат. Автордук, баштапкы, көпчүлүк алгоритм тилдеринде англисче версиясын колдонот. Ар бир алгоритмдик тилде командалар жана операторлор камтылат, алар монитордун экранында кабыл алынгандарды визуалдаштырат “көрсөтөт” – кээ бир базалык образдардын менюсу, жөнөкөй графика деп аталат (латын сөзүнөн алынган primitivus- биринчи, баштапкы). Жогорку деңгээлдеги ар кандай алгоритмикалык тилдеги графика менен иштөөчү заманбап версияларында графиканын жөнөкөй түрү катары: чекит, кесинди, тик бурчтук (кээде көп бурчтук), эллипс (айлана) жана анын бөлүгү кирет. Бардык жерде командалар башкарат, алар экрандын иштөө режимин аныктайт, түс берет жана керектүү областарды бойойт. Көпчүлүк заманбап операторлордун версиясында, айлануу, көчүрүү, масштабдоо колдонулат. Графикада, көрүнүштөрдү кайталап түзүү көп кездешет – мисалы, кештелер, орнаменттер, штрих сызыктары ж.б. мындай кайталоо иштерин ишке ашыруу үчүн программада циклдердин операторлору колдонулат. Көбүнчө программаларда цикл оператору түрүндө FOR …TO тибин колдонот.

Анын жазуу форматы төмөндөгүдөй:

```
                    FOR I = A TO N STEPL
                    …………………………
                    NEXTI
```

Бул жерде I – циклдин өзгөрүлмөсү;

A – анын баштапкы мааниси;

N – I өзгөрүлмөсүнүн акыркы мааниси;

L – када өлчөмү.

NEXT оператору I ни L өлчөмүнө өзгөртөт, ал андан кийин N дин акыркы маанисине жеткен соң башкарууну андан кийинки оперпторго өткөрүп берет.

Пайдаланылган адабияттар

1. Гордон В.О., Семенцев-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. - М.: Наука. 1988 г. - 272с.
2. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М.; «Машиносроение», 1978г. -445с.
3. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. - М.: Просвещение, 1983 г.- 321 с.
4. Фролов С.А. Курс начертательной геометрии. - М.: Машиностроение. 1983 г.- 243 с.
5. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М.: Машиностроение. 1980 г.- 175 с.
6. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия. - М.: Высшая школа, 1990 г. - 253 с.
7. Бубенников А.В. Сборник задач по начертательной геометрии. - М.: Высшая, школа, 1981 г. – 385 с.
8. Тусупбекова К.И. Сызма геометрия – Бишкек -1997. 238с.
9. Павлова А.А. Начертательная геометрия – Москва -1999. 300с
10. Чекмарев А.А. Инженерная графика - М.: Высшая школа, 2003 г. - 364 с.

Мазмуну

Сызма геометрия

Жусупов Алибай Алдырахманович

Редактор: Шабданов М.Д.
Корректор: Канжанова Ж.П.
Компьютердик терүү: Сапарова С.А.

Терүүгө берилди: 10.04.2011ж. берилди
Басууга кол коюлду: 16.03.2013ж. кол коюлду
Көлөмү 12,75 басма табак. Нускасы 400. Буюртма №2187

Ош ш.,Мамыров 86 ^{г} ОсОО “Кагаз ресурстары” .